

光纤中的电磁对偶变换与导波的模式分析

余寿绵

(山东大学物理系, 济南 250100)

余 恬

(山东大学电子工程系, 济南 250100)

(2001 年 4 月 11 日收到, 2001 年 5 月 21 日收到修改稿)

讨论了麦克斯韦方程在各向同性均匀电介质中的电磁对偶变换不变性, 定义了电磁混合比, 求出了对偶场的充要条件. 把上述不变性和充要条件应用于阶跃光纤, 分析其导波模式, 证明在非轴对称情况下, 阶跃光纤中不存在具有色散的受导简正模. 存在的解只有临界折射模 ($n = n_2$ 时的特解). 求出了它的分立频谱. 受导简正模只存在于轴对称情况中. 以上结论与实验事实不矛盾, 并由此解释了基模的特性.

关键词: 光纤光学, 光波导, 电磁对偶变换, 受导波

PACC: 4281, 0350, 0200, 4290

1 引 言

本文所讨论的导波是指无径向辐射的沿着光纤方向传播的各类波型, 包括受导简正模和临界折射模.

关于受导波的模式, 经过数十年大量的理论研究工作^[1-3], 已有定论. 但作者在学习光纤问题的过程中, 发现当把理论与实践做比较时, 有些问题似乎并未得到很令人满意的解释, 其中最主要的一个是基模的特性问题.

众所周知, 阶跃光纤的受导简正模的色散曲线在归一化频率 V 从 0 到 2.405 的区间内只有一支, 它属于基模 HE_{11} . 基模虽然在理论上具有波导色散, 但实际上它的色散主要是介质色散, 波导结构对其影响很小^[1]. 同时基模的工作频率总在 $V = 1.9$ 附近, 而在这一点上, 决定波包扩展的因子 q' (q 为传播函数, q' 为对角频率 ω 求导) 并不为零, 因此这个频率并未得到解释. 文献 [4] 明确指出, 不能以波包扩展来解释基模.

另一个问题是非轴对称模式(或称混合模式)的电磁混合比问题. 在过去的理论中, 对于色散曲线讨论较多, 而对电磁混合比 ρ (即 H_z 和 E_z 的比值) 讨论较少. 在弱导光纤中 ρ 被认为是常数, 而精确的计算表明, 即使对于弱导光纤, ρ 也是 ω 的函数. 这就使得 H_z 和 E_z (从而 H 和 E) 的频谱不同, 这显

然与经典场论相违背.

本文在研究充流体钻井中的声波传播时, 曾发现临界折射波有特征频率^[5,6], 由此猜想光纤中的基模可能也是一种临界折射模. 为了证实这种猜想, 本文将重新考察阶跃光纤的光纤方程组及其解. 下面将从麦克斯韦(以下简称麦氏)方程的电磁对偶变换开始.

2 麦氏方程的电磁对偶变换

2.1 各向同性均匀电介质中的麦氏方程

取电磁单位制使磁导率 $\mu_0 = 1$, 取时空单位制使真空中的光速 $c_0 = 1/\sqrt{\epsilon_0} = 1$, ϵ_0 为真空介电常量. 电介质的介电常量为 $\epsilon = n^2$, n 为介质的折射率. 假定 n 的介质色散可以忽略, 则对各向同性的均匀介质, 麦氏方程具有以下形式:

$$\begin{aligned} n^2 \dot{E} &= \nabla \times H, & \dot{H} &= -\nabla \times E, \\ \nabla \cdot E &= \nabla \cdot H = 0, \end{aligned} \quad (1)$$

其中 E, H 为电场强度和磁场强度, 上标“ \cdot ”为对时间求微商.

作一列矩阵

$$F = \begin{pmatrix} E \\ H/n \end{pmatrix}, \quad (2)$$

令

$$P = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}, \quad P^{-1} = -P, \quad (3)$$

则麦氏方程可写为

$$n\dot{\mathbf{F}} = \nabla \times P\mathbf{F}, \quad \nabla \cdot \mathbf{F} = 0. \quad (4)$$

2.2 电磁对偶变换

电磁对偶变换(以下称 P 变换)可写为

$$\mathbf{F} \rightarrow \tilde{\mathbf{F}} = P\mathbf{F}. \quad (5)$$

由(2)式有

$$\tilde{\mathbf{E}} = \mathbf{H}/n, \quad \tilde{\mathbf{H}} = -n\mathbf{E}, \quad (6)$$

即 P 变换使电、磁场互相调换. 如所周知, 在 P 变换下, 麦氏方程不变. 故若麦氏方程(4)有解 \mathbf{F} , 则必有另一解 $\tilde{\mathbf{F}} = P\mathbf{F}$.

又因在定解问题中, \mathbf{E}, \mathbf{H} 的定解条件相同, 故 $\tilde{\mathbf{E}}, \tilde{\mathbf{H}}$ 的定解条件不变. 因此, 若此定解问题中存在一个解 \mathbf{F} , 则必存在另一个解 $\tilde{\mathbf{F}}$. 反之, 若 $\tilde{\mathbf{F}}$ 不存在, 则 \mathbf{F} 亦不存在.

2.3 电磁混合比及对偶场的充要条件

由(4)式可得

$$n^2 \ddot{\mathbf{F}} = -\nabla \times (\nabla \times \mathbf{F}). \quad (7)$$

因 $\nabla \cdot \mathbf{F} = 0$, 有

$$n^2 \ddot{\mathbf{F}} = \nabla^2 \mathbf{F}. \quad (8)$$

由此可见 E_z, H_z 满足同一标量波动方程 $n^2 \ddot{\phi} = \nabla^2 \phi$.

又因 E_z, H_z 的定解条件相同, 故由唯一性定理可知

$$H_z = i\rho E_z, \quad (9)$$

其中 ρ 为与时空坐标无关的常数, 称为混合比.

设 $\tilde{H}_z = i\rho \tilde{E}_z$, 则由(6)式可得

$$\rho \tilde{\rho} = n^2. \quad (10)$$

这是麦氏方程的两组对偶的解应满足的必要条件.

反之, 若 \mathbf{F}' 是与 \mathbf{F} 线性独立的另一组解, 其混合比为 $\rho' = n^2/\rho (\rho = \tilde{\rho})$ 则有

$$\frac{H'_z}{\tilde{H}_z} = \frac{i\rho' E'_z}{i\rho \tilde{E}_z} = \frac{E'_z}{\tilde{E}_z}, \quad (11)$$

或 $H'_z = \alpha \tilde{H}_z, E'_z = \alpha \tilde{E}_z, \alpha$ 为一常数. 又因在圆柱坐标中电磁场的 r, φ 分量可以用 H_z, E_z 和它们的径向微商的线性叠加来表示, 故有 $\mathbf{H}' = \alpha \tilde{\mathbf{H}}, \mathbf{E}' = \alpha \tilde{\mathbf{E}}$. 因 \mathbf{H}', \mathbf{E}' 与 $\tilde{\mathbf{H}}, \tilde{\mathbf{E}}$ 满足相同的定解条件, 故 $\alpha = 1$. 可见 \mathbf{H}', \mathbf{E}' 为 \mathbf{H}, \mathbf{E} 的对偶变换. 这就证明了条件(10)式是麦氏方程的两个对偶解应满足的充分必要条件.

总之, 麦氏方程的定解问题有两个线性独立的

解, 它们相互对偶, 其混合比满足充要条件(10)式. 又因任一个解都有其对偶解, 故若某个解的对偶不存在, 则此解本身亦不存在.

3 阶跃光纤中的导波

3.1 光纤方程组

光纤结构如图1所示. n_1 和 n_2 依次为纤芯和包层中介质的折射率. 由假设, 折射率的介质色散(或称材料色散)可以忽略. 电磁单位制同上节. 时空单位制除取真空光速 $c_0 = 1$ 外, 再取纤芯半径 $a = 1$ (归一化时空单位制), 包层半径 $b \gg a$.

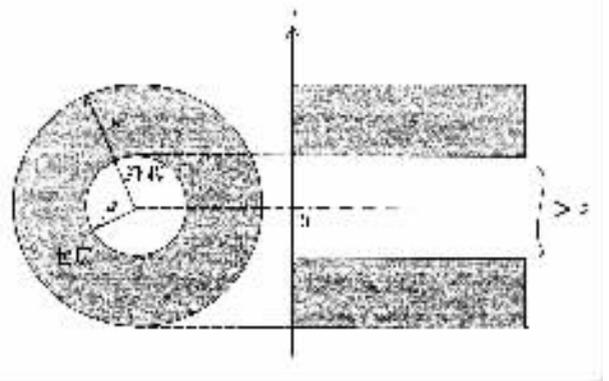


图1 光纤结构 a 为纤芯半径, b 为包层外径

本文定义导波为无横向辐射的波型, 包括受导简正模(其等效折射率 $n = q/\omega > n_2, n < n_1$)和临界折射模(其等效折射率 $n = n_2$).

取圆柱坐标系, l 极点源位于原点. 此后只讨论 l 极模. 以下标 $v = 1, 2$ 依次标记纤芯内、外的各量, 则(9)式可写为

$$H_{z\nu}(r, z, \varphi, t) = i\rho_\nu E_{z\nu}(r, z, \varphi, t) \quad (\nu = 1, 2). \quad (12)$$

场量 $E_{z\nu}$ 等可表为下列双重傅里叶积分:

$$E_{z\nu}(r, z, \varphi, t) = \int_{-\infty}^{\infty} d\omega \int_{-\infty}^{\infty} dq E_{z\nu}(r, q, \omega) e^{i(l\varphi + qz - \omega t)}, \quad (13)$$

其中 ω 为角频率, q 为 z 方向的波数.

对于振幅 $E_{z\nu}(r, q, \omega)$ 等, 可设

$$E_{z\nu}(r, q, \omega) = \mu_\nu^2 \phi_\nu(r, q, \omega), \quad (14)$$

$$H_{z\nu}(r, q, \omega) = i\rho_\nu \mu_\nu^2 \phi_\nu(r, q, \omega),$$

其中 $\mu_\nu^2 = q^2 - \omega^2 n_\nu^2 = \omega^2(n^2 - n_\nu^2), \rho_\nu$ 与时空坐标无关, $\phi_\nu(r, q, \omega)$ 满足 Bessel 方程. 取

$$\begin{aligned}\phi_1(r, q, \omega) &= I_l(\mu_1, r), \\ \phi_2(r, q, \omega) &= BK_l(\mu_2, r),\end{aligned}\quad (15)$$

其中 $I_l(z)$ 和 $K_l(z)$ 为 z 的虚宗量 Bessel 函数和虚宗量 Hankel 函数, B 为常量.

以下用归一化频率 $V = \omega \sqrt{n_1^2 - n_2^2}$ 代替 ω , 有

$$\mu_v^2 = -V^2 b_v, \quad b_v = \frac{n_v^2 - n_2^2}{n_1^2 - n_2^2}. \quad (16)$$

由纤芯和包层界面 ($r = 1$) 上的连接条件 (场的切向分量连续) 得到

$$b_1 I_l(\mu_1) = b_2 BK_l(\mu_2), \quad (17)$$

$$\rho_1 b_1 I_l(\mu_1) = \rho_2 b_2 BK_l(\mu_2), \quad (18)$$

$$b_2(\ln - \rho_1 Q_1) = b_1(\ln - \rho_2 Q_2), \quad (19)$$

$$b_2(\ln \rho_1 - n_1^2 Q_1) = b_1(\ln \rho_2 - n_2^2 Q_2), \quad (20)$$

其中

$$Q_1 = \frac{\mu_1 I_l'(\mu_1)}{I_l(\mu_1)} = \frac{p J_l'(p)}{J_l(p)}, \quad Q_2 = \frac{\mu_2 K_l'(\mu_2)}{K_l(\mu_2)}, \quad (21)$$

其中上标撇为对宗量求微商. 对于导波, μ_2 和 $p (= i\mu_1)$ 为实数.

(17)–(20) 式为光纤方程组, 它决定导波的模式. 如取 $\rho_1 = \rho_2$, 则该方程与文献 [2] 中给出的一致. 但因两个介质不同, 一般不能先设 $\rho_1 = \rho_2$.

对偶解的光纤方程, 可在 (17)–(20) 式中将 ρ_v 改为 $\bar{\rho}_v$ 得到.

3.2 轴对称情况 ($l = 0$)

如所熟知, 在此情况下, 有两个线性独立的受导简正模式 TM 和 TE. 对于 TM 模, 可设 $\rho_1 = \rho_2 = 0$, 光纤方程 (20) 退化为

$$b_2 n_1^2 Q_1 = b_1 n_2^2 Q_2. \quad (22)$$

以 (21) 式代入, 得 TM 模的色散方程为

$$b_2 n_1^2 p J_1(p) K_0(\mu_2) = b_1 n_2^2 \mu_2 J_0(p) K_1(\mu_2). \quad (23)$$

对于 TE 模, 可设 $\rho_1 = \rho_2 = \infty$, 由 (19) 式得

$$b_2 Q_1 = b_1 Q_2, \quad (24)$$

即

$$b_2 p J_1(p) K_0(\mu_2) = b_1 \mu_2 J_0(p) K_1(\mu_2). \quad (25)$$

在此情况下, TM 模和 TE 模互为对偶解 ($\bar{\rho}_v = n_v^2/\rho_v = \infty$). $b_2 = 0$ ($n = n_2$) 时为临界折射模, 此时 $b_1 = 1$, $p = V$, 故 $V = \beta_{0m}$, 这里 β_{0m} 为 $J_0(V)$ 的第 m 个零点.

3.3 非轴对称情况 ($l \neq 0$) 中的受导简正模

此时 ($n_2 < n < n_1$) b_1, b_2 皆不为零 (17) 和 (18) 式要求 $\rho_1 = \rho_2 = \rho$, 于是对于其对偶解应有 $\bar{\rho}_1 = n_1^2/\rho, \bar{\rho}_2 = n_2^2/\rho$, 故 $\bar{\rho}_1 \neq \bar{\rho}_2$, 从而 (17) 和 (18) 式不能被对偶解所满足.

换言之, 麦氏方程有解的充要条件 (10) 式不能被满足, 从而由 $\rho_1 = \rho_2 = \rho$ 得到的解亦不存在.

由此得到一个似非而是的结论: 在非轴对称情况下, 不存在受导简正模. 受导简正模只有在轴对称情况下才能产生.

为了更清楚地说明这一点, 可以求出 $\rho_1 = \rho_2 = \rho$ 时的解. 此时由 (19) 和 (20) 式可得

$$\ln = \rho(b_1 Q_2 - b_2 Q_1), \quad (26)$$

$$\ln \rho = n_2^2 b_1 Q_2 - n_1^2 b_2 Q_1. \quad (27)$$

两式相乘, 消去 ρ , 并开方, 得到色散方程

$$\ln = \pm (b_1 Q_2 - b_2 Q_1)^2 (n_2^2 b_1 Q_2 - n_1^2 b_2 Q_1)^2. \quad (28)$$

对应于 \pm 号 (28) 式给出两支色散曲线.

由 (26) 和 (27) 式消去 $b_2 Q_1$, 并略去 Δ^2 以上的小项, 得

$$\rho = \pm n_1 \left[1 \mp \frac{n_2 b_1 Q_2 \Delta}{n l} \right] \quad \left(\Delta = \frac{n_1 - n_2}{n_1} \right), \quad (29)$$

其中 \pm 号与两支色散曲线相对应. 可见 ρ 为频率 ω 的函数. 于是有

$$H_{iz}(r, z, \varphi, t) = i \int d\omega \int dq q(\omega) E_{iz}(r, q, \omega) e^{i(l\varphi + qz - \omega t)}. \quad (30)$$

但由 (9) 式, 有

$$H_{iz}(r, z, \varphi, t) = i \rho \int d\omega \int dq E_{iz}(r, q, \omega) e^{i(l\varphi + qz - \omega t)}. \quad (31)$$

(30) 和 (31) 式给出的 $H_{iz}(r, z, \varphi, t)$ 的两个双重傅里叶变换应当相等, 由此得

$$\begin{aligned}\rho(\omega) E_{iz}(r, q, \omega) &= \rho E_{iz}(r, q, \omega), \\ (\omega &= -\infty \rightarrow +\infty),\end{aligned}\quad (32)$$

故有 $\rho = \rho(\omega)$ ($\omega = -\infty \rightarrow +\infty$). 这就得到了矛盾的结果. (事实上 (30) 式意味着电场与磁场有不同的频谱, 这不合理.) 由此可见, $\rho_1 = \rho_2$ 的解不存在.

上述论证说明, 即使对于弱导光纤, 只要 $n_1 \neq n_2, l \neq 0$ 的受导简正模就不存在.

4 临界情况($n = n_1$ 和 $n = n_2$)

4.1 临界折射模($n = n_2$)

本节只讨论 $l \neq 0$ 的情况($l = 0$ 时, 临界折射发生于受导简正模的截止频率). 此时 $b_2 = 0, Q_2 = -|l|$. (19)式给出 $\rho_2 = -\varepsilon_l n_2$ ($\varepsilon = l/|l|$).

为了求出 Q_1 , 将(19)和(20)式等号两边相比消去 b_2 , 再以 $n = n_2, \rho_2^2 = n_2^2$ 代入, 得

$$\frac{\ln_2 - \rho_1 Q_1}{\ln_2 \rho_1 - n_1^2 Q_1} = \frac{\ln_2 - \rho_2 Q_2}{\rho_2 (\ln_2 - \rho_2 Q_2)} = \frac{1}{\rho_2}. \quad (33)$$

由此求得 Q_1 的两个解, 它们分别对应两种临界折射模, 分述如下:

解(i) 若 $\mu_2^2 BK_l(\mu_2) \neq \alpha$ (当 $n = n_2$), 则可从(17)和(18)式中消去 B , 得

$$\rho_1 = \rho_2 = -\varepsilon_l n_2. \quad (34)$$

以此代入(33)式, 解得 $Q_1 = 0$, 故

$$J_l(V) = 0, \quad V = \gamma_{lm} \quad (m = 1, 2, \dots), \quad (35)$$

其中 γ_{lm} 为 $J_l(z)$ 的零点.

对应于一个 m 值, 有一个解 E_{vzm} 和 $H_{vzm} = i\rho_v E_{vzm}$, 一般解为

$$E_{vz} = \sum_m E_{vzm}, \quad H_{vz} = i \sum_m \rho_v E_{vzm} = i\rho_v E_{vz}. \quad (36)$$

因 ρ_v 与 m 无关, 上面第2式中已将 ρ_v 提出求和号外. 可见 ρ_v 就是一般解的混合比.

解(ii) 若 $\mu_2^2 BK_l(\mu_2) = \alpha$ (当 $n = n_2$), 则(17)式给出

$$J_l(V) = 0, \quad V = \beta_{lm} \quad (m = 1, 2, \dots), \quad (37)$$

其中 β_{lm} 为 $J_l(z)$ 的零点. 因 $J_l(\beta_{lm}) \neq 0$, 故 $Q_1 = \infty$, 代入(33)式, 以 ρ'_v 记此解的混合比, 则有

$$\rho'_1 = -\varepsilon_l n_1^2 / n_2, \quad \rho'_2 = -\varepsilon_l n_2. \quad (38)$$

以(34)式乘(38)式, 得 $\rho'_v \rho_v = n_2^2$ ($v = 1, 2$), 条件(10)式被满足. 可见解(i)和解(ii)互为对偶解, 它们都有分立频谱, 特征频率为 β_{lm}, γ_{lm} , 低频端的几个值(包括 $l = 0$)为 $\gamma_{11} = 1.84, \beta_{01} = 2.40, \gamma_{21} = 3.05, \beta_{11} = 3.83, \gamma_{31} = 4.20$, 其余诸值遍布中频区和高频区.

临界折射模无波导色散, 以包层光速 c_2 沿光纤

传播. 因 c_2 大于 c_1 , 故临界折射模最先到接收器.

4.2 临界情况 $n = n_1$

此时 $b_1 = 0, b_2 = 1$ (17)式等号右边 $B = 0$ 或 $K_l(\mu_2) = K_l(V) = 0$. 解 $B = 0$ 无意义, 而 $K_l(V) = 0$ 要求 $V \gg 1$, 此时有 $K_l(Vr) = 0, J_l(V\sqrt{b_1}r) = 0$, 亦无意义. 故 $n = n_1$ 时无导波解.

5 实验验证

5.1 基模问题

按原先的理论($\rho_1 = \rho_2$), 在 $V = 0-2.40$ 内只有一条色散曲线, 它对应于 $l = 1$ 的导波模式 HE_{11} , 这就是基模, 频率限于此范围内的信号传输即为单模传输. 据此有(1)单模传输时信号的频率可取 $V = 0-2.40$ 内的任意值(2)单模传输的模式其波导色散 $dn/d\omega$ 应远大于材料色散 $dn_v/d\omega$ ($v = 1, 2$). 但实际情况却与此相反: 应用中单模传输的信号频率只在 $V = 1.9$ 附近, 而观测到的波导色散 $dn/d\omega$ 远小于材料色散 $dn_v/d\omega$ (这似乎意味着忽略材料色散的波导理论不适用于基模). 这就是旧理论关于基模的两大困难.

按照本文的理论, 导波有两种, 一种是受导简正模($l = 0$), 无特征频率, 有波导色散; 另一种是临界折射模, 有特征频率, 无波导色散. 基模不属于受导简正模, 而是临界折射模, 其频率的理论值是 $\gamma_{11} = 1.84$ (阶跃光纤)或 χ (梯度光纤), 这与实验值 1.883 接近(单模光纤的一个典型数据^[8]是 $n_1 = 1.50, \Delta = 0.003, a = 4\mu\text{m}, \lambda = 1.55\mu\text{m}$. 由此求得 $V = 1.883$). 因无波导色散, 故被理论忽略了的材料色散自应在实验上显现出来, 因此忽略材料色散的波导理论同样适用于基模. 由此可见上述两大困难在本文的理论中不存在.

5.2 多模光纤

有两组典型数据: $a = 25\mu\text{m}, \lambda = 0.8\mu\text{m}, \Delta = 0.005$ ^[9]和 $a = 25\mu\text{m}, \lambda = 0.85\mu\text{m}, n_2 = 1.475$ ^[8]. 取 $n_1 = 1.5$, 则两组数据依次给出 $V = 29.4$ 和 50.4 . 前者接近于 $\beta_{1,9}$ ($= 29.05$)和 $\beta_{0,10}$ ($= 30.6$), 后者接近于 $\beta_{0,16}$ ($= 49.48$), $\gamma_{1,16}$ ($= 51.04$)和 $\gamma_{1,16}$ ($= 49.46$).

前已说明, 临界折射模无波导色散, 频率差异来自材料色散, 故理论与实验基本相符.

5.3 终端信号的色散

按照本文的结论, 导波只有两种, 一种是轴对称的受导简正模, 另一种是临界折射模. 在长距离光纤中, 前者因波导色散而不能到达终端(或到达终端时振幅非常小), 到达终端的主要是临界折射模, 它无波导色散. 然而在实际的通信光纤中, 总存在微弱的介质色散, 因此终端信号的色散主要是介质色散.

6 总结与讨论

1. 各向同性均匀电介质中的麦氏方程组具有电磁对偶变换的不变性. 若在某种情况下麦氏方程组具有一个解, 那么这个解的对偶解必定存在, 否则前者亦不存在.

在圆柱坐标系中, 电磁场有一定的混合比. 两

个解互为对偶解的充要条件是混合比的乘积等于折射率的平方.

2. 把上述不变性应用于阶跃光纤, 证明了在非轴对称情况下, 不存在具有色散的受导简正模. 此结论对于弱导光纤亦成立. 具有色散的受导简正模只存在于轴对称情况.

3. 无色散的导波发生于临界情况 $n = n_2$, 此模为临界折射模, 它具有分立频谱. 其特征频率为

$$V_m = \beta_{lm}, \quad V_m = \gamma_{lm} \quad (m = 1, 2, \dots). \quad (39)$$

它们遍布整个波段. 该模以包层光速 c_2 沿光纤传播.

上述结论对多层阶跃光纤显然适用. 梯度光纤因可以被看作无限多层阶跃光纤, 故也同样适用. 其临界折射模的特征频率在抛物线剖面情况下, 为 $V_c = 2.4048 \dots^{[1]}$, 基模频率为 $V_c = 2$.

本文的讨论仅限于模式分析, 没有计算功率. 算出点源的功率在各模式中的分布有助于检验本文的结论. 此项工作将另文讨论.

- [1] D. S. Liu *et al.*, *Fiber Optics* (Science Press, Beijing, 1987) [in Chinese] 刘德森等编著, 纤维光学(科学出版社, 北京, 1987)].
- [2] A. W. Snyder, J. D. Love, *Optical Waveguide Theory* (Chapman and Hall Ltd., London, 1983).
- [3] D. Marcuse, *Theory of Dielectric Optical Waveguides* (Academic Press, New York, 1974).
- [4] R. A. Sammut, *Electron. Lett.*, **15**(19)(1979), 590.
- [5] S. M. Yu, *Acta Geophys. Sin.*, **27**(1984), 94 [in Chinese] 余寿

绵, 地球物理学报, **27**(1984), 94].

- [6] S. M. Yu, T. Yu, *J. Acoust. Soc. Am.*, **91**(1992), 1933.
- [7] Y. Katsuyama *et al.*, *Electron. Lett.*, **15**(3)(1979), 94.
- [8] R. Ramaswami, K. N. Sivarajan, *Optical Net Works: A Practical Perspective*, chap. 2.1 (Mogan Kaufmann Publishers, San Francisco, 1998).
- [9] H. F. Wolf, *Optical Waveguides*, in "Handbook of Fiber Optics, Theory and Application", ed. by H. F. Wolf (Garland STPM Press, New York and London, 1979).

ELECTROMAGNETIC ADJOINT TRANSFORMATION AND MODE ANALYSIS FOR GUIDED WAVES IN AN OPTICAL FIBER

YU SHOU-MIAN

(*Department of Physics , Shandong University , Jinan 250100 , China*)

YU TIAN

(*Department of Electronics Engineering , Shandong University , Jinan 250100 , China*)

(Received 11 April 2001 ; revised manuscript received 21 May 2001)

ABSTRACT

The adjoint transformation of electromagnetic fields for uniform isotropic dielectric is considered for guided waves in an optical fiber. The necessary and sufficient condition for two solutions to be a pair of partners is derived. The modes of guided waves are analyzed under this condition. It is proved that the dispersive normal modes do not exist in the case of non-axial symmetry. The guided modes in such cases are modes of critical refraction, which has a discrete spectrum. The dispersive normal modes exist in axial symmetrical cases. Theoretical predictions are comparable with the experiment data. The behaviour of the fundamental mode shows that it is a mode of critical refraction rather than a dispersive normal mode as is predicted by the theory.

Keywords : fiber optics , electromagnetic wave guides , adjoint transformation of electromagnetic fields , guided waves

PACC : 4281 , 0350 , 0200 , 4290