

高 T_c 超导 π 环的自发磁化*

邓 鹏 孟树超 王福仁 谢飞翔 马 平 戴远东†

(北京大学人工微结构和介观物理国家重点实验室 物理系, 北京 100871)

(2001 年 5 月 24 日收到, 2001 年 6 月 8 日收到修改稿)

分析和计算了 Tsuei 三晶实验中有一个结是 π 结的三结 π 环的自发磁化, 发现与单结 π 环明显不同, 当 $\beta = 2\pi LI_c / \phi_0$ 趋于零时, 环中仍有自发磁化. 详细计算表明随温度下降, β 值增大, 自发磁化磁矩很快上升并趋于 $\phi_0/2$. 很好地说明了 Tsuei 的自发磁化温度曲线.

关键词: 自发磁化, π 结, 自由能

PACC: 7400, 7475, 7490

1 引 言

为了检验高温超导序参数具有 d 波对称性, Sigrist 和 Rice^[1] 建议了利用超导 π 环的自发磁化的位相敏感实验. 他们详细分析了含有单个 Josephson 结的超导环, 证明了如果该结是一个 π 结, 则它构成一个单结 π 环, 当 $\beta = 2\pi LI_c / \phi_0 > 1$ 时, 环中将有自发磁化环流产生. 式中 L 是电感, $I_c < 0$ 是 π 结的临界电流, $\phi_0 = h/2e$ 是磁通量子. Tsuei 和 Kirtley 等人^[2] 在三晶衬底上制作了 YBCO 三结 π 环. 三个晶界角的安排保证了三个 YBCO 晶界结中有一个是 π 结. 他们用低 T_c 扫描 SQUID 测量了上述三结 π 环的自发磁化, 完成了十分精采的高 T_c 超导体 d 波对称性的位相敏感实验. 以后, 他们又进行了从低温一直到超导转变温度的宽温区内自发磁化测量^[3], 惊奇地发现一直到很高温度, 自发磁化 LI 都很接近 $\phi_0/2$, 只有在很接近超导转变温度时, LI 才迅速下降并消失. Tsuei 等人对此现象的产生未作解释, 目前也还未见到 π 环自发磁化详细理论计算的报道. 另一方面, 具有 Josephson 结的超导环, 有可能成为量子相干计算机基本单元中的构体^[4], 故 π 环的深入研究具有重要意义.

本文详细分析了高 T_c 三结 π 环的位相关系, 计算了任意 β 值下的自发磁化磁通 LI 和自由能, 发现当 β 值很小时, 三结 π 环就会发生自发磁化. 进一

步, 利用已发表的 YBCO 晶界结的 I_c - T 数据, 计算了自发磁化磁通 LI 与温度 T 的关系, 所得结果能很好地说明 Tsuei 等人所观测到的实验结果.

2 单结 π 环

首先分析单结 π 环的情形. 对于一个单结超导环, 结上的超导波函数量子相位差满足磁通量子化条件: $\varphi + 2\pi(\phi_e + LI)/\phi_0 = 2n\pi$, 式中 ϕ_e 为外磁场所产生的磁通, I 为环中的超流. 如果这个结是 π 结, 则有 $I = -|I_c| \sin\varphi$, 当外磁场为零时, 上式变为

$$\varphi = \beta \sin\varphi + 2n\pi, \quad (1)$$

π 结的自由能为 $E_J = -\phi_0 I_c \cos\varphi/2\pi = \phi_0 |I_c| \cos\varphi/2\pi$, 系统的自由能为

$$F = \frac{1}{2} LI^2 + E_J. \quad (2)$$

定义归一化自由能 $f = F/F_0$, 其中 $F_0 = \phi_0^2/8L\pi^2$. 容易证明

$$f = \beta^2 \sin^2\varphi + 2\beta \cos\varphi. \quad (3)$$

(1) 式的图解见图 1: 考虑 $n = 0$ 的情形, 可以看出, 对任意的 β , $\varphi = 0$ 都是一个解, 其自由能 $f = 2\beta$, 当 β 值小于 1 时, 这是一个唯一的解, 当 β 值大于 1 时, 存在另一个解 (图中 A 点) 容易证明, 此解的自由能更小, 即它是一个自发磁化的解. 自发磁化磁通 $LI = \phi_0 \beta \sin\varphi/2\pi = \phi_0 \varphi/2\pi$, 图 2 给出按方程 (1) 求解得到的 LI 对 β 的依赖关系, 当 β 值很大时, φ 趋于

* 国家高技术研究发展计划(批准号: CD050501) 和国家重点基础研究项目(批准号: G19990646-07) 资助的课题.

† 通讯联系人.

π , LI 趋于 $\phi_0/2$. 当 β 值很大时, 还存在 $\varphi > 2\pi$ 的多个其他自由能较大的解. 容易看出, 当 n 取其他值时, 相当于环中冻结了较高的磁通量, 因而也是自由

$6\beta > 0$. 当 β 值大于 3 时, 存在另一个自由能更低的解 (A 点), 当 β 值很大时, φ_1 趋于 π , A 点的自发磁化磁矩 $LI = \phi_0\beta\sin\varphi_1/2\pi \approx 3\phi_0/2$.

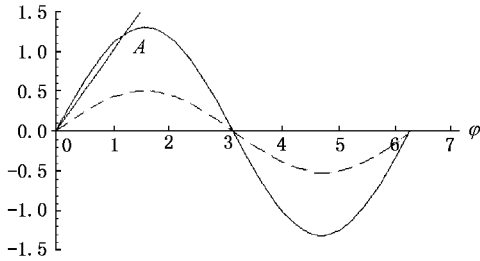


图 1 单结 π 环方程(1)的图解 ($n=0$) --- 为 $\beta=0.5$, — 为 $\beta=1.5$

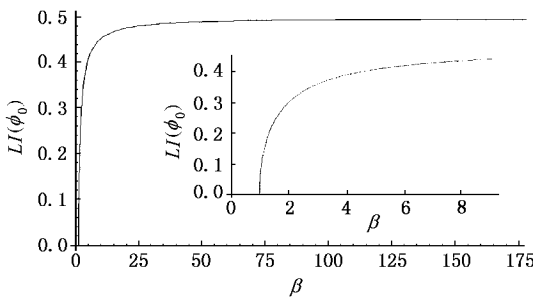
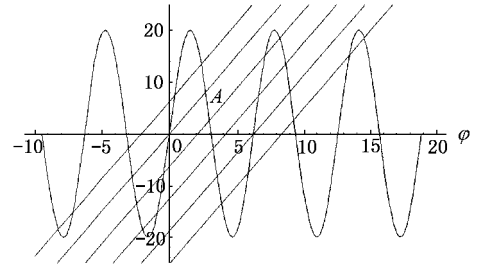
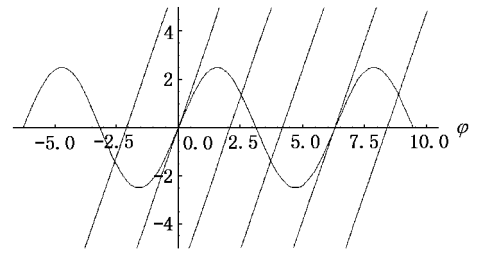


图 2 单结 π 环自发磁化磁通 LI 与 β 的关系



(a) $\beta=20$



(b) $\beta=2.5$

图 3 三结 π 环自发磁化磁通 LI 与 β 的关系 直线从左到右依次对应于 n 为 $-2, -1, 0, 1, 2, 3$

能更高的解.

3 三结 π 环

为了简单, 假设三个 Josephson 结具有相同的临界电流绝对值 I_c , 但其中只有一个结 (标为结 1) 是 π 结, 其他两个结 (2 和 3) 是普通结, 即 $I_{c1} = -I_c, I_{c2} = I_{c3} = I_c$. 此时的量子相位差方程表示为

$$\varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3 = \beta\sin\varphi_1 + 2n\pi, \quad (4)$$

$$I = -I_c\sin\varphi_1 = I_c\sin\varphi_2 = I_c\sin\varphi_3, \quad (5)$$

因而有

$$\varphi_2 = \varphi_3 = \varphi_1 - \pi, \quad (6)$$

(4) 式变为

$$3\varphi_1 - 2\pi = \beta\sin\varphi_1 + 2n\pi. \quad (7)$$

自由能为

$$f = \beta^2\sin^2\varphi_1 + 2\beta\cos\varphi_1 - 2\beta\cos\varphi_2 - 2\beta\cos\varphi_3. \quad (8)$$

方程(7)的图解见图 3, 很容易看出, $n = -1$ 时, $\varphi_1 = 0$ 是一个解, 此时 $\varphi_2 = \varphi_3 = -\pi$, 自由能 $f =$

当 $n=0$ 时, 即使 β 值趋于零, φ_1 也有一个解 $\varphi_1 \approx 2\pi/3$, 此时 $f \approx 3\beta^2/4 - 3\beta < 0$, 即虽然 β 值趋于零, 原则上讲也应发生自发磁化, 当 β 值很大时, φ_1 趋于 π . 自发磁化 $LI = \phi_0\beta\sin\varphi_1/2\pi$, 趋于 $\phi_0/2$. 图 4 给出按(7)式求解得到的 $n=0$ 时的自发磁化磁矩 LI 及系统自由能 f 与电感参数 β 关系的数值计算结果, 可以看出, 当 β 值增大时, LI 很快趋于饱和值.

容易证明, 对于 $n=1$, 可以得到另一个类似的解, 但自发磁化方向相反. 从图解中容易看出, 当 β 值很大时, 还可能其他解, n 为其他值时也有许多解, 他们都对应于自由能较大的解.

4 自发磁化与温度的关系

为了得到自发磁化磁矩 LI 与温度的关系, 必须知道结的临界电流 I_c 随温度的变化情况, 用以计算不同温度下的 β 值. 人们不能直接去测量 π 环中的临界电流, 为此本文借用已发表的高 T_c 双晶结 I_c-T 曲线^[5], 计算了三晶 π 环自发磁化磁矩 LI 与温度 T 的关系 (见图 5). 为了与 Tsuei 的实验对比, 计算中

利用他的数据 $L = 100\text{pH}$. 结的 I_c-T 关系利用文献 [5] 中的 $I/I_c-T/T_c$ 曲线, 并取 $T=0$ 时的临界电流 I_c 为 1.8mA . 这是 Tsuei 三晶结低温下 I_c 的典型值, 此时 $\beta \approx 546$, 结的 T_c 取 90K . 由图 5 可以看出, 当温

度从临界温度 T_c 开始下降时, 自发磁化磁矩 LI 很快上升, 并迅速趋于饱和值 $\phi_0/2$. 定性地说, 此结果与 Tsuei 的实验曲线一致. 在定量比较时, Tsuei 指出, 必须考虑磁场对超导薄膜和结穿透深度的影响, 实际测量到的磁通会与理论值有较大修正. 本文所计算的结果与 Tsuei 对磁场穿透进行了修正以后的计算曲线有很好的符合.

5 热涨落的影响

上节指出, 对于三结 π 环, β 值很小时就会发生自发磁化, 但上述的分析和计算中未考虑热涨落对实验观测结果的影响, 当温度接近于 T_c 时, 这一影响十分严重. Amlagaokar 和 Halperin^[6] 早就指出, 热涨落会使 Josephson 结的 $I-V$ 曲线圆拱化, 即流过结的电流 I 小于临界电流 I_c 时, 结上因热涨落位相滑移而产生电阻. 当结的 Josephson 耦合能与热能之比的无量纲参数 $\gamma = hI_c/2\pi ek_B T < 5$ 时, 结的 $I-V$ 曲线上将观察不到超流^[7]. 如果超导环中的 Josephson 结满足此条件, 则在超导环中很难维持长时间的位相相干状态, 因而也就不能观测到稳定的自发磁化. 对在很接近 T_c 时, I_c 很小, 如果近似取 $T \approx T_c$, 则 $\gamma = 5$ 对应于 $I_c = 9.4\mu\text{A}$, 此时 $\beta = 2\pi LI_c/\phi_0 = 2.85$. 即实验上当 T 下降到 T_c (90K) 时不会立即观察到自发磁化. 只有当温度下降到比 T_c 约低 1.5K , β 接近 3 时才能观察到稳定的自发磁化. Tsuei^[3] 的三晶 π 环自发磁化的温度关系(经过对穿透深度影响修正后的曲线)很清楚地表现出这一现象.

6 结 论

与单结 π 环不同, 多结 π 环在 β 值很小时就会产生自发磁化, 随 β 值的增大, 自发磁化磁矩很快趋于饱和值 $\phi_0/2$. 计算的 LI 与温度的依赖关系与 Tsuei 的三晶 π 环实验符合得很好.

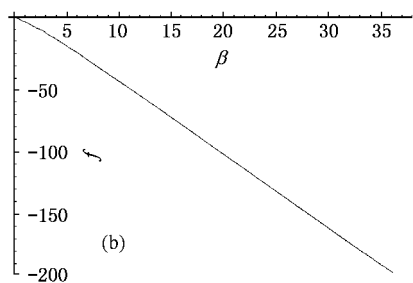
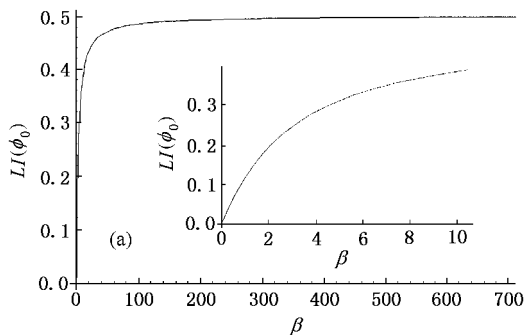


图 4 三结 π 环的自发磁化磁矩和总自由能与 β 的关系

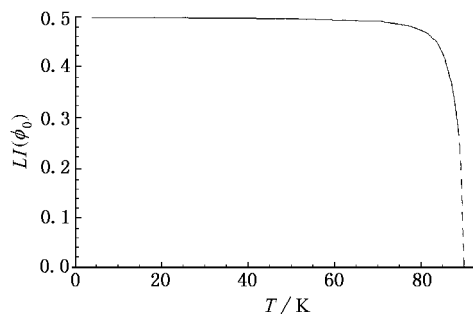


图 5 三结 π 环自发磁化磁矩与温度的关系. 虚线对应于因热涨落不能观测到稳定的自发磁化的区间

- [1] M. Sigrist, T. M. Rice, *J. Phys. Soc. Jap.*, **61**(1992), 4283.
 [2] C. C. Tsuei, J. R. Kirtley, C. C. Chi *et al.*, *Phys. Rev.*, **L73** (1994), 593; C. C. Tsuei, J. R. Kirtley, Z. F. Ren, J. H. Wang, M. Bhushan, *Science*, **271**(1996), 329.
 [3] J. R. Kirtley, C. C. Tsuei, K. A. Moler, *Science*, **285** (1999), 1373.

- [4] M. F. Bocko, A. M. Herr, M. J. Feldman, *IEEE Trans. on Appl. Supercond.*, **7**(2) (1997), 363.
 [5] B. Mayer, L. Alff, T. Trauble, R. Gross, P. Wagner, H. Adrian, *Appl. Phys. Lett.* **63**(1993), 996.
 [6] V. Amlagaokar, B. J. Halperin, *Phys. Rev.*, **L22** (1969), 1364.

- [7] A. Barone , G. Paterno , Physics and Applications of The Josephson Effect (John Wiley & Sons , Inc. , 1982).

SPONTANEOUS MAGNETIZATION IN HIGH- T_c SUPERCONDUCTING π RINGS^{*}

DENG PENG MENG SHU-CHAO WANG FU-REN XIE FEI-XIANG MA PING DAI YUAN-DONG

(*State Key Laboratory for Artificial Microstructures and Mesoscopic Physics , Department of Physics , Peking University , Beijing 100871 , China*)

(Received 24 May 2001 ; revised manuscript received 8 June 2001)

ABSTRACT

We analyzed and calculated the spontaneous magnetization in High- T_c superconducting $\text{YB}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-\delta}$ 1-junction and 3-junction rings which contained a π junction. We also deduced the temperature dependence of the spontaneous magnetization in 3-junction π ring. The theoretic results fit the experimental data fairly well.

Keywords : spontaneous magnetization , π junction , free energy

PACC : 7400 , 7475 , 7490

^{*} Project supported by the National High Technology Development Program of China (Grant No. CD050501) , and the State Key Program of Basic Research of China (Grant No. G19990646-07).