

混沌系统的时间延迟同步误差分析*

黄显高¹⁾²⁾ 徐健学¹⁾ 黄 伟³⁾ 朱甫臣⁴⁾

¹⁾ 西安交通大学建筑工程和力学学院, 西安 710049)

²⁾ 空军工程大学, 西安 710038)

³⁾ 西安电子科技大学通信学院, 西安 710071)

⁴⁾ 西南通信研究所, 成都 610041)

(2000 年 12 月 16 日收到, 2001 年 6 月 17 日收到修改稿)

对 Pecora 和 Carroll 的混沌自同步方案的延迟同步误差进行了研究. 在计算机上对 Lorenz 混沌系统伪装的延迟同步误差进行了模拟. 给定系统参数, 对应不同延迟时间, 得出了均方误差与采样步长的关系曲线. 给定系统参数和延迟时间, 对应不同采样步长, 得到了混沌时间序列的误差曲线. 给定采样步长, 对应不同的系统参数, 获得了混沌时间序列的尺度效应和均方误差与采样步长的关系曲线. 提出了减小延迟同步误差的一些方法, 得到一些对混沌同步和混沌控制应用有意义的结果.

关键词: 混沌同步, 时间同步, 误差分析

PACC: 0545, 0540

1 引 言

混沌系统的两个重要物理特性是它产生的信号具有宽带功率谱和对初值极端敏感, 使得混沌信号具有高度的随机性, 从而可用混沌信号伪装有用信息. 自从 1990 年美国海军研究室的 Pecora 和 Carroll 提出混沌自同步方案^[1-3]以来, 在国际上出现了利用混沌伪装或加密有用信息的研究热潮, 在众多杂志上以及各种会议都发表了有关混沌同步、混沌伪装及混沌加密的论文^[4-7]. 近几年, 国内也开始了这一方面的研究工作. 在物理学报等刊物上也发表了有关这一方面的论文^[8-10]. 到目前为止, 大多数论文都是在理想的情况下进行研究, 其中一些论文只是将混沌信号简单替代现代通信中的载波信号或替代加密体制中的密码序列. 由于离散混沌系统在有限精度的计算机上迭代可等效为一个有限自动机, 迭代出来的时间序列仍然是一个周期序列. 这样的混沌时间序列与利用线性反馈移位寄存器进行非线性组合前馈和步控或钟控而产生的伪随机序列的主要差别在于前者是十进制的伪随机序列, 而后者是二进制的伪随机序列. 而用连续混沌系统所产

生的混沌信号作为载波信号实现混沌保密通信, 目前还仅限于没有噪声和同步系统各支路没有延迟的理想情况下的研究. 在混沌保密通信的破译方面, Perez 和 Cerdeira^[11]提出不用同步的方法, 而是利用回归图 (return maps) 的方法, 提取简单混沌系统 (仅有一正性的 Lyapunov 指数) 产生的混沌信号伪装单一的正弦信号. 此后, 人们利用超混沌系统来进一步增加混沌信号的随机性, 使之不能利用回归图的方法达到破译的目的. Short^[12]利用预测的方法来破译混沌伪装, 但这种预测的方法要求被伪装的有用信号的幅度相对混沌信号的幅度很小 (语音信号与混沌信号的调制比为 -35dB, 方波信号与混沌信号的调制比为 -42dB). 对于实际的信道, 噪声与所传送的信号之比一般都大于 -35dB, 因此 Short 的破译混沌伪装方法也只适用于理想的情况. 我们从非线性动力学的理论着手研究混沌系统的时空尺度特性, 并利用小波变换具有突出信号时空局部特性和小波变换为线性变换的两个性质, 提出了利用小波多尺度分解算法实现混沌系统的噪声减缩和混沌伪装的破译^[13,14]. 证明了不论是简单的混沌系统还是超混沌系统的伪装, 不论伪装的有用信息是正弦信号还是语音信号, 只要混沌信号和伪装的有用信号

* 国家自然科学基金 (批准号: 10172094) 和国防科技重点实验室基金 (批准号: 51436) 资助的课题.

的时空尺度不同,就可以选择好小波基和调整好小波的时空尺度,从已调的混沌信号中分离混沌信号和有用信号,完成混沌伪装的破译。

混沌保密通信所涉及的一些问题已不属于传统通信的研究范畴,这些问题的解决有赖于混沌动力学理论和非线性信号处理(混沌系统的噪声减缩)的研究^[13-20]。比如同步问题:由于恒等同步是在理想(没有噪声和延迟)的情况下,在驱动混沌系统和响应混沌系统参数空间的相同点上才发生。因此,恒等同步的方案不能作为实际混沌通信的同步方案。对于现实的物理世界,信道具有噪声,混沌同步信号在传输过程中必然叠加上其他信号(包括直流、正弦信号、语音信号、白噪声和高斯噪声),要保证混沌系统之间的恒等同步是不可能的,因此对混沌同步信号上叠加其他信号对同步造成的影响必须有一个定量的分析(此研究将在 Chin. Phys. 杂志上发表)。在现代通信中,为了保证接收系统所产生的正弦信号与发射系统的正弦信号同步,不但要调频,而且还要调相。现有对混沌系统的相位同步研究^[19,20]不考虑混沌信号幅度的变化。不用类似 Pecora 和 Carrol 的混沌同步方案,而在现有混沌系统相位同步基础上完善混沌信号的幅度同步还有待于研究。同样,不用类似 Pecora 和 Carrol 的混沌同步方案,对于两混沌信号的幅度同步而相位不同步,实现它们的相位同步也是值得研究的问题。对于两个混沌信号的幅度变化规律相同而相位差很小(相位差远小于 $\pi/2$)时,是很难用相位来度量,因此我们可用延迟时间来度量。下面,我们从时间的角度来研究 Pecora 和 Carroll 的自同步方案中两支路的时间延迟对同步的影响,以此来说明 Oppenheim 的混沌伪装中的时间延迟同步误差造成接收端不可能精确恢复混沌伪装的有用信息。

2 模型与误差分析

Pecora 和 Carroll 提出的混沌自同步方案的简化原理图如图 1 所示。在发射端,没有语音信号 $m(t)$ 加在驱动混沌系统的状态变量 $x_1(t)$ 上,传送的混沌同步信号就等于驱动混沌系统的状态变量 $x_1(t)$ 。接收端接收到的混沌同步信号 $x_1(t)$ 后分两路:上一支路将接收到的混沌同步信号 $x_1(t)$ 直接传到加法器;下一支路将混沌同步信号 $x_1(t)$ 送到响应混沌系统的输入端强迫响应混沌系统按驱动混沌系统

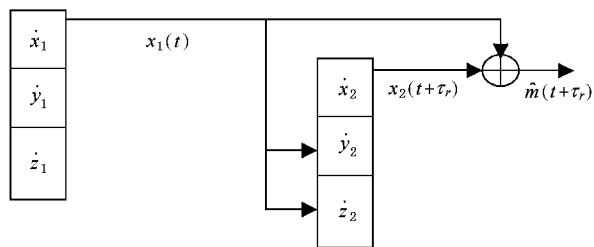


图 1 Pecora 和 Carroll 的混沌自同步方案的简化原理图

演化,使响应系统的输出状态变量 $x_2(t + \tau_r)$ 传到加法器。若加法器输出的误差信号等于零,说明两混沌系统同步。但我们用电路实现 Pecora 和 Carroll 的自同步方案时,发现加法器输出的误差信号不为零。造成驱动和响应混沌系统不同步的原因有两个方面:一方面是两混沌系统的参数有差别,这是两个不同性质的混沌系统,这样的两个混沌系统是不能达到同步的,因为两混沌系统输出完全不同的混沌信号,这方面的研究不属于本文讨论的内容。另一方面的原因是实际接收系统的下支路的响应混沌系统在演化时存在延时作用而造成下支路的混沌信号与上支路的混沌信号在时间上不同步。我们知道,产生正弦信号的两个系统同步是指两系统输出正弦信号的频率 f_1 和 f_2 、相位 φ_1 和 φ_2 及振幅 A_1 和 A_2 相同。其中频率 f_1 和 f_2 、相位 φ_1 和 φ_2 的相同是两正弦系统同步的决定因素。在接收端,为了实现本地振荡产生的信号与载波信号同步,必须进行调频和调相。调频实现本地振荡产生的信号波形与载波信号的波形变化一致,而调相实现本地振荡产生的信号波形与载波信号的波形有一个统一的时间参考点。混沌信号不能用频率 f 和相位 φ 来度量,但可以用信号波形与时间对应的参考点来度量。用接收的混沌同步信号来强迫响应混沌系统演化,使响应混沌系统按驱动系统的演化规律演化,这就等效于两正弦振荡的调频。而时间参考点的同步问题,在现有混沌同步的计算机模拟中,上支路的混沌同步时间序列和下支路中通过混沌同步时间序列作用响应混沌系统所产生的混沌时间序列都存储在计算机的内存中,加法器在实施两条支路的混沌时间序列的减法时,只是考虑两支路混沌时间序列的排列顺序而不考虑两支路混沌时间序列存储的时间差。因此,用 Pecora 和 Carroll 自同步方案在计算机模拟过程中是不会出现时间延迟同步的问题。但在实际电路实现中,各支路对信号都没有存储作用。在上支

路,同步信号直通加法器,而下支路,同步信号要强迫响应混沌系统按驱动混沌系统演化而输出混沌信号送到加法器,这一过程必然出现一个时间延时 $\Delta\tau = \tau_r$. 这就相当于两正弦信号的频率相同、幅度相同而相位不同(相位可等效为时间). 设上支路信号的传输时间为 τ_d ,响应混沌系统的演化时间为 τ_r ,下支路同样有上支路信号的传输时间,则下支路总的延迟时间为 $\tau_r + \tau_d$. 则在 $t + \tau_r + \tau_d$ 时刻,加法器输出的信号为 $\hat{m}(t + \tau_r + \tau_d) = x_1(t + \tau_r + \tau_d) - x_2(t + \tau_r + \tau_d)$,为了简化分析,设两支路的线路延迟 $\tau_d = 0$,则加法器输出的信号为 $\hat{m}(t + \tau_r) = x_1(t + \tau_r) - x_2(t + \tau_r)$. 假定响应混沌系统的演化规律与驱动混沌系统的演化规律相同,若响应混沌系统的演化时间 $\tau_r = 0$,接收混沌系统和发射混沌系统达到了同步. 如果响应混沌系统的演化时间 $\tau_r \neq 0$,两支路的混沌信号虽然演化规律相同,但在时间 $t + \tau_r$ 到达加法器的两支路混沌信号波形的时间参考点不一致,上支路混沌信号超前下支路混沌信号一个时间 τ_r ,两支路的实际同步时差为

$$\Delta\tau = \tau_r. \quad (1)$$

若用信号表示,有

$$x_1(t) = x_2(t + \tau_r). \quad (2)$$

这将使加法器输出的信号 $\hat{m}(t + \tau_r) \neq 0$,造成驱动系统和响应系统的同步误差. 这一延时同步误差可等效为两相同频率的正弦振荡的相位差

$$\Delta\varphi = \omega(t + \tau_r) - \omega\Delta\tau. \quad (3)$$

为使分析与计算机模拟一致,采用离散的时间 k 代替连续的时间 t ,离散时差 Δk 代替连续时差 Δt . 两混沌系统同步时差为 Δk 时,造成加法器输出信号的均方误差定义为

$$\begin{aligned} E_{\Delta k} &= \sqrt{\frac{1}{K} \sum_k (x_1(k) - x_2(k))^2} \\ &= \sqrt{\frac{1}{K} \sum_k \hat{m}(k)^2}, \end{aligned} \quad (4)$$

式中 K 为总的采样点数.

混沌信号 $x_1(k)$ 或 $x_2(k)$ 与误差信号 $\hat{m}(k)$ 的相对误差定义为

$$\text{SNR} = 10 \log \left(\frac{\sum_k (\hat{m}(k) - E_n)^2}{\sum_k (x_1(k) - q_0)^2} \right) \text{dB}, \quad (5)$$

式中 q_0 为 $x_1(k)$ 的均值, E_n 为 $\hat{m}(k)$ 的均值.

3 数值模拟与讨论

Lorenz 混沌系统的数学模型为

$$\begin{cases} \dot{x} = \sigma(y - x), \\ \dot{y} = \gamma x - y - xz, \\ \dot{z} = xy - bz. \end{cases} \quad (6)$$

在参数为 $\sigma = 10$, $\gamma = 28$, $b = 8/3$ 的条件下,系统处于混沌状态. 我们以 Oppenheim 等^[4]的混沌伪装中图 2(a) 的模拟混沌信号为例来讨论时间同步的误差问题. 假定语音信号的采样频率为 48,000 次/s (Windows 98 中录音的最高采样频率). 在相同时间间隔内,混沌信号的采样点数应与语音信号的采样点数相同. 可以推算出文献[4]中图 2(a) 显示在 0—0.05 s 的时间间隔内电路产生的模拟混沌信号的采样点数为 2,400 个. 采用我们研究的算法,迭代步长取 0.01 时,重现的时间序列总点数为 2,404,如图 3(b) 中的 $x_1(k)$ 所示. 我们扩展到 2,500 个采样点,以便 MATLAB 语言在 2,500 个采样点使图形能在整个横坐标轴上显示. 将幅度缩小到十分之一并与文献[4]中图 2(a) 电路产生的模拟混沌信号进行比较. 除横坐标的刻度不同外(可以将采样点换算成时间),两波形具有完全相同的变化规律,说明我们在计算机上选取迭代步长 0.01 进行数字模拟的波形与 Oppenheim 的电路实验的波形是一致的. 多余的四个步长可认为是两边截取信号时的误差.

模拟时将重现的混沌时间序列从 2,500 扩展到 5,000 个采样点(再增加采样点,均方误差曲线没有多大的变化),在保证 Lorenz 系统处混沌状态的前提

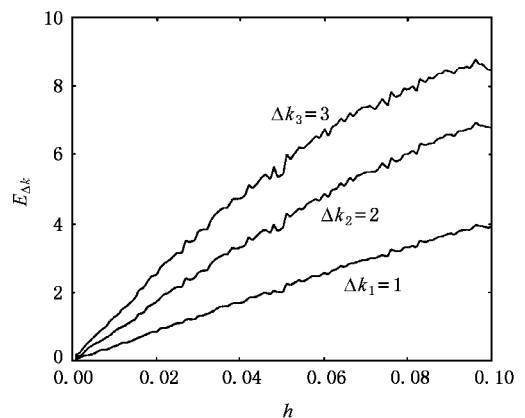
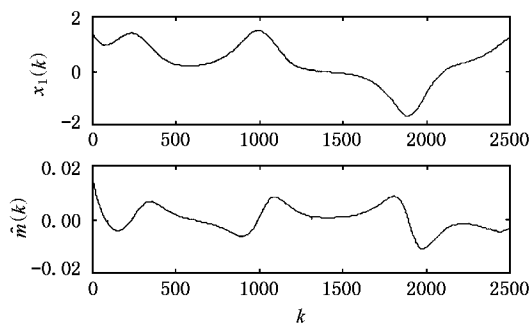
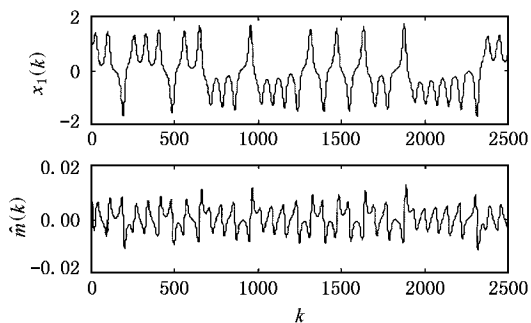
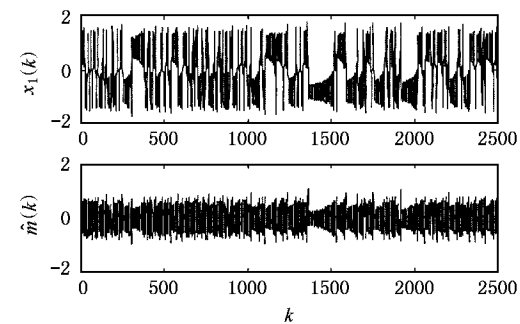


图 2 给定系统参数对应不同时差的同步均方误差与步长的关系曲线

(a) 为迭代步长为 $h = 0.001$ 时(b) 为迭代步长 $h = 0.01$ 时(c) 为迭代步长 $h = 0.1$ 时图3 给定系统参数和延时 $\Delta\tau = 20.8 \times 10^{-6}$ ($\Delta k = 1$) 对应不同迭代步长的同步误差时序图

下,取采样步长 h 的变化范围在 0.001 到 0.1 共 100 个不同的步长,分别用三个时差 $\Delta k_1 = 1$, $\Delta k_2 = 2$, $\Delta k_3 = 3$ ($\Delta k = 0$ 时, $\hat{m}(k) = 0$, 两混沌系统没有时间同步误差),对应的连续时差为 $\Delta\tau_1 = 1/48000 = 20.8 \times 10^{-6}$ s, $\Delta\tau_2 = 41.6 \times 10^{-6}$ s, $\Delta\tau_3 = 62.4 \times 3 \times 10^{-6}$ s 进行模拟, $\Delta k_1 = 1$ 就意味着 $x_1(k)$ 与 $x_2(k)$ 相差一个采样点.按(4)式计算,得出图 2 中的三条曲线.从图 2 可知,两混沌信号的时差越大,两混沌系统的同步均方误差也越大,在相同时差的情况下,迭代步长越大(采样频率越小),两混沌系统的同步均方误

也越大.图 3 表示了采样点为 2 500 个,时差 $\Delta\tau = 1$,分别对应三个不同的迭代步长所对应的同步误差曲线($\hat{m}(k+1) = x_1(k) - x_2(k+1)$).图 3(a)表示的是迭代步长为 0.001,在 2 500 个采样点内两混沌时间序列的误差曲线.从纵坐标可以看出,误差信号是很小的,误差信号与混沌信号的相对误差达 $\text{SNR} = -44.869$ dB.这是因为在较小的尺度(步长为 0.001)下迭代出来的时间序列,相邻迭代值的变化很小.即使两混沌信号在时间上差几个迭代值,对加法器的输出都没有多大影响.图 3(b)正好是文献[4]所用的混沌信号,它的迭代步长为 0.01,在最小时差 $\Delta k = 1$ 时的输出误差曲线,误差信号与混沌信号的比率 $\text{SNR} = -25.217$ dB.而该文献提出的混沌伪装方案给出的语音信号与混沌信号的比率 $\text{SNR} \approx -20$ dB.由此可知,同步误差已经不能忽略.图 3(c)是时差 $\Delta k = 1$,迭代步长为 0.1 时的情况.步长为 0.1 时迭代出来的时间序列的相关性已接近离散混沌系统迭代出来的时间序列的相关性,即使是最小的时差($\Delta k = 1$),两混沌信号的同步误差信号与混沌信号已在同一个数量级(波形不同,但纵坐标的尺度相同).可见,混沌延迟同步误差对采样步长是非常敏感的.

图 4(a)(b)和(c)分别表示 Lorenz 混沌系统在这样的采样步长 $h = 0.01$ (采样频率为 100 Hz),同样的初始条件 $x(1) = -13.75$, $y(1) = -6.040$, $z(1) = 40.58$ 的条件下,分别对应三组参数: $\sigma = 16$, $\gamma = 45$, $b = 4$ (对应的 Lyapunov 指数: 2.160, 0.005, -32.68); $\sigma = 13$, $\gamma = 30$, $b = 3.2$ (对应的 Lyapunov 指数: 1.691, -0.056, -26.66); $\sigma = 10$, $\gamma = 28$, $b = 8/3$ (对应的 Lyapunov 指数: 1.222, -0.009, -21.02) 时混沌系统的状态变量 $x(k)$ 的波形图.图 5 表示在相同延迟 $\Delta k_2 = 2$ 时对应上述三组不同参数的同步均方误差与步长 h 的关系曲线.从图 4 和图 5 可以看出,在同样 2500 个数据窗观察,相对小的参数,观察波形的尺度缩小时,混沌信号将表现为慢变化的信号(如图 4(c)所示),延迟同步误差减小(如图 5 中的曲线 c).反之,观察波形的尺度增大,混沌信号将表现为快变化的信号(如图 4(a)所示),延迟同步误差增大(如图 5 中的曲线 a).图 5 还表明,曲线 a 的采样步长 $h > 0.065$ 时,系统已退出混沌状态;曲线 b 的采样步长 $h > 0.086$ 时,系统也退出了混沌状态.

我们可以从两个方面来减小延迟同步误差:一

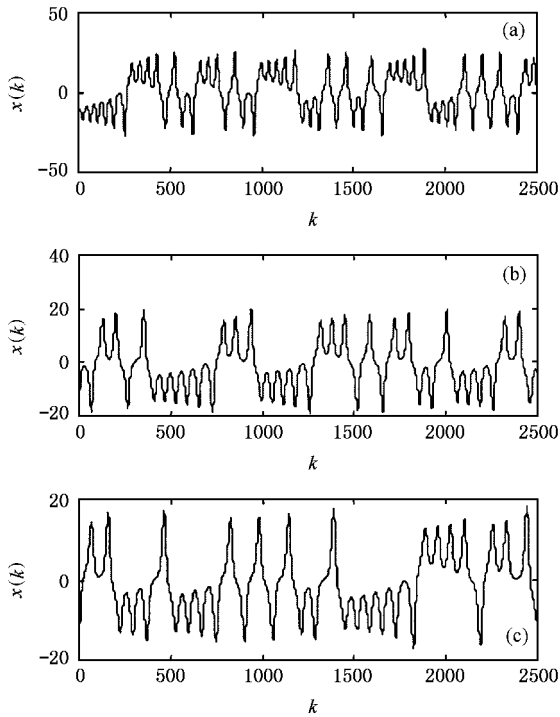


图4 给定采样步长 $h = 0.01$ 对应不同参数时状态变量 $x(t)$ 波形的尺度效应 (a)为参数 $\sigma = 16, \gamma = 45, b = 4$ 时 (b)为参数 $\sigma = 13, \gamma = 30, b = 3.2$ 时 (c)为参数 $\sigma = 10, \gamma = 28, b = 8/3$ 时

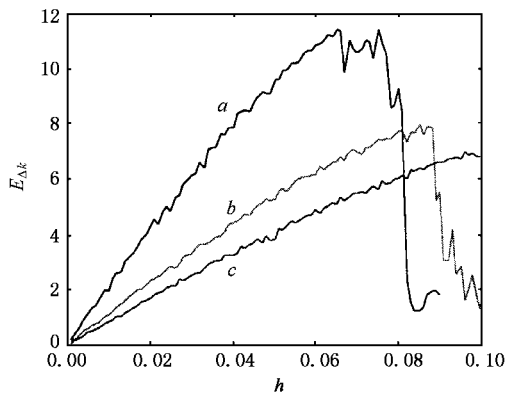


图5 给定延迟 $\Delta k_2 = 2$ 和参数的同步均方差与步长的关系曲线 曲线 a 对应参数 $\sigma = 16, \gamma = 45, b = 4$, 曲线 b 对应参数 $\sigma = 13, \gamma = 30, b = 3.2$, 曲线 c 对应参数 $\sigma = 10, \gamma = 28, b = 8/3$.

方面是要求在电路设计时,调整所使用的元器件,尽量减少混沌系统的演化时间,保证在没有信号输入时,加法器输出的延迟同步误差信号能在允许的范围内.如果还不能满足误差的要求,可在接收系统的上一支路中增加一个可调节的延时系统(如延迟线).调节延时系统的延迟时间 τ_{ys} ,使时差 $\Delta\tau = \tau$,

$-\tau_{ys} \approx 0$. 从而可使两混沌系统达到最佳的时间同步状态.减小延迟同步误差的另一途径调整混沌电路的参数 σ, γ 和 b . 从图4和图5可知,在保证系统处在混沌状态的情况下,可适当选择系统的参数和采样频率,使之将延迟同步误差限制在允许的范围内.虽然减小系统的参数可以减小混沌延迟同步误差,但这意味着在给定的采样频率,混沌系统输出的时间序列变化更加缓慢,在总的 K 个数据窗中,在小尺度下观察混沌信号,混沌信号所表达的信息量就更少.在慢变化的混沌信号上叠加快变的语音信号就意味着用少量信息的混沌信号伪装大量信息的语音信号,这对收听已调信号 $s(k)$ 中的语音信号丝毫没有影响,混沌伪装已失去了意义.我们在计算机上用 MATLAB 语言模拟 Oppenheim 提出的混沌伪装方案,用迭代步长为 0.01 的混沌信号(图3(b)中的 $x_1(k)$ 重现 Oppenheim 所用的信号)伪装采样率为 48000 次/s 的语音信号,用调制比为 $\text{SNR} = 20.635\text{dB}$ 将语音信号调制混沌信号,再用 Matlab 语言的 sound 命令将已调信号 $s(k)$ 送入喇叭,虽然有混沌噪声的影响,但我们完全能听清楚语音.说明慢变化的大幅度的混沌信号不影响快变化的小幅度的语音信号的听觉效果.只有将迭代步长增加到 $h = 0.1$ 时的大尺度的混沌信号进行伪装,混沌信号才影响到语音信号的听觉效果.采用迭代步长为 $h = 0.1$ 时的混沌时间序列伪装语音信号,时差 $\Delta k = 1$ 时,同步提取的信号 $\hat{m}(k)$ 中监听语音信号的效果与在已调信号 $s(k)$ 中监听语音信号的效果差不多.说明减小时间同步误差和提高混沌伪装的保密性能是相互矛盾的.

4 结 论

对于混沌同步的研究不仅在通信方面有应用价值,而且在理解非线性系统的基本特征,混沌时间序列分析,非线性系统的建模^[21]和神经系统对信息处理的整合作用^[22]以及自然界的生物链^[23]等方面的研究都将起到重要作用.本文用数值模拟的方法模拟了响应混沌系统存在演化时间使两混沌系统不同步而产生延迟同步误差,得到有意义的结果.通过本文的研究,使我们认识到在混沌伪装中不能精确提取伪装信息的一种原因(另一种原因是在混沌同步信号上叠加语音信号,响应混沌系统对叠加在混沌同步信号上语音信号有敏感作用而造成两混沌系

统的同步误差)。这对混沌同步和混沌控制的应用是有意义的。比如,由于同步和控制是同一理论中的两个不同的表现形式,因此,本文的研究结果表明,在混沌系统的控制设计中,必须考虑时差和所采用混沌信号的尺度(采样频率)对控制目标造成的影响。在采用小尺度的混沌信号时,可能表现不出时差的影响。当采用大尺度的混沌信号时,由于时差的影响,可能造成系统不能实现目标控制。从图 5 的曲线 *a* 和曲线 *b* 的同步均方误差与步长的关系

曲线还说明一混沌系统的一个重要性质:一个系统处在混沌状态时,系统的轨线具有最大的随机性。这种随机性表现在两个方面:一是系统处在混沌状态时,其轨线相对系统处于非混沌状态时的轨线变化要快;二是系统处在混沌状态时,其轨线具有遍历性,即任意给定初始条件所决定的一条轨线将会探访系统的整个有界部分(即系统处在混沌状态时,工作区最大)。

- [1] L. M. Pecora, T. L. Carroll, *Phys. Rev. Lett.*, **64**(1990), 821.
- [2] T. L. Carroll, L. M. Pecora, *IEEE Trans., Circuits Syst.*, **38**(1991), 453.
- [3] L. M. Pecora, T. L. Carroll, *Phys. Rev.*, **A44**(1991), 2374.
- [4] A. V. Oppenheim *et al.*, *IEEE Trans., Circuits Syst.*, **40**(1993), 626.
- [5] R. Matthews, *Ryptologia*, **13**(1989), 2.
- [6] H. D. Dedieu, M. P. Kennedy, M. Hasler, *IEEE Trans., Circuits Syst.*, **10**(1993), 693.
- [7] M. V. Korzinova, V. V. Matrosov, V. D. Shalfeev, *Int. J. Bifurc. Chaos*, **5**(1999), 963.
- [8] X. G. Huang *et al.*, *J. Xi'an Jiaotong Univer.*, **33**(1999), 55 (in Chinese)[黄显高等,西安交通大学学报,33(1999),55].
- [9] J. C. Feng *et al.*, *Acta Commun.*, **19**(1998), 76 (in Chinese)[冯久超等,通信学报,19(1998),76].
- [10] H. Zhou *et al.*, *Acta Electr. Sin.*, **25**(1997), 57 (in Chinese)[周红等,电子学报,25(1997),57].
- [11] Gabriel, Perez, Hilda A. Cerdeira, *Phys. Rev. Lett.*, **13**(1995), 1970.
- [12] K. M. Short, *Int. J. Bifurc. Chaos*, **14**(1994), 959.
- [13] X. G. Huang *et al.*, *Acta Phys. Sin.*, **48**(1999), 1810 (in Chinese)[黄显高等,物理学报,48(1999),1810].
- [14] X. G. Huang *et al.*, *Int. J. Bifurc. Chaos*, **11**(2001), 561.
- [15] J. Yuan, X. C. Xiao, *Acta Phys. Sin.*, **46**(1997), 1300 (in Chinese)[袁坚,肖先赐,物理学报,46(1997),1300].
- [16] D. H. He, J. X. Xu, Y. H. Chen, *Acta Phys. Sin.*, **48**(1999), 1611 (in Chinese)[何岱海等,物理学报,48(1999),1611].
- [17] J. F. Gao *et al.*, *Acta Phys. Sin.*, **48**(1999), 1618 (in Chinese)[高金峰等,物理学报,48(1999),1618].
- [18] M. G. Rosenblum, A. S. Pikovsky, J. Kurths, *Phys. Rev. Lett.*, **76**(1996), 1804.
- [19] Z. Zheng *et al.*, *Acta Phys. Sin.*, **49**(2000), 2320 (in Chinese)[郑志刚等,物理学报,49(2000),2320].
- [20] S. Q. Zhu, X. Lu, *Chin. Phys.*, **9**(2000), 337.
- [21] U. Parlitz, *Phys. Rev. Lett.*, **76**(1996), 1232.
- [22] A. Riehle *et al.*, *Science*, **12**(1997), 1950.
- [23] B. Blasius, A. Huppert, L. Stone, *Nature*, **5**(1999), 354.

ERROR ANALYSIS FOR DELAY SYNCHRONIZATION OF CHAOTIC SYSTEM^{*}

HUANG XIAN-GAO^{1,2)} XU JIAN-XUE¹⁾ HUANG WEI³⁾ ZHU FU-CHEN⁴⁾

¹⁾*(School of Architectural Engineering and Mechanics , Xi'an Jiaotong University , Xi'an 710049 , China)*

²⁾*(The Air Force University of Engineering , Xi'an 710038 , China)*

³⁾*(School of Telecommunication Engineering , Xidian University , Xi'an 710071 , China)*

⁴⁾*(Southwest Communication Institute , Chengdu 610041 , China)*

(Received 16 December 2000 ; revised manuscript received 17 June 2001)

ABSTRACT

We analyzed the delay synchronization errors in Pecora and Carrolls' chaotic self-synchronizing scheme. The delay synchronization errors are simulated using the masking scheme of Lorenz chaotic system on computer. Given system parameters, the relational curves of the mean - square error vs sampling step length are presented for different delay time. Given system parameters and delay time, the error curves of chaotic time series are given for different sampling step lengths. Given sampling step lengths, the scale changes of chaotic time series are obtained for different system parameters. And given delay time, the relational curves of mean - square error vs sampling step length are shown for different system parameters. Then some ways of decreasing the delay synchronization errors are proposed. Some new results obtained in this paper are useful for practical applications of chaos synchronization and chaos control.

Keywords : chaos synchronization , delay synchronization , error analysis

PACC : 0545 ; 0540

^{*} Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 10172094) and by the Foundation of the National Defence Science and Technology Key Laboratory (Grant No. 51436).