第 50 卷 第 12 期 2001 年 12 月
1000-3290/2001/50(12)/2335-06

物 理 学 报
ACTA PHYSICA SINICA

Vol.50,No.12,December,2001

二能级系统的布居囚禁现象*

龙德顺 宁西京†

(复旦大学现代物理研究所,上海 200433)

(2001 年 5 月 30 日收到;2001 年 7 月 10 日收到修改稿)

采用缀饰原子模型,以解析方式研究了二能级系统布居囚禁现象,给出了实现布居囚禁现象的条件,并通过解析公式计算演示了各种条件下布居囚禁的不同行为.所有的解析计算都与数值计算结果相一致.

关键词:布居囚禁,二能级系统

PACC:3280B

1 引 言

对于多能级量子体系,如何把基态粒子数布居抽运到期望的高激态,是科学家一直感兴趣的课题[1].在激光分离同位素或单原子检测过程中,人们希望把基态布居最有效地抽运到某一自电离态;在研究分子态-态反应动力学时,需要制备处于特定激发态的分子,等等.最近,在有机合成金属领域[2],孙鑫等[3]发现双激子可能具有负的极化率.这是一种有趣的新现象,但在实验上验证该理论的困难在于要能够激发足够多的处于特定激发态(双激子态)的有机分子.

利用激光场驱动多能级量子体系,可获得激发态的粒子数布居.但在通常条件下,由于布居数的 Rabi 振荡,不可能在长时间内使全部粒子布居于某一个特定的能态.近来,有关布居囚禁现象的研究,提供了解决这一问题的途径.比如在激光分离同位素研究中,可以通过破坏或利用布居囚禁态来提高光抽运的效率[4].到目前为止,关于多能级系统的布居囚禁现象,人们已经进行了广泛细致的研究[1,5,6],而研究二能级系统布居囚禁现象的工作尚不足.1988 年 Meystre 等[7]关于光子囚禁态的研究最早预示了二能级原子的布居囚禁现象.1994 年 Agarwal 等[8]提出利用调频半经典光场实现二能级体系布居囚禁现象的方法,并在场强稳定的条件下给出了若干数值结果.但该工作仅限于在裸原子表象的一些粗略分析,尚未给出明晰的物理"图景",有许多实质性问题需要进一步深入研究.

本文采用缀饰原子模型,以解析理论方式系统地分析了形成二能级布居囚禁现象的条件,得到一系列新的布居囚禁现象,并得出了决定其行为的参数.最后探讨了实验上实现二能级布居囚禁的方法.

2 解析理论

2.1 一般描述

使用调频光场有可能实现二能级系统布居囚禁现象.所谓调频光场是指载波频率围绕中心频率波动的光场.例如,可以利用压电陶瓷改变激光腔长来实现下式描述的余弦调频光场:

$$E(t) = E_0(t)\cos[\omega_0 t + M\sin(\omega_m t + \varphi_0)]. \tag{1}$$

激光场的"瞬时频率"是(1)式中余弦括号内的相位项对时间的微分:$\omega_0 + M\omega_m\cos(\omega_m t + \varphi_0)$,因此 ω_0 是调频激光的中心频率,$M\omega_m$ 是频率调制的幅度,ω_m 和 φ_0 分别是频率调制的频率及初相位.

若光场中心频率 ω_0 与二能级系统 Bohr 频率一致,则相互作用 Hamiltonian 为

$$H = \hbar g(t)\begin{pmatrix} 0 & e^{i\Phi(t)} \\ e^{-i\Phi(t)} & 0 \end{pmatrix}, \tag{2}$$

其中 $\Phi(t) = M\sin(\omega_m t + \varphi_0)$,而 $g(t)$ 是 Rabi 频率的二分之一.为了分析简单起见,在下面的分析计算中 $g(t)$ 取为常量.实际上,即使 Rabi 频率 $g(t)$ 是时

* "中路-波尔"奖学金资助的课题.

† 通讯联系人,E-mail:xjning@fudan.edu.cn

间的显函数,对后面的解析推导也没有本质影响.对(2)式作贝塞耳展开后成为:

$$H = \hbar g \sum_{k=-\infty}^{\infty} \mathrm{e}^{\mathrm{i}k\omega_m t} \mathrm{J}_k(M) S^+ + H.c., \quad (3)$$

其中 $S^+ = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$.若将 M 取为零阶贝塞耳函数的某阶零点 $\mathrm{J}_0(M) = 0$,则(3)式只留下高速振荡部分.由贝塞耳函数的性质 $\mathrm{J}_{-k}(Z) = (-1)^k \mathrm{J}_k(Z)$ 可知,仅当 $t = (2j+1)\frac{\pi}{2\omega_m}$ 时(j 为整数),(3)式才显著不为零,故而其他时间系统布居应没有显著变化,即实现了布居囚禁现象.

2.2 解析分析

假设二能级系统的上下能态分别表示为 $|b\rangle$, $|a\rangle$,光场处于 Fock 态 $|n\rangle$.未耦合表象下 $\{|b\rangle|n\rangle, |a\rangle|n-1\rangle\}$,Hamiltonian 表示为

$$H = \hbar \begin{pmatrix} 0 & g \\ g & \Delta + M\omega_m \cos(\omega_m t + \varphi_0) \end{pmatrix}, \quad (4)$$

其中 Δ 是光场中心频率 ω_0 与二能级系统 Bohr 频率 γ_0 的失谐量 $\Delta = \omega_0 - \gamma_0$. Hamiltonian(4)式的本征值为

$$E_{1,2} = \frac{1}{2}\Big\{\Delta + M\omega_m \cos(\omega_m t + \varphi_0) \pm \sqrt{(\Delta + M\omega_m \cos(\omega_m t + \varphi_0))^2 + 4g^2}\Big\}, \quad (5)$$

相应的本征态为

$$|\varphi_{1,2}\rangle = \frac{g}{(E_{1,2}^2 + g^2)^{1/2}} |b\rangle|n\rangle + \frac{E_{1,2}}{(E_{1,2}^2 + g^2)^{1/2}} |a\rangle|n-1\rangle. \quad (6)$$

将系统的波函数描写为

$$|\Psi(t)\rangle = C_1 F_1 |\varphi_1\rangle + C_2 F_2 |\varphi_2\rangle, \quad (7)$$

其中 $F_{1,2} = \exp\left[-\mathrm{i}\int_0^t E_{1,2}(\theta)\mathrm{d}\theta\right]$.一般情况下,$C_{1,2}$ 随时间变化,将(7)式带入薛定谔方程可得到

$$\dot{C}_1 F_1 |\varphi_1\rangle + C_1 F_1 |\dot{\varphi}_1\rangle + \dot{C}_2 F_2 |\varphi_2\rangle + C_2 F_2 |\dot{\varphi}_2\rangle = 0. \quad (8)$$

用 $\langle\varphi_{1,2}|$ 分别左乘(8)式得到

$$\dot{C}_{1,2} + \langle\varphi_{1,2}|\dot{\varphi}_{2,1}\rangle C_{2,1} F_{2,1}/F_{1,2} = 0. \quad (9)$$

又因为 $H|\varphi_{1,2}\rangle = E_{1,2}|\varphi_{1,2}\rangle$,故有

$$\dot{H}|\varphi_{1,2}\rangle + H|\dot{\varphi}_{1,2}\rangle = \dot{E}_{1,2}|\varphi_{1,2}\rangle + E_{1,2}|\dot{\varphi}_{1,2}\rangle. \quad (10)$$

用 $\langle\varphi_{2,1}|$ 分别左乘(10)式,得到

$$\langle\varphi_{2,1}|\dot{\varphi}_{1,2}\rangle = \mp\frac{\langle\varphi_{2,1}|\dot{H}|\varphi_{1,2}\rangle}{E_{2,1} - E_{1,2}}. \quad (11)$$

注意到 $|\varphi_{1,2}\rangle$ 展开系数都是实数[(6)式],有

$$\langle\varphi_2|\dot{H}|\varphi_1\rangle = \langle\varphi_1|\dot{H}|\varphi_2\rangle,$$

于是

$$\langle\varphi_2|\dot{\varphi}_1\rangle = -\langle\varphi_1|\dot{\varphi}_2\rangle = \frac{\langle\varphi_1|\dot{H}|\varphi_2\rangle}{E_2 - E_1}. \quad (12)$$

考虑任意一较短的时间间隔,由(9)式可以求得系数 $C_{1,2}$ 的改变值不超过:

$$\Delta C_{1,2} \approx \frac{C_{2,1}^0}{\mathrm{i}(E_{2,1} - E_{1,2})}\langle\varphi_{1,2}|\dot{\varphi}_{2,1}\rangle \times \left[\mathrm{e}^{\mathrm{i}(E_{2,1}-E_{1,2})t} - \mathrm{e}^{-\mathrm{i}(E_{2,1}-E_{1,2})t_0}\right]. \quad (13)$$

将(12)式代入(13)式,可以看到,只要 $\frac{\langle\varphi_1|\dot{H}|\varphi_2\rangle}{E_2 - E_1} \ll 1$,$\Delta C_{1,2}$ 即可以忽略不计.由于当 $t = (2j+1)\frac{\pi}{2\omega_m}$ 时 $E_2 - E_1$ 取最小值,同时 $|\dot{H}|$ 取最大值,由(4)—(6)式得到此时 $\langle\varphi_1|\dot{H}|\varphi_2\rangle = \frac{M\omega_m^2}{2}$.所以当绝热条件

$$\frac{M\omega_m^2}{2g^2} \ll 1 \quad (14)$$

满足时,$C_{1,2}$ 可由初始条件确定为实数且在作用过程中近似保持不变.

从(7)式出发推导出两个能级上的瞬时布居数为

$$P_a = |\langle a|\Psi\rangle|^2 = \frac{C_1^2 E_1^2}{E_1^2 + g^2} + \frac{C_2^2 E_2^2}{E_2^2 + g^2} + F,$$

$$P_b = |\langle b|\Psi\rangle|^2 = \frac{C_1^2 g^2}{E_1^2 + g^2} + \frac{C_2^2 + g^2}{E_2^2 + g^2} + F, \quad (15)$$

其中 $F = 2C_1C_2\frac{E_1E_2}{\sqrt{(E_1^2 + g^2)(E_2^2 + g^2)}}\cos\left[\int_0^t (E_2 - E_1)\mathrm{d}\theta\right]$.虽然绝热条件满足时,$C_{1,2}$ 在作用过程中保持不变,但一般情况下,F 仍然是快速振荡之源,可能会破坏布居囚禁.比如,当 $g \gg M\omega_m$ 时,$E_2 - E_1 \approx -2g$,F 以 Rabi 频率振荡.为了降低 F 的作用,若取 $C_{1,2}$ 当中一个为零,则 F 贡献为零,但一般情况下无法要求 $C_{1,2}$ 当中一个刚好为零[参见(6)式].所以为了实现布居慢变,我们要求

$$M\omega_m \gg g, \quad (16)$$

以使 $\frac{E_1E_2}{\sqrt{(E_1^2 + g^2)(E_2^2 + g^2)}} \ll 1$,从而保证 F 的幅度

远小于‘1’.由于(16)式保证了系统布居的慢变不被破坏,因而称为慢变条件.

总之,(14)与(16)式分别从绝热与慢变两个方面保证体系稳定地处于布居囚禁状态上,而 $J_0(M)=0$ 是产生囚禁的必要条件.

3　囚禁现象分析

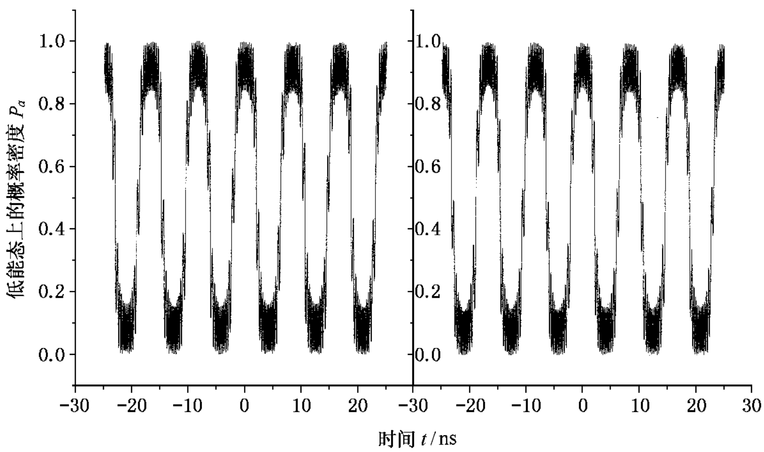
下面在不同的条件下系统地探讨布居囚禁状态的各种情形(假设体系初态处于低能级态 $|a\rangle$).

3.1　无失谐($\omega_0=\gamma_0$)、初相位 $\varphi_0=0$

取贝塞耳函数第十阶零点作为频率调制指数,即 $M=30.63$,取 Rabi 频率 $2g=10(10^9\,\mathrm{Hz})$,以及 $\omega_m=0.75(10^9\,\mathrm{Hz})$.这时 $M\omega_m/g=4.6$,$\dfrac{M\omega_m^2}{2g^2}=0.34$,在考察范围内大致满足慢变条件(16)式及绝热条件(14)式.图 1 左边是由(15)式计算出的布居演化过程,而右边是数值求解含时薛定谔方程给出的相应结果.可以看出,两者非常接近.

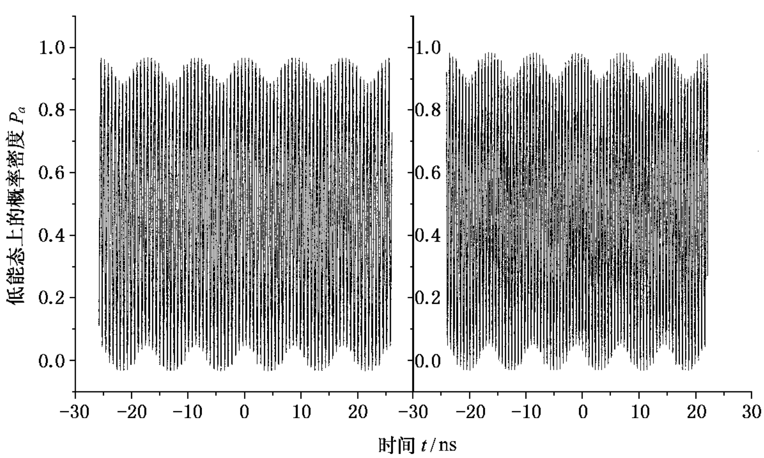
如果不加频率调制,同样强度的激光场所引起的 Rabi 振荡周期应为 0.63ns,在图 1 所示的(0,10)ns 时间区间内可以振荡 16 次.然而使用调频光场后在同一区间只振荡了一次,系统布居大部分时间内被囚禁在上能级或下能级,这就是布居囚禁现象.图 1 所示的局部还有小的振荡,这是 Rabi 振荡被抑制不完全所留下的一些残留痕迹[即(15)式中 F 项引起的振荡].

图 2 给出了当慢变条件不满足的时候的情形.其他参数不变,取 $M=4$,这时解析计算与数值计算仍然符合良好,但布居囚禁现象消失.



(a)为解析结果　　(b)为数值计算结果

图 1　无失谐、无相差时二能级体系与光场作用布居演化过程($M=30.63$,$g=5(10^9\,\mathrm{Hz})$,$\omega_m=0.75(10^9\,\mathrm{Hz})$)



(a)为解析结果　　(b)为数值计算结果

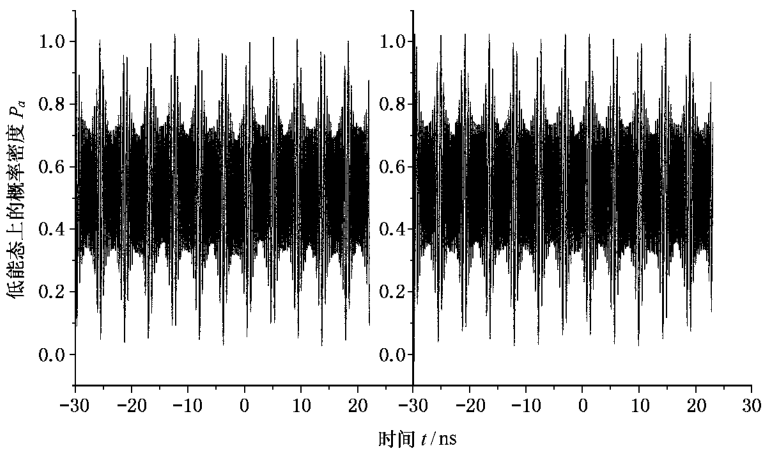
图 2　无失谐、无相差时二能级体系与光场作用布居演化过程,慢变条件被破坏($M=4$,$g=5(10^9\,\mathrm{Hz})$,$\omega_m=0.75(10^9\,\mathrm{Hz})$)

从图 2 可以看到，图 1 中的局部振荡被放大成为主要的振荡，这是由于慢变条件被破坏引起(15)式中的 F 项被放大．而 F 项是快速振荡之源，从而导致布居囚禁被破坏．

3.2 无失谐($\omega_0 = \gamma_0$)、初相位 $\varphi_0 = \pi/2$

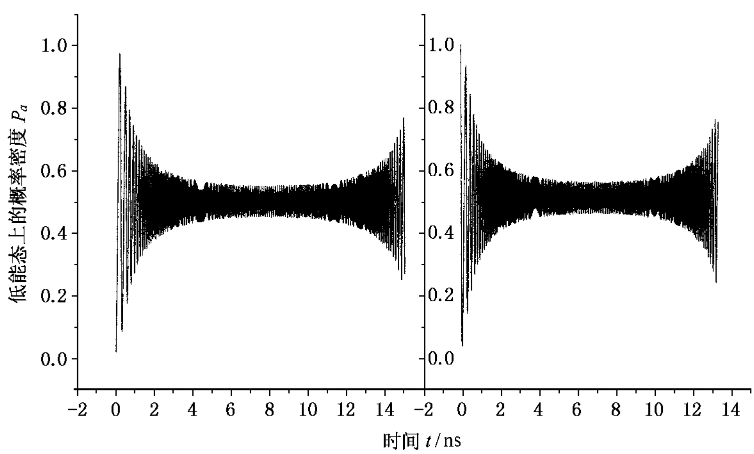
参数选取为：$M = 30.63$，$g = 5(10^9\,\mathrm{Hz})$，$\omega_m = 0.75(10^9\,\mathrm{Hz})$．由图 3 可以看到，两能级的布居数目基本相等且保持稳定．这时除了在一些突变节点上有较大的起伏外，体系主要处于上下能级的相干态上，该相干态应具有很大的电偶极极化率．

图 4 是另一个计算实例，选取的参数更加能突出表现相干稳定性．$M = 900$，$g = 9(10^9\,\mathrm{Hz})$，$\omega_m = 0.2(10^9\,\mathrm{Hz})$．这时 $M\omega_m/g = 20$，$M\omega_m^2/2g^2 = 0.06$，慢变条件及绝热条件更好地被满足．远离突变点时，体系布居波动幅度约 0.06，这里制备的相干态更‘纯’且可在更长一段时间内不经过突变，它具有更大的极化率．



(a)为解析结果 (b)为数值计算结果

图 3 无失谐，$\pi/2$ 相差时二能级体系与光场作用布居演化过程($M = 30.63$，$g = 5(10^9\,\mathrm{Hz})$，$\omega_m = 0.75(10^9\,\mathrm{Hz})$)



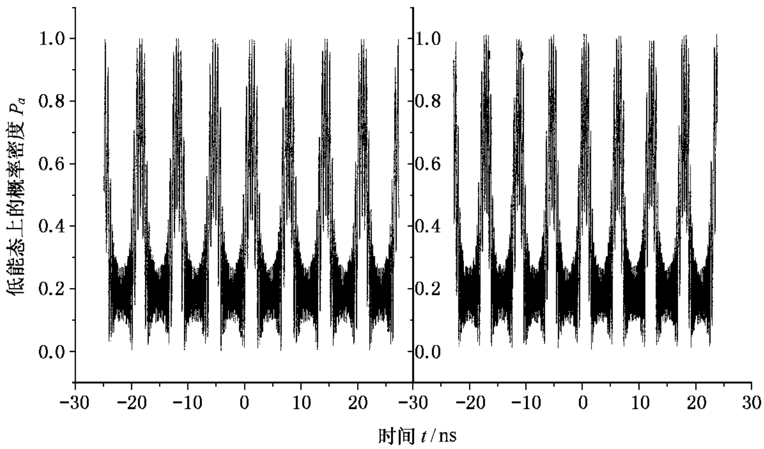
(a)为解析结果 (b)为数值计算结果

图 4 无失谐，$\pi/2$ 相差时二能级体系与光场作用布居演化过程($M = 900$，$g = 9(10^9\,\mathrm{Hz})$，$\omega_m = 0.2(10^9\,\mathrm{Hz})$)

3.3 有失谐、初相位 $\varphi_0 = 0$

由于必须满足频率匹配才能保证发生布居转移，所以频率失谐应当满足：$M\omega_m > |\Delta|$，本文只考虑这种情况．

图 5 是一个计算实例，选取 $\Delta = -20(10^9\,\mathrm{Hz})$，$M = 30.63$，$g = 5(10^9\,\mathrm{Hz})$，$\omega_m = 1(10^9\,\mathrm{Hz})$．这样 $M\omega_m/g = 6.1$，$M\omega_m^2/2g^2 = 0.61$．可以看出，有失谐时同样可以实现布居转移，布居囚禁于高能态 $|b\rangle$ 态的时间大致是囚禁于低能级 $|a\rangle$ 态的时间的 3 倍，因此频率失配改变的是不同囚禁状态在时间上的分配比例．



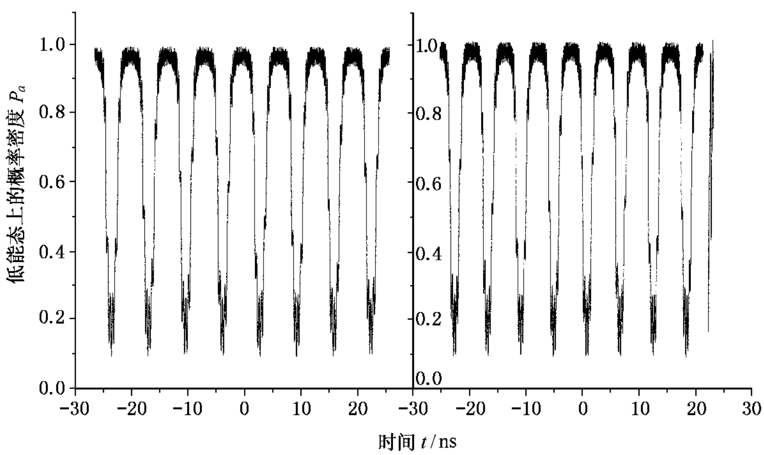
(a)为解析结果　　(b)为数值计算结果

相差时二能级体系与光场作用布居演化过程（$\Delta = -20(10^9\,\mathrm{Hz})$，$M = 30.63$，$g = 5(10^9\,\mathrm{Hz})$，$\omega_m = 1(10^9\,\mathrm{Hz})$）

由于实验时的多普勒效应，频率完全匹配的情况实际上很少见．一般的 π 脉冲技术往往由于多普勒效应而失效，而二能级布居囚禁现象却不会随着频率失谐而失效，这意味着二能级布居囚禁现象具有很好的 韧性 和广泛的应用前景．

3.4　有失谐、初相位 $\varphi_0 = \pi$

由图 6 可以看出，这时布居囚禁于 $|b\rangle$ 态的时间大致是囚禁于 $|a\rangle$ 态的时间的 3 倍，与 3.3 节的情形刚好相反．



(a)为解析结果　　(b)为数值计算结果

失谐、初始相差为 π 时布居演化过程（$\Delta = -20(10^9\,\mathrm{Hz})$，$M = 30.63$，$g = 5(10^9\,\mathrm{Hz})$，$\omega_m = 1(10^9\,\mathrm{Hz})$）

进一步的计算表明，若改变失谐量的符号，效果与相互作用开始时初始相位为 π 的情形一致．如果合理选取初始相位，还能实现如同图 4 所描述的相干态．

4　结　　论

采用缀饰原子模型我们得到了实现二能级布居囚禁的绝热条件和慢变条件．在这样的基础上可以利用解析表达式普遍地得出各种条件下的布居囚禁现象．从我们显示的实例中可以看到，上下能级布居囚禁的振幅和周期主要取决于共振条件和光场的初位相．

需要指出的是，我们的解析分析和数值计算的前提是假定 Rabi 频率是一个常量，这在实验上要求激光场的强度是个常量．幸而在实验上容易实现连续激光场的频率调制，可以保证激光强度的稳定性．由于光场的初位相可以通过调节光程来控制，因此

在实验上实现二能级布居的各种现象是可行的. 值得一提的是,同样的理论分析方法能够推广到多能级系统的多光子作用过程.

[1] K. Bergman, H. Theuer, B. W. Shore, *Rev. Mod. Phys.*, **70**(1998), 1003.

[2] V. I. Klimov, D. W. Mcbranch, N. Barashkov, J. Ferraris, *Phys. Rev.*, **B58**(1998), 7654.

[3] X. Sun, R. L. Fu, K. Yonemitsu, K. Nasu, *Phys. Rev. Lett.*, **84**(2000), 2830.

[4] B. Liu, X. J. Ning, *Phys. Rev.*, **A64**(2001), 13433; X. J. Ning, F. C. Lin, C. Y. Jing, *Acta Opt. Sin.*, **18**(1998), 431 (in Chinese)[宁西京、林福成、景春阳,光学学报,**18**(1998), 431].

[5] E. Arimondo, G. Orriols, *Lett. Nuovo Cimento*, **17**(1976), 333; G. Alzetta, A. Gozzini, L. Moi, G. Orriols, *Nuovo Cimento*, **B36**(1976), 5; C. R. Stroud, Jr., *Opt. Lett.*, **3**(1978), 218; F. Mauri, F. Papoil, E. Arimondo, in Light induced Kinetic Effects on Atoms, Ions and Molecules, edited by L. Moi *et al*. (ETS Editrice, Pisa, 1991), p.89; Mprentiss, J. Mervis, K. Berggren, M. S. Shariar, P. R. Hemmer, N.P. Bigelow, *ibid.*, p.225; F. T. Hioe, C. Carrole, *Phys. Rev.* **A37**(1988), 3000; C. E. Carrole, F. T. Hioe, *Phys. Rev. Lett.*, **18**(1992), 3523.

[6] G.S. Agarwal, *Phys. Rev. Lett.*, **71**(1993), 1351.

[7] P. Meystre, G. Rempe, H. Walther, *Opt. Lett.*, **13**(1988), 1078.

[8] Girish S. Agarwal, W. Harshawardhan, *Phys. Rev.*, **A50**(1994), 4465.

POPULATION TRAPPING PHENOMENA IN A TWO-LEVEL SYSTEM*

LONG DE-SHUN NING XI-JING

(*Institute of Modern Physics, University of Fudan, Shanghai* 200433, *China*)

(Received 30 May 2001; revised manuscript received 10 July 2001)

ABSTRACT

The critical criterion for realizing population trapping is deduced for a two-level system driven by a frequency-modulated laser field in terms of dressed atom model, followed by demonstrating the various population trapping behaviours under different conditions. Detailed numerical solutions of time-dependent Schrödinger equation are found to be in good agreement with the analytical results.

Keywords: population trapping, two-level system

PACC: 3280B

* Project supported by the "ZhongLu-Bohr" Fellowship.