

超冷 V 型三能级原子注入的微波激射： 原子相干性对腔场光子统计的影响*

梁文青[†] 储开芹 张智明 谢绳武

(上海交通大学物理系, 上海 200240)

(2001 年 2 月 13 日收到, 2001 年 6 月 29 日收到修改稿)

建立了超冷 V 型三能级原子注入的微波激射的腔场光子统计的量子理论, 研究了原子相干性对光子统计性质的影响. 发现腔内原子的发射概率随腔长变化的曲线中存在着共振峰和非共振平台, 原子相干性对这些共振峰和非共振平台的绝对大小和相对比例具有灵活的可调性. 原子发射概率的这些特点对腔场光子统计产生了直接的影响. 平均光子数随腔长变化的曲线中也存在着共振峰和非共振平台, 给定腔长, 适当调节原子相干参量, 可以使光子数分布向大、小光子数两个方向灵活地移动, 平均光子数也相应地增加和减少. 研究中还发现, 适当选取原子相干参量, 光子统计在大范围的腔长内, 会出现亚泊松分布.

关键词: 微波激射, 超冷 V 型三能级原子, 原子相干性, 光子统计

PACC: 4250

1 引 言

微波激射在腔量子电动力学研究中起着非常重要的作用^[1]. 1985 年研制出首台微波激射装置^[2], 不久就建立了微波激射的量子理论^[3,4], 并用微波激射装置验证了理论上的许多预言^[5]. 近年来, 随着激光冷却原子技术的进展^[6], 人们已获得了超冷原子. 1996 年, Scully 等^[7]首次研究了用超冷原子注入的微波激射. 随后, 他们研究了在这种微波激射中原子的发射概率、腔场的光子统计和光谱线宽等^[8-10]. 他们发现这种微波激射的性质不同于传统的微波激射, 为了区别, 他们引入了 mazer 的概念. 人们预言 mazer 有许多潜在的应用前景, 如可作为原子速度选择器^[11]和量子时钟^[12]等. 然而, 他们的研究仅限于二能级原子与腔场的单光子相互作用. 为了与我们后面要研究的情况相区别, 我们称他们的 mazer 为二能级原子单光子 mazer, 或称超冷二能级原子注入的单光子微波激射. 1998 年, 张智明等^[13]在 mazer 的研究中首先考虑了超冷等效二能级原子与量子电磁场的双光子相互作用, 提出了双光子 mazer 的概念,

建立了双光子 mazer 的普适量子理论并研究了原子的发射概率. 接着又把 mazer 的概念推广到三能级原子的情况, 提出了超冷三能级原子微波激射 (或三能级原子 mazer) 的概念, 并分别建立了超冷 V 型三能级原子微波激射^[14-16]和超冷级联型三能级原子微波激射^[17-21]的普适量子理论, 研究了原子的发射概率和透射概率、微波激射腔对原子速度的选择性以及腔场的光子统计和光谱等性质. 最近, 张智明等^[22]研究了超冷 V 型三能级原子注入的微波激射, 考虑了原子相干性对原子在腔中发射概率的影响.

本文研究原子相干性对超冷 V 型三能级原子注入的微波激射腔场的光子统计的影响. 首先推导出了 V 型三能级原子与单模腔场相互作用的缀饰态, 并用势场对缀饰态散射的办法处理了入射原子与腔场的相互作用, 得到了腔内原子发射概率的表达式, 并对它从解析近似和数值计算两个方面进行了讨论; 其次研究了以一定速率注入到腔内的原子对腔场的累积效应, 导出了腔场的约化密度算符主方程, 得到了腔场的光子统计表达式, 并从解析近似和数值计算两个方面详尽地讨论了光子统计共振的来源以及原子相干性对光子统计的影响.

* 国家自然科学基金(批准号: 10074046)资助的课题.

[†] E-mail: liangwenqing@hotmail.com

2 一般理论

本节考虑单个超冷 V 型三能级原子与单模量子腔场的相互作用,原子能级结构见图 1. 设原子沿 z 方向运动并进入微波激射. 当计及原子质心运动的量子化时,原子和腔场组成的系统的哈密顿量为(取 $\hbar = 1$)

$$H_T = \frac{p_z^2}{2M} + H$$

$$= \frac{p_z^2}{2M} + H_0 + u(z)V, \quad (1)$$

$$H_0 = \omega a^\dagger a + \sum_{x=a,b,c} \omega_x |x\rangle\langle x|, \quad (2)$$

$$V = g_1(a^\dagger |c\rangle\langle a| + |a\rangle\langle c| a) + g_2(a^\dagger |c\rangle\langle b| + |b\rangle\langle c| a), \quad (3)$$

式中 M 为原子的质量, p_z 为原子的质心动量, $u(z)$ 为腔模函数, ω 为腔场频率, a^\dagger 和 a 分别为腔场的光子产生算符和湮没算符, $\omega_x (x = a, b, c)$ 为能级 x 的本征频率, g_1 和 g_2 为原子与腔场之间的耦合常量. 对三能级原子的跃迁频率,一般而言将存在相对于腔场频率的单光子失谐,本文中,失谐量 $\Delta = \omega_a - \omega_c - \omega = \omega_c + \omega - \omega_b$. 为简化处理,在本文的整个讨论过程中,设 $g_1 = g_2 = g$, 并取腔模函数为台式 (me-sa) 单位阶跃函数

$$u(z) = 1 (0 \leq z \leq l), u(z) = 0 (z < 0, z > l), \quad (4)$$

其中 l 为 z 方向的腔长.

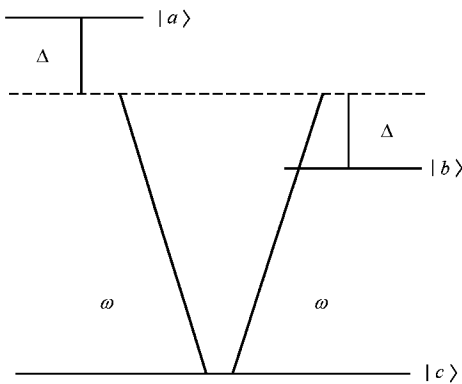


图 1 V 型三能级原子与单模腔场的相互作用示意图

对于我们所考虑的阶跃型腔模函数情况, H 的本征方程为

$$H | \phi_n^{(i)} \rangle = V_n^{(i)} | \phi_n^{(i)} \rangle \quad (i = 0, +, -), \quad (5)$$

其中本征态取如下形式:

$$| \psi_n^{(i)} \rangle = \alpha_n^{(i)} | a, n \rangle + \beta_n^{(i)} | b, n \rangle + \gamma_n^{(i)} | c, n+1 \rangle. \quad (6)$$

求解 (5) (6) 式, 得到 H 的本征值为

$$V_n^{(0)} = 0, V_n^{(+)} = \Omega_n, V_n^{(-)} = -\Omega_n, \quad (7)$$

本征态的各展开系数为

$$\alpha_n^{(0)} = -\frac{d_n}{\Omega_n}, \beta_n^{(0)} = \frac{d_n}{\Omega_n}, \gamma_n^{(0)} = \frac{\Delta}{\Omega_n}, \quad (8)$$

$$\alpha_n^{(+)} = \frac{\Omega_n + \Delta}{2\Omega_n}, \beta_n^{(+)} = \frac{\Omega_n - \Delta}{2\Omega_n}, \gamma_n^{(+)} = \frac{d_n}{\Omega_n}, \quad (9)$$

$$\alpha_n^{(-)} = \frac{\Omega_n - \Delta}{2\Omega_n}, \beta_n^{(-)} = \frac{\Omega_n + \Delta}{2\Omega_n}, \gamma_n^{(-)} = -\frac{d_n}{\Omega_n} \quad (10)$$

其中

$$d_n = g \sqrt{n+1}, \Omega_n = \sqrt{2d_n^2 + \Delta^2}. \quad (11)$$

当一个质心波包为 $\theta(-z)e^{ikz}$ 、处于上能级叠加态 $c_a | a \rangle + c_b | b \rangle$ 的原子进入处于光子数态 $| n \rangle$ 的腔场时,系统的状态由下式描述:

$$| \psi_n(z, 0) \rangle = \theta(-z) e^{ikz} (c_a | a \rangle + c_b | b \rangle) | n \rangle$$

$$= \theta(-z) e^{ikz} (F_n^{(0)} | \phi_n^{(0)} \rangle + F_n^{(+)} | \phi_n^{(+)} \rangle + F_n^{(-)} | \phi_n^{(-)} \rangle), \quad (12)$$

其中

$$F_n^{(i)} = c_a \alpha_n^{(i)} + c_b \beta_n^{(i)}, c_a = \cos \theta, c_b = e^{i\phi} \sin \theta. \quad (13)$$

这里 $\theta(z)$ 为亥维赛 (Heaviside) 单位阶跃函数, 只表明原子处于腔的哪一边; θ 和 ϕ 是原子相干参量.

据文献 [7, 8] 的观点, (12) 式中与 $| \psi_n^{(i)} \rangle$ 相关的各分量 $| \Psi_n^{(i)}(z, t) \rangle$ 满足薛定谔方程

$$i \frac{\partial}{\partial t} | \Psi_n^{(i)}(z, t) \rangle = \left(-\frac{1}{2M} \frac{\partial^2}{\partial z^2} + u(z) V_n^{(i)} \right) \times | \Psi_n^{(i)}(z, t) \rangle, \quad (14)$$

因此在原子离开相互作用区后,系统状态为

$$| \Psi_n(z, \tau) \rangle = \exp\left(-i \frac{k^2}{2M} \tau\right) \left\{ e^{ik(z-l)} \theta(z-l) \times F_n^{(0)} | \phi_n^{(0)} \rangle + [\rho_n^{(+)}(k) e^{-ikz} \theta(-z) + \tau_n^{(+)}(k) e^{ik(z-l)} \times \theta(z-l)] F_n^{(+)} | \phi_n^{(+)} \rangle + [\rho_n^{(-)}(k) e^{-ikz} \theta(-z) + \tau_n^{(-)}(k) e^{ik(z-l)} \times \theta(z-l)] F_n^{(-)} | \phi_n^{(-)} \rangle \right\}$$

$$= \exp\left(-i \frac{k^2}{2M} \tau\right) \left\{ [R_{a,n} e^{-ikz} \theta(-z) + T_{a,n} e^{ik(z-l)} \theta(z-l)] | a, n \rangle \right.$$

$$\begin{aligned}
& + [R_{b,m} e^{-ikz} \chi(-z) + T_{b,m} e^{ik(z-l)} \chi(z-l)] |b, n \\
& + [R_{c,m+1} e^{-ikz} \chi(-z) + T_{c,m+1} e^{ik(z-l)} \chi(z-l)] \\
& \times |c, m+1 \rangle, \quad (15)
\end{aligned}$$

式中

$$R_{a,n} = F_n^{(+)} \alpha_n^{(+)} \rho_n^{(+)} + F_n^{(-)} \alpha_n^{(-)} \rho_n^{(-)}, \quad (16)$$

$$T_{a,n} = F_n^{(+)} \alpha_n^{(+)} \tau_n^{(+)} + F_n^{(-)} \alpha_n^{(-)} \tau_n^{(-)} + F_n^{(0)} \alpha_n^{(0)}, \quad (17)$$

$$R_{b,n} = F_n^{(+)} \beta_n^{(+)} \rho_n^{(+)} + F_n^{(-)} \beta_n^{(-)} \rho_n^{(-)}, \quad (18)$$

$$T_{b,n} = F_n^{(+)} \beta_n^{(+)} \tau_n^{(+)} + F_n^{(-)} \beta_n^{(-)} \tau_n^{(-)} + F_n^{(0)} \beta_n^{(0)}, \quad (19)$$

$$R_{c,m+1} = F_n^{(+)} \gamma_n^{(+)} \rho_n^{(+)} + F_n^{(-)} \gamma_n^{(-)} \rho_n^{(-)}, \quad (20)$$

$$T_{c,m+1} = F_n^{(+)} \gamma_n^{(+)} \tau_n^{(+)} + F_n^{(-)} \gamma_n^{(-)} \tau_n^{(-)} + F_n^{(0)} \gamma_n^{(0)}, \quad (21)$$

这里 τ 为一个原子与腔场的相互作用时间; $\rho_n^{(i)}$ 和 $\tau_n^{(i)}$ 分别为相互作用后, 分量 $|\Psi_n^{(i)}(z, \tau)\rangle$ 的反射系数和透射系数; $R_{a,m}$, $R_{b,m}$ 和 $R_{c,m+1}$ 为相互作用后, 反射分量中原子分别处于态 $|a\rangle$, $|b\rangle$ 和 $|c\rangle$ 的概率幅; $T_{a,m}$, $T_{b,m}$ 和 $T_{c,m+1}$ 为相互作用后, 透射分量中原子分别处于态 $|a\rangle$, $|b\rangle$ 和 $|c\rangle$ 的概率幅.

对于我们考虑的阶跃型腔模函数的情况, 由上述理论可知, $\Psi_n^{(+)}(z, t)$ 分量遇到的是一个方势垒, 而 $\Psi_n^{(-)}(z, t)$ 分量遇到的是一个方势阱, $\Psi_n^{(0)}(z, t)$ 分量遇到的是零势场. 在这种情况下, 可解析求得反射系数 $\rho_n^{(\pm)}$ 和透射系数 $\tau_n^{(\pm)}$ 为^[23]

$$\rho_n^{(\pm)} = i\Delta_n^{(\pm)} \sin(k_n^{(\pm)} l) \tau_n^{(\pm)}, \quad (22)$$

$$\tau_n^{(\pm)} = [\cos(k_n^{(\pm)} l) - i\Sigma_n^{(\pm)} \sin(k_n^{(\pm)} l)]^{-1},$$

其中

$$k_n^{(\pm)} = \sqrt{k^2 \mp k_n^2}, \quad k_n = \sqrt{2M\Omega_n}, \quad (23)$$

$$\Delta_n^{(\pm)} = \frac{1}{2} \left(\frac{k_n^{(\pm)}}{k} - \frac{k}{k_n^{(\pm)}} \right), \quad \Sigma_n^{(\pm)} = \frac{1}{2} \left(\frac{k_n^{(\pm)}}{k} + \frac{k}{k_n^{(\pm)}} \right), \quad (24)$$

然而, 当 $k = k_n$ 时, $\rho_n^{(\pm)}$ 和 $\tau_n^{(\pm)}$ 应另取形式

$$\rho_n^{(+)} = \frac{-ik_n l}{2 - ik_n l},$$

$$\tau_n^{(+)} = \frac{2}{2 - ik_n l}. \quad (25)$$

3 发射概率

一个初始处于叠加态 $c_a |a\rangle + c_b |b\rangle$ 的原子注入到初始处于光子数态 $|n\rangle$ 的腔场中, 在整个相互作用过程中原子发射一个光子的概率为

$$P_{\text{emis}}(n) = |R_{c,m+1}|^2 + |T_{c,m+1}|^2, \quad (26)$$

我们称之为原子发射概率. 可以看出, $P_{\text{emis}}(n)$ 依赖于相互作用前腔内光子数 n , 无量纲原子质心动量为 $r = k/\kappa$, 无量纲腔长为 $L = \kappa l$, 无量纲失调量为 $\delta = \Delta/g$ 以及原子相干参量 θ 和 ϕ , 这里 $\kappa = \sqrt{2Mg}$, 具有动量的量纲.

对于本文所讨论的超冷原子的情况, 有关系式 $k \ll k_n$, 在这种情况下, 来自(22)–(24)式的透射系数和反射系数可取如下近似式:

$$\rho_n^{(+)} \approx -1, \quad \tau_n^{(+)} \approx 0, \quad (27)$$

$$\rho_n^{(-)} \approx \begin{cases} -1 & k_n l \neq m\pi; \\ 0 & k_n l = m\pi, \end{cases} \quad (28)$$

$$\tau_n^{(-)} \approx \begin{cases} 0 & k_n l \neq m\pi; \\ (-1)^m & k_n l = m\pi, \end{cases} \quad (29)$$

其中 m 是正整数.

将(8)–(11)(13)(20)(21)以及(27)–(29)式代入到(26)式中, 可得发射概率的近似表达式

$$P_{\text{emis}}(n) = \begin{cases} P_{\text{emis}}^{\text{off}}(n) = (1 - s_n^2) s_n^2 [1 - \sin(2\theta) \cos\phi] & k_n l \neq m\pi; \\ P_{\text{emis}}^{\text{odd}}(n) = \frac{1}{4} (1 - s_n^2) [(1 + 5s_n^2) + (1 - 5s_n^2) \sin(2\theta) \cos\phi - 2s_n \cos(2\theta)] & k_n l = m\pi, m = \text{odd}; \\ P_{\text{emis}}^{\text{even}}(n) = \frac{1}{4} (1 - s_n^2) [(1 + s_n^2) + (1 - s_n^2) \sin(2\theta) \cos\phi + 2s_n \cos(2\theta)] & k_n l = m\pi, m = \text{even}, \end{cases} \quad (30)$$

其中

$$s_n = \frac{\Delta}{\Omega_n} = \frac{\delta}{\sqrt{\chi(n+1) + \delta^2}}, \quad (31)$$

而共振条件 $k_n l = m\pi$ 可进一步写为

$$\sqrt{\chi(n+1) + \delta^2} L = m\pi. \quad (32)$$

对于上式, 我们用共振整数对 (N, m) 来简记之, 其中 $N = n + 1$.

根据(30)式, 我们可以看出, 发射概率随腔长的变化曲线中有共振值和非共振值之分, 我们分别称之为共振峰和非共振平台; 而根据(32)式中 m 的奇

偶性,共振峰又可分为两套,我们分别称之为奇共振峰和偶共振峰.奇、偶共振峰和非共振平台对应于(30)式,分别为 $P_{\text{ems}}^{\text{odd}}(n)$, $P_{\text{ems}}^{\text{even}}(n)$ 和 $P_{\text{ems}}^{\text{off}}(n)$.从(30)式还可以看出,共振峰和非共振平台的绝对大小随 s_n , θ 和 ϕ 的变化而变化;调节 s_n , θ 和 ϕ ,共振峰和非共振平台的比例也可以相应地调节,调节过程中,奇共振峰总是大于非共振平台,而偶共振峰可以大于也可以小于非共振平台;因此我们可以说, s_n , θ 和 ϕ 对发射概率具有灵活的可调性.

应当指出的是(30)式只能给出共振峰的位置、共振峰值以及非共振平台值,并不能给出共振峰宽

度,从后面数值计算的图中,可以看到共振峰总是有一定宽度的.

下面我们考察原子相干性对 $P_{\text{ems}}(n)$ 的影响.首先从(32)式可以看出, δ 和 n 取定了的情况下, θ 和 ϕ 对 $P_{\text{ems}}(n)$ 随 L 变化的共振间距不产生任何影响.

3.1 不存在失谐量时,原子相干参量对发射概率的影响

这时原子上能级 $|a\rangle$ 和 $|b\rangle$ 是简并的,原子模型退化成类两能级原子模型.由(30)式可得发射概率的近似表达式

$$P_{\text{ems}}(n) = \begin{cases} P_{\text{ems}}^{\text{off}}(n) = 0 & k_n l \neq m\pi; \\ P_{\text{ems}}^{\text{odd}}(n) = P_{\text{ems}}^{\text{even}}(n) = \frac{1}{4}[1 + \sin(2\theta)\cos\phi] & k_n l = m\pi. \end{cases} \quad (33)$$

这与单光子 mazer^[8]的发射概率在定性上是一致的,不同的是它的峰值受原子相干参量 θ 和 ϕ 的调控,变化范围为 0—1/2.下面看几种不同初态入射原子的 $P_{\text{ems}}(n)$.

1)初态 $(\sqrt{2}/2)(|a\rangle - |b\rangle)$ ($\theta = \pi/4, \phi = \pi$) 的入射原子的发射概率

$$P_{\text{ems}}(n) = 0. \quad (34)$$

可以看出,此时发射概率共振峰完全干涉相消.

2)初态 $(\sqrt{2}/2)(|a\rangle + |b\rangle)$ ($\theta = \pi/4, \phi = 0$) 的入射原子的发射概率

$$P_{\text{ems}}(n) = \begin{cases} P_{\text{ems}}^{\text{off}}(n) = 0; \\ P_{\text{ems}}^{\text{odd}}(n) = P_{\text{ems}}^{\text{even}}(n) = \frac{1}{2}. \end{cases} \quad (35)$$

可以看出,此时发射概率共振峰干涉相长,峰值达最大.

3)初态 $|a\rangle$ ($\theta = 0$), $|b\rangle$ ($\theta = \pi/2, \phi = 0$) 和 $(\sqrt{2}/2)(|a\rangle \pm i|b\rangle)$ ($\theta = \pi/4, \phi = \pm \pi/2$) 的入射原子的发射概率均为

$$P_{\text{ems}}(n) = \begin{cases} P_{\text{ems}}^{\text{off}}(n) = 0; \\ P_{\text{ems}}^{\text{odd}}(n) = P_{\text{ems}}^{\text{even}}(n) = \frac{1}{4}. \end{cases} \quad (36)$$

3.2 存在失谐量时,原子相干参量对发射概率的影响

下面讨论几种不同初态入射原子的 $P_{\text{ems}}(n)$.

1)初态 $(\sqrt{2}/2)(|a\rangle - |b\rangle)$ ($\theta = \pi/4, \phi = \pi$) 的入射原子的发射概率

$$P_{\text{ems}}(n) = \begin{cases} P_{\text{ems}}^{\text{off}}(n) = \chi(1 - s_n^2)s_n^2; \\ P_{\text{ems}}^{\text{odd}}(n) = \frac{5}{2}(1 - s_n^2)s_n^2; \\ P_{\text{ems}}^{\text{even}}(n) = \frac{1}{2}(1 - s_n^2)s_n^2. \end{cases} \quad (37)$$

可以看出,此时的奇共振峰大于非共振平台,而偶共振峰小于非共振平台,见图 2.

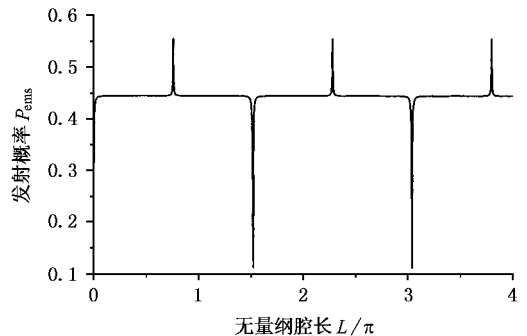


图 2 发射概率 $P_{\text{ems}}(n)$ 随无量纲腔长 L 的变化 $\delta = 1, m = 0, r = 0.01$ 原子初态为 $(\sqrt{2}/2)(|a\rangle - |b\rangle)$

2)初态 $(\sqrt{2}/2)(|a\rangle + |b\rangle)$ ($\theta = \pi/4, \phi = 0$) 的入射原子的发射概率

$$P_{\text{ems}}(n) = \begin{cases} P_{\text{ems}}^{\text{off}}(n) = 0; \\ P_{\text{ems}}^{\text{odd}}(n) = P_{\text{ems}}^{\text{even}}(n) = \frac{1}{2}(1 - s_n^2). \end{cases} \quad (38)$$

可以看出,此时的非共振平台为 0,且奇、偶共振峰相等,见图 3.

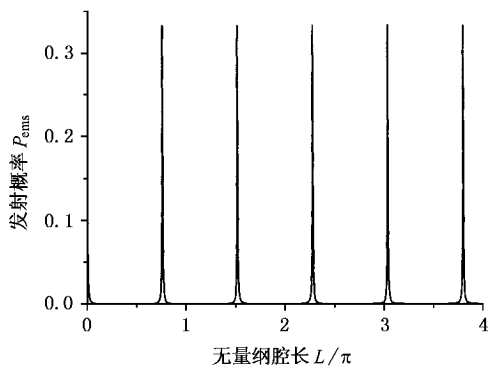


图3 发射概率 $P_{\text{ems}}(n)$ 随无量纲腔长 L 的变化 $\delta = 1$, $n = 0, r = 0.01$ 原子初态为 $(\sqrt{2}/2)(|a\rangle + |b\rangle)$

3) 初态 $|a\rangle$ ($\theta = 0$) 的入射原子的发射概率

$$P_{\text{ems}}(n) = \begin{cases} P_{\text{ems}}^{\text{off}}(n) = (1 - s_n^2)s_n^2; \\ P_{\text{ems}}^{\text{odd}}(n) = \frac{1}{4}(1 - s_n^2)(1 - 2s_n + 5s_n^2); \\ P_{\text{ems}}^{\text{even}}(n) = \frac{1}{4}(1 - s_n^2)(1 + s_n)^2. \end{cases} \quad (39)$$

可以看出, 此时的奇、偶共振峰均大于非共振平台, 且偶共振峰大于奇共振峰, 见图 4.

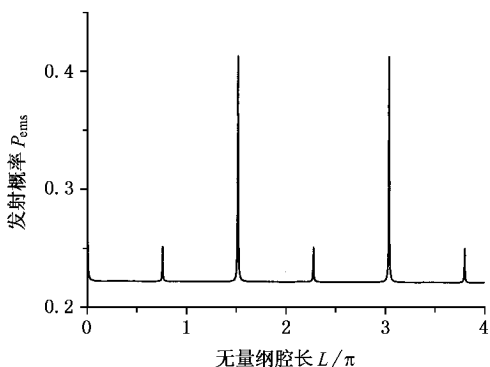


图4 发射概率 $P_{\text{ems}}(n)$ 随无量纲腔长 L 的变化 $\delta = 1$, $n = 0, r = 0.01$ 原子初态为 $|a\rangle$

4) 初态 $|b\rangle$ ($\theta = \pi/2, \phi = 0$) 的入射原子的发射概率

$$P_{\text{ems}}(n) = \begin{cases} P_{\text{ems}}^{\text{off}}(n) = (1 - s_n^2)s_n^2; \\ P_{\text{ems}}^{\text{odd}}(n) = \frac{1}{4}(1 - s_n^2)(1 + 2s_n + 5s_n^2); \\ P_{\text{ems}}^{\text{even}}(n) = \frac{1}{4}(1 - s_n^2)(1 - s_n)^2. \end{cases} \quad (40)$$

可以看出, 此时的奇共振峰大于非共振平台和偶共振峰, 且偶共振峰根据参量 s_n 的不同可以小于、等

于和大于非共振平台, 见图 5. 图 5 中画出了 $n = 0, 3, 8$ 三种情况, 对应的偶共振峰分别为小于、等于和大于非共振平台.

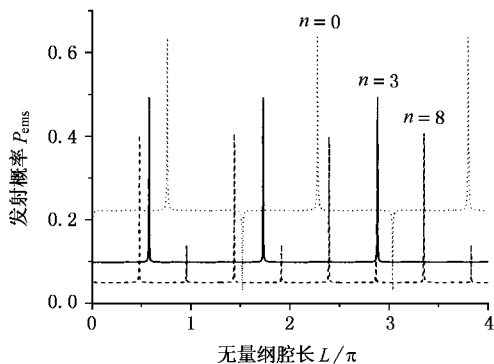


图5 发射概率 $P_{\text{ems}}(n)$ 随无量纲腔长 L 的变化 $\delta = 1$, $n = 0, 3, 8, r = 0.01$ 原子初态为 $|b\rangle$

5) 初态 $(\sqrt{2}/2)(|a \pm i|b\rangle)$ ($\theta = \pi/4, \phi = \pm \pi/2$) 的入射原子的发射概率均为

$$P_{\text{ems}}(n) = \begin{cases} P_{\text{ems}}^{\text{off}}(n) = (1 - s_n^2)s_n^2; \\ P_{\text{ems}}^{\text{odd}}(n) = \frac{1}{4}(1 - s_n^2)(1 + 5s_n^2); \\ P_{\text{ems}}^{\text{even}}(n) = \frac{1}{4}(1 - s_n^2)(1 + s_n^2). \end{cases} \quad (41)$$

从上述讨论的发射概率近似式(30)共振条件(32)式、不同初态下原子发射概率近似式(34)——(41)以及图(2)——图(5), 我们已经看出, 在 δ 和 n 取定的情况下, θ 和 ϕ 对 $P_{\text{ems}}(n)$ 随 L 变化的共振间距不产生任何影响, 但对奇、偶共振峰和非共振平台的绝对大小和相对大小是可调节的.

4 腔场的密度算符主方程

假设原子初始时刻(即进入腔时)处于 $c_a|a\rangle + c_b|b\rangle$, 腔场处于光子数态的某种叠加态 $\sum_n c_n|n\rangle$, 则单个原子与腔场组成的系统的初始态可写成

$$|\Psi(z, 0)\rangle = \mathcal{A}(z) e^{iLz} (c_a|a\rangle + c_b|b\rangle) \sum_n c_n|n\rangle, \quad (42)$$

散射以后系统的态为

$$|\Psi(z, \tau)\rangle = \sum_n c_n |\Psi_n(z, \tau)\rangle, \quad (43)$$

其中 $|\Psi_n(z, \tau)\rangle$ 由(15)式给出, 由上式可构造系统的密度算符

$$\rho_{A-F}(z, \tau) = |\Psi(z, \tau) \Psi^*(z, \tau)|, \quad (44)$$

将 $\rho_{A-F}(z, \tau)$ 对原子的内外自由度求迹可得到场的约化密度算符

$$\rho(\tau) = \sum_{x=a,b,c} \int dz x |\rho_{A-F}(z, \tau)| x. \quad (45)$$

当原子以速率 r_a 连续注入到腔内, 在粗粒近似下, 场的约化密度算符的时间演化方程为

$$\dot{\rho}(t) = r_a \delta \rho + L \rho, \quad (46)$$

式中 $\delta \rho = \rho(t + \tau) - \rho(t)$ 为一个原子与腔场相互作用后引起腔场的变化, 而

$$L \rho = -\frac{\gamma}{2} (n_b + 1) \{ a^+ a \rho + \rho a^+ a - 2a \rho a^+ \} - \frac{\gamma}{2} n_b (a a^+ \rho + \rho a a^+ - 2a^+ \rho a) \quad (47)$$

描述的是腔场的损耗, 这里 γ 为腔场的衰减速率, n_b 为热平衡光子数.

$\rho(t)$ 的矩阵元方程可写成

$$\dot{\rho}_{n,m} = a_{n,m} \rho_{n,m} + b_{n-1,m-1} \rho_{n-1,m-1} + c_{n+1,m+1} \rho_{n+1,m+1}, \quad (48)$$

其中

$$a_{n,m} = r_a (R_{a,n} R_{a,m}^* + T_{a,n} T_{a,m}^* + R_{b,n} R_{b,m}^* + T_{b,n} T_{b,m}^* - 1) - \frac{\gamma}{2} n_b (n + m + 2) - \frac{\gamma}{2} (n_b + 1) \{ n + m \}, \quad (49)$$

$$b_{n-1,m-1} = r_a (R_{c,n} R_{c,m}^* + T_{c,n} T_{c,m}^*) + \gamma n_b \sqrt{nm}, \quad (50)$$

$$c_{n+1,m+1} = \chi (n_b + 1) \sqrt{(n+1)(m+1)}. \quad (51)$$

(48)–(51) 式为腔场约化密度算符的量子力学主方程, 可以用来研究腔场的许多性质, 例如, 光子统计、光谱和压缩态等. 本文研究的是光子统计, 仅涉及到该主方程的对角元.

5 光子统计

文献 [3, 4] [24–26] [8] [15] 和 [19] 分别研究了热的两能级原子、热的三能级原子、超冷两能级原子、超冷 Λ 型三能级原子和超冷级联型三能级原子注入的微波激射的光子统计. 这里我们研究超冷 V 型三能级原子注入的微波激射的光子统计.

取方程 (48)–(51) 的对角形式, 引入光子数分布函数 $P_n = \rho_{n,n}$, 对于稳态情况, 令 $\dot{P}_n = 0$, 则有

$$a_n P_n + b_{n-1} P_{n-1} + c_{n+1} P_{n+1} = 0, \quad (52)$$

其中

$$a_n = -r_a P_{\text{ems}}(n) - \chi (n_b + 1) n - \gamma n_b (n + 1), \quad (53)$$

$$b_n = r_a P_{\text{ems}}(n) + \gamma n_b (n + 1), \quad (54)$$

$$c_n = \chi (n_b + 1) n, \quad (55)$$

其中 $\alpha_n = \alpha_{n,n}$ ($\alpha = a, b, c$). 注意到 $a_n + b_n + c_n = 0$ 并结合细致平衡条件, 可得到稳态光子数分布,

$$P_n = P_0 \prod_{m=1}^n x_m, \quad (56)$$

$$x_m = \frac{1}{n_b + 1} \left[n_b + N_{\text{ex}} \frac{P_{\text{ems}}(m-1)}{m} \right], \quad (57)$$

$$P_0 = \left(1 + \sum_{n=1}^{\infty} \prod_{m=1}^n x_m \right)^{-1}. \quad (58)$$

这里 P_0 为归一化常数, $N_{\text{ex}} = \frac{r_a}{\gamma}$ 为归一化抽运速率.

利用 (56)–(58) 式可研究腔场的稳态平均光子数

$$\langle n \rangle = \sum_{n=1}^{\infty} n P_n \quad (59)$$

及其标准偏差

$$\sigma = \sqrt{\frac{\langle n^2 \rangle - \langle n \rangle^2}{\langle n \rangle}}. \quad (60)$$

一般而言, $\langle n \rangle$ 和 σ 为无量纲原子质心动量 r , 无量纲腔长 L , 无量纲失谐量 δ , 热平衡光子数 n_b , 原子相干参量 θ 和 ϕ 以及归一化抽运速率 N_{ex} 的多变量函数.

下面将从解析近似和数值计算两个方面来讨论光子统计. 本节的讨论限于超冷原子和没有热平衡光子 ($n_b = 0$) 的情况.

5.1 光子统计共振的来源

当 $n_b = 0$ 时, 由 (56)–(58) 式可得到

$$P_n = P_0 N_{\text{ex}}^n \prod_{j=1}^n \frac{1}{j} P_{\text{ems}}(j-1). \quad (61)$$

对于我们考虑的超冷原子情况, 上式中 P_{ems} 可用 (30) 式近似, 于是

$$P_n = P_0 N_{\text{ex}}^n \prod_{j=1}^n \frac{1}{j} P_{\text{ems}}^i(j-1), \quad (62)$$

式中上标 $i = \text{off, odd, even}$.

如果 L 不满足任何共振条件 (32) 式, 则有

$$P_n^{\text{off}} = P_0 N_{\text{ex}}^n \prod_{j=1}^n \frac{1}{j} P_{\text{ems}}^{\text{off}}(j-1), \quad (63)$$

我们称之为非共振光子数分布. 给定 θ, ϕ 和 Δ , 由上式和 (30) 式知, P_n^{off} 分布与 L 无关; 又由 (59) 式可知, 相应的平均光子数 $\langle n \rangle_{\text{off}}$ 是一个与 L 无关的常量.

如果 L 满足共振条件(32)式和共振整数对(j_p , $+1, m_p$),其中 $p = 1, 2, 3, \dots$ 则

$$P_n = P_0 N_{\text{ex}}^n \left[\prod_{j=1}^n \frac{1}{j} P_{\text{ems}}^{\text{off}}(j-1) \right] \prod_{p=1}^M \frac{P_{\text{ems}}(j_p)}{P_{\text{ems}}^{\text{off}}(j_p)}, \quad (64)$$

其中第 M 个共振是离 n 最近的一个奇或偶共振,且满足 $j_M + 1 \leq n$.

对于 L 满足共振条件(32)式和一对共振整数对($j_1 + 1, m_1$)的情况,从(64)式得到

$$P_n = \begin{cases} P_0 N_{\text{ex}}^n \prod_{j=1}^n \frac{1}{j} P_{\text{ems}}^{\text{off}}(j-1) = P_n^{\text{off}} & j \leq j_1; \\ P_0 N_{\text{ex}}^n \frac{P_{\text{ems}}(j_1)}{P_{\text{ems}}^{\text{off}}(j_1)} \prod_{j=1}^n \frac{1}{j} P_{\text{ems}}^{\text{off}}(j-1) = \frac{P_{\text{ems}}(j_1)}{P_{\text{ems}}^{\text{off}}(j_1)} P_n^{\text{off}} & j > j_1. \end{cases} \quad (65)$$

我们称之为共振光子数分布.很明显,由于 $P_{\text{ems}}(n)$ 在整数对($j_1 + 1, m_1$)处的共振, P_n 分布相对于 P_n^{off} 分布在 P_{j_1} 和 P_{j_1+1} 之间有个突变;同样,由(59)式可知,此时的 L 对应的 $\langle n \rangle$ 也发生共振,换言之,光子统计的共振来源于发射概率的共振,两者具有一一对应的关系.

图6,图7和图8中的共有参量 δ, r, θ 和 ϕ 的数值是相同的,图7和图8中的共有参量 n_b 和 N_{ex} 的数值是相同的.图6画的是 $P_{\text{ems}}(n)$ 随 L 的变化,并标出四个共振峰的共振整数对(N, m);从图6中可以看出,峰是一簇一簇的,第一簇向上的峰对应共振条件(32)式和共振整数对($n + 1, 1$),第二簇向下的峰对应共振条件(32)式和($n + 1, 2$),依次类推.图7中的黑图画出了图6中共振(7,2)对应的腔长下的光子数分布;灰图画的是泊松分布,它与黑图具有相同的平均光子数;黑图中的光子数分布于 P_6 和 P_7 之间有一个明显的跳跃,这是由图6中的发射概率在整数对(7,2)处的向下共振引起的;从中还可以看出,黑图中的分布相对于泊松分布而言,明显地集中于 P_5 和 P_6 上,所以是亚泊松分布.图8画的是 $\langle n \rangle$ 及 σ 随 L 的变化,图8中有平台也有共振峰; $\langle n \rangle$ 图中的平台值就是与 L 无关的 $\langle n \rangle_{\text{off}}$,它对应的 L 不满足任何共振条件,而共振峰的共振则来源于发射概率的共振,对于图8中标出的四个共振峰的共振整数对,他们的共振条件与图6中的四个峰的共振条件是一一对应的;从图8中还可以看出,平均光子数的峰像图6中发射概率的峰一样,也是一簇一簇的,第一簇向上的峰来源于图6中向上的第一簇奇共振峰,第二簇向下的峰来源于图6中向下的第二簇偶共振峰,依次类推,而对每一簇峰,各峰的峰值不一样,这是因为不同的共振会使

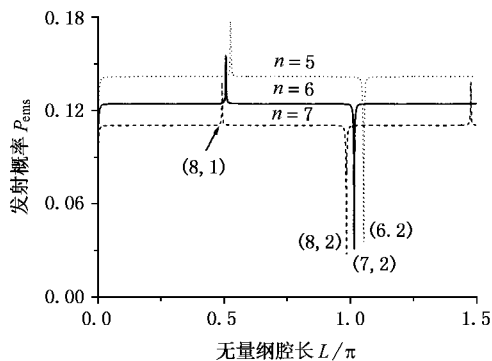


图6 发射概率 $P_{\text{ems}}(n)$ 随无量纲腔长 L 的变化 $\delta = 1, r = 0.01, n = 5, 6, 7$, 原子初态为 $(\sqrt{2}/2)(|a\rangle - |b\rangle)$

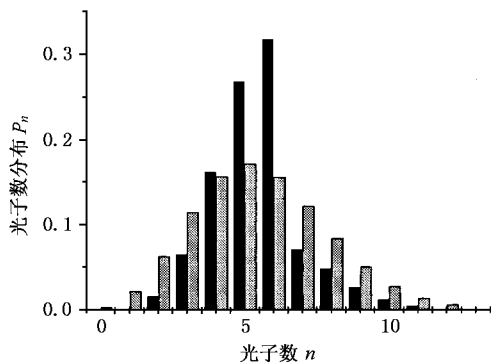


图7 黑图画的是图6中共振(7,2)对应的腔长下的光子数分布 P_n . $\delta = 1, r = 0.01, n_b = 0, N_{\text{ex}} = 50$, 原子初态为 $(\sqrt{2}/2)(|a\rangle - |b\rangle)$, 该共振对应的无量纲腔长为 $L = 1.0162524\pi$, 平均光子数为 $\langle n \rangle = 5.4659321$, f 量为 $f = \chi$ (其意义将在下文给出); 灰图画的是泊松分布,它与黑图具有相同的平均光子数

(65)式中 P_n 共振突变点的位置 j_1 及因子 $\frac{P_{\text{ems}}(j_1)}{P_{\text{ems}}^{\text{off}}(j_1)}$ 的数值不同,图8中另一个很有意义的结果是在整个所绘制的腔长范围内,光子数分布均为亚泊松分

布,即 $\sigma < 1$.

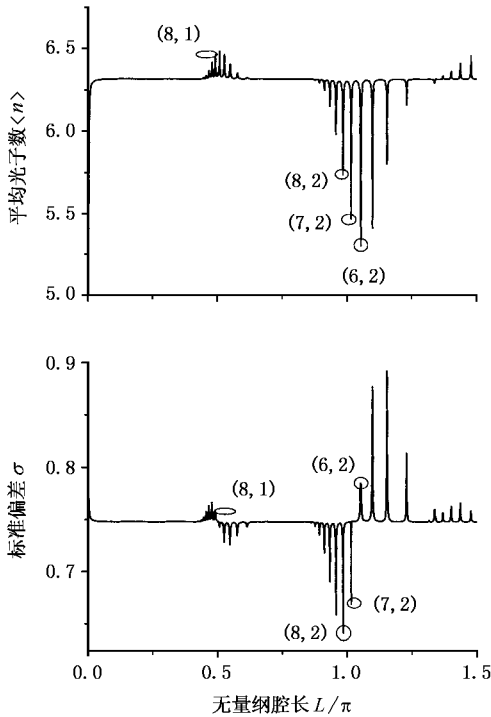


图 8 平均光子数 $\langle n \rangle$ 和标准偏差 σ 随无量纲腔长 L 的变化
 $\delta = 1, r = 0.01, n_b = 0, N_{ex} = 50$ 原子初态为 $(\sqrt{2}/2)(|a\rangle - |b\rangle)$

需要指出的是,如果(64)式中 $P_{ems}^{off}(j_p) = 0$,则光子数分布表达式应另取形式

$$\begin{aligned}
 P_n = & P_0 N_{ex}^n \left[\prod_{j=1}^{j_1} \frac{1}{j} P_{ems}^{off}(j-1) \right] \frac{1}{j_1+1} P_{ems}(j_1) \\
 & \times \left[\prod_{j=j_1+2}^{j_2} \frac{1}{j} P_{ems}^{off}(j-1) \right] \frac{1}{j_2+1} \\
 & \times P_{ems}(j_2) \dots \left[\prod_{j=j_{N-1}+2}^{j_N} \frac{1}{j} P_{ems}^{off}(j-1) \right] \\
 & \times \frac{1}{j_N+1} P_{ems}(j_N) \left[\prod_{j=j_N+2}^n \frac{1}{j} P_{ems}^{off}(j-1) \right] \quad (66)
 \end{aligned}$$

对于 L 满足多个共振的情况,后面的共振如果与前一个共振的奇偶性相同,则会进一步增强前一共振的效应;反之,则减弱其效应。

在第 3 节中,我们已经知道 θ 和 ϕ 对 P_{ems} 具有灵活的可调性,于是我们可以期望 θ 和 ϕ 对 P_n 及 $\langle n \rangle$ 也具有灵活的可调性,下面我们讨论这个问题。

5.2 不存在失谐量时,原子相干参量对光子统计的影响

正如前述,此时的原子上能级简并,原子模型已

退化成为类两能级原子模型.对于我们所考虑的超冷原子的情况,由(33)(66)和(59)式知

$$\begin{cases} P_0 = 1, & P_n = \alpha (n \neq 0) & k_0 l \neq m\pi; \\ P_1 = 1, & P_n = \alpha (n \neq 1) & k_0 l = m\pi, \end{cases} \quad (67)$$

$$\langle n \rangle = \begin{cases} 0 & k_0 l \neq m\pi; \\ 1 & k_0 l = m\pi. \end{cases} \quad (68)$$

可见,原子相干性参量 θ 和 ϕ 对此时的光子统计并不产生影响;光子统计在定性上与单光子 mazer 的光子统计^[8]是相同的。

5.3 存在失谐量时,原子相干参量对光子统计的影响

将(30)(31)式代入到(63)式中,得到

$$P_n^{off} = P_0 N_{ex}^n f^n \prod_{j=0}^{n-1} \frac{\delta^2/2}{[(j+1) + \delta^2/2]}, \quad (69)$$

其中 $f = 1 - \sin(2\theta)\cos\phi$.

从上式可以看出,给定 δ 的情况下, θ 和 ϕ 对 P_n^{off} 的影响是以因子 f^n 的形式出现的.很明显, f 越小, P_n^{off} 分布越向小光子数方向移动,从而 $\langle n \rangle_{off}$ 也越小,极端的情况是 $f = 0$,则相应的 $P_0^{off} = 1, P_n^{off} = \alpha (n > 0), \langle n \rangle_{off} = 0$;反之,则反。

图 9 中画的是非共振腔长情况下的光子数分布.三种情况下的参量差别仅在于 f 即 θ 和 ϕ .图 9 (a)(b)和(c)对应的 f 分别为 1, 2 和 $1 - \sqrt{2}/2$.从图 9 中可以看出,大的 f 使 P_n 分布向大的光子数方向移动,小的 f 使 P_n 分布向小的光子数方向移动,这与解析近似的预言相符合。

图 10 与图 8 一样,画的也是 $\langle n \rangle$ 和 σ 随 L 的变化.两者参量的差别仅在于 f 即 θ 和 ϕ .前者 $\theta = \pi/4, \phi = \pi, f = 2 > 1$ (与图 9(b)中参量 θ 和 ϕ 相同),后者 $\theta = \pi/8, \phi = 0, f = 1 - \sqrt{2}/2 < 1$ (与图 9(c)中参量 θ 和 ϕ 相同).比较可以发现,前者的非共振 $\langle n \rangle_{off}$ 果然要比后者的非共振 $\langle n \rangle_{off}$ 大,换言之, f 越大, $\langle n \rangle_{off}$ 越大,而 f 越小, $\langle n \rangle_{off}$ 越小,这与解析近似的预言相符合。

对于 L 满足共振条件(32)式和一对共振整数对 $(j_1 + 1, m_1)$ 的情况, θ 和 ϕ 对 P_n 的影响可以从(65)式看出.把(30)式代入到(65)式中的因子

$$\frac{P_{ems}(j_1)}{P_{ems}^{off}(j_1)}$$

中可得到

$$r(j_1) \equiv \frac{P_{\text{ems}}(j_1)}{P_{\text{ems}}^{\text{off}}(j_1)} = \begin{cases} r^{\text{odd}}(j_1) \equiv \frac{P_{\text{ems}}^{\text{odd}}(j_1)}{P_{\text{ems}}^{\text{off}}(j_1)} = \frac{1 - s_{j_1} \cos(2\theta)}{2s_{j_1}^2 [1 - \sin(2\theta) \cos\phi]} + \frac{5}{4} - \frac{1}{4s_{j_1}^2}; \\ r^{\text{even}}(j_1) \equiv \frac{P_{\text{ems}}^{\text{even}}(j_1)}{P_{\text{ems}}^{\text{off}}(j_1)} = \frac{1 + s_{j_1} \cos(2\theta)}{2s_{j_1}^2 [1 - \sin(2\theta) \cos\phi]} + \frac{1}{4} - \frac{1}{4s_{j_1}^2}. \end{cases} \quad (70)$$

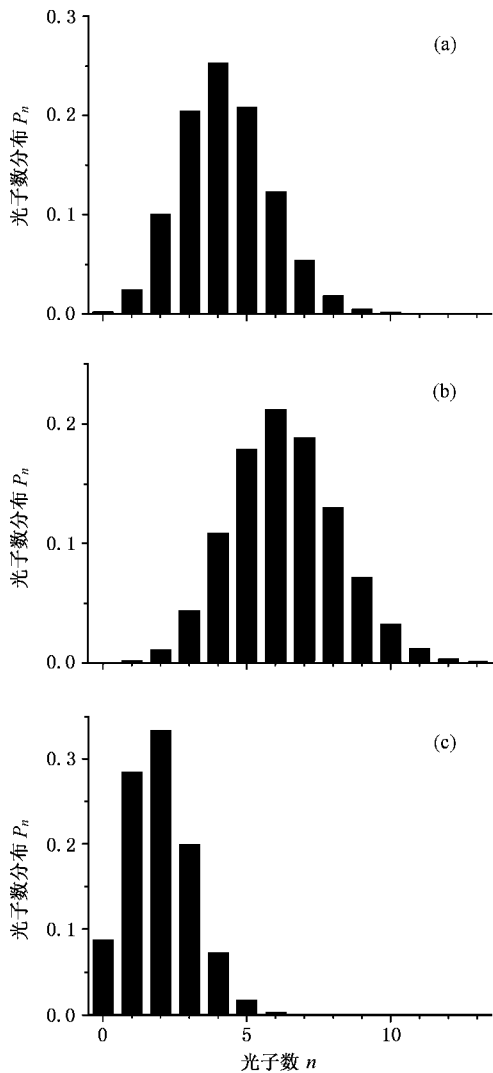


图9 非共振腔长情况下的光子数分布 P_n 3个图的共有参量为 $\delta = 1, r = 0.01, m_b = 0, N_{\text{ex}} = 50, L = \pi/4, \theta, \phi, f$ 分别为 (a) $\theta = \pi/2, \phi = \pi/2, f = 1$ (b) $\theta = \pi/4, \phi = \pi, f = 2$; (c) $\theta = \pi/8, \phi = 0, f = 1 - \sqrt{2}/2$

给定 δ 的情况下, 从 (65) 式可知, P_n 相对于 P_n^{off} 还受 $r(j_1)$ 中的 θ 和 ϕ 的影响; θ 和 ϕ 使 $r(j_1)$ 越大于 1, P_n 分布相对于 P_n^{off} 分布越向大光子数方向移动, 其 $\langle n \rangle$ 相对于非共振平台 $\langle n \rangle_{\text{off}}$ 也越大; 反之, 则越反. 第 3 节已经指出, 发射概率随腔长变化的图形中, 奇共振峰总是大于非共振平台, 而偶共振峰可以大于也可以小于非共振平台; 于是 $r^{\text{odd}}(j_1)$ 总是大于

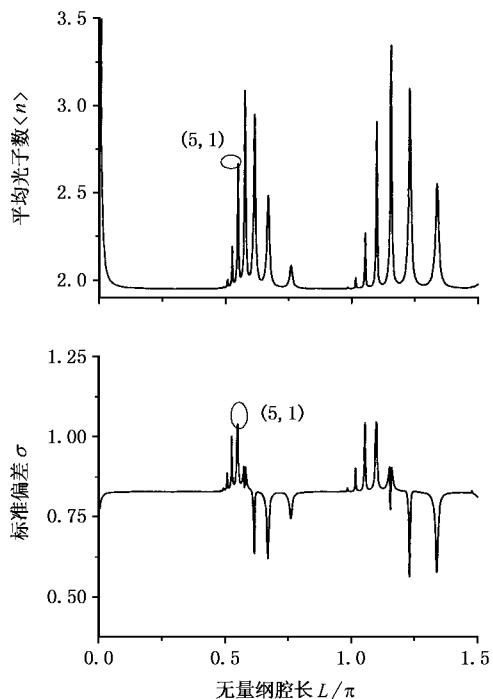


图10 平均光子数 $\langle n \rangle$ 和标准偏差 σ 随无量纲腔长 L 的变化 $\delta = 1, r = 0.01, m_b = 0, N_{\text{ex}} = 50, \theta = \pi/8, \phi = 0$

1 而 $r^{\text{even}}(j_1)$ 可以大于也可以小于 1. 所以 $\langle n \rangle$ 随 L 变化的图形中, 奇共振峰总是大于非共振平台, 而偶共振峰可以大于也可以小于非共振平台.

正如前述, 图 7 中画的是图 6 中共振 (7, 2) 偶共振) 对应的腔长下的光子数分布, 图 9 (b) 画的是非共振腔长情况下的光子数分布. 两者的参量差别仅在于 L , 即前者的 L 满足共振条件而后的 L 不满足共振条件. 前者对应的发射概率共振峰与非共振平台之比 $r^{\text{even}}(6) < 1$, 于是相对 P_n^{off} 分布 (后者), 其光子数分布向小光子数方向移动. 图 11 中画的是图 10 中共振 (5, 1) 奇共振) 对应的腔长下的光子数分布, 同样如前述, 图 9 (c) 画的是非共振腔长情况下的光子数分布. 两者的参量差别也仅在于 L , 即前者的 L 满足共振条件而后的 L 不满足共振条件. 前者对应的发射概率共振峰与非共振平台之比 $r^{\text{odd}}(4) > 1$, 于是相对 P_n^{off} 分布 (后者), 其光子数分布向大光子数方向移动. 于是, 我们可以说, θ 和 ϕ 使 $r(j_1)$ 越大于 1, P_n 分布相对 P_n^{off} 分布越向大光子

数方向移动 ;反之 ,则反 .

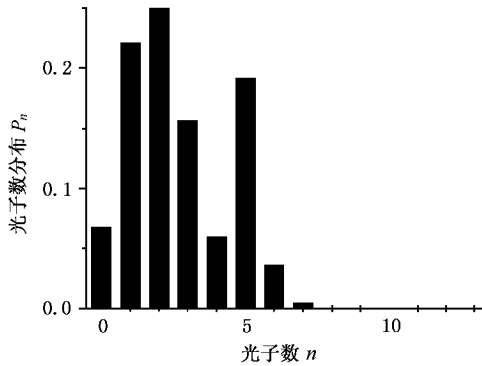


图 11 与图 10 中共振(5,1)对应的腔长下的光子数分布 P_n $\delta = 1$, $r = 0.01$, $m_b = 0$, $N_{ex} = 50$, $\beta = \pi/8$, $\phi = 0$ 对应的无量纲腔长为 $L = 0.54915\pi$

再回到图 10 和图 8 ,正如前述 ,它们画的是 $\langle n \rangle$ 和 σ 随 L 的变化 ,两者的参量差别仅在于 θ 和 ϕ .前者的向上的共振(5,1)对应的发射概率共振峰与非共振平台之比 $r^{okl}(4) > 1$,后者的向下的共振(7,2)对应的发射概率共振峰与非共振平台之比 $r^{ever}(6) < 1$.所以前者的 $\langle n \rangle$ 图中共振(5,1)对应的 $\langle n \rangle$ 相对于该图中非共振平台 $\langle n \rangle_{off}$ 要大 ,后者的 $\langle n \rangle$ 图中共振(7,2)对应的 $\langle n \rangle$ 相对于其非共振的平台 $\langle n \rangle_{off}$ 要小 .

本节的讨论一直限于超冷原子和没有热平衡光子数的情况 .通过讨论 ,我们发现如下特点 :光子统计的共振与发射概率的共振具有一一对应的关系 ;如果不存在失调 ,原子相干参量对于光子统计不产生任何影响 ,如果存在失调 ,调节原子相干参量 ,非

共振光子数分布可以向大光子数方向和小光子数方向灵活地移动 ,非共振平均光子数也相应地移动 ,而共振光子数分布相对非共振光子数分布也可以向大、小光子数两方向移动 ,共振平均光子数相对非共振平均光子数同样也作相应地移动 .可见 ,原子相干参量对平均光子数随腔长变化的图形中的共振峰和非共振平台的绝对大小和相对比例具有灵活的可调性 .

6 结 语

本文建立了超冷 V 型三能级原子注入的微波激射腔场光子统计的量子理论 ,研究了原子相干性对光子统计性质的影响 .我们发现 ,腔内原子的发射概率随腔长变化的曲线中存在着共振峰和非共振平台 ,原子相干性对这些共振峰和非共振平台的绝对大小和相对比例具有灵活的可调性 .原子发射概率的这些特点对腔场光子统计产生了直接的影响 .平均光子数随腔长变化的曲线中也存在着共振峰和非共振平台 ,给定腔长 ,无论是否满足共振条件 ,适当调节原子相干参量 ,都可以使光子数分布向大、小光子数两个方向灵活地移动 ,平均光子数也相应地增加和减少 ,换言之 ,平均光子数的这些共振峰和非共振平台的绝对大小和相对比例 ,可以被原子相干参量灵活地调节 .本研究中还发现 ,适当选取原子相干参量 ,光子统计在大范围的腔长内 ,会出现亚泊松分布 .

[1] P. R. Berman (ed.), Cavity Quantum Electrodynamics (Academic , Boston ,1994).
 [2] D. Meschede , H. Walther , G. Muller , *Phys. Rev. Lett.* , **54** (1985) , 551 .
 [3] P. Filipowicz , J. Javanainen , P. Meystre , *Phys. Rev.* , **A34** (1986) , 3077 .
 [4] L. A. Lugiato , M. O. Scully , H. Walther , *Phys. Rev.* , **A36** (1987) , 740 .
 [5] G. Raithel , C. Wagner , H. Walther , L. M. Narducci , M. O. Scully , in Ref.[1] , p. 57 .
 [6] E. Arimondo , W. D. Phillips , F. Strumia (ed.) , Laser Manipulation of Atoms and Ions (North-Holland , Amsterdam ,1992).
 [7] M. O. Scully , G. M. Meyer , H. Walther , *Phys. Rev. Lett.* , **76** (1996) , 4144 .

[8] G. M. Meyer , M. O. Scully , H. Walther , *Phys. Rev.* , **A6** (1997) , 4142 .
 [9] M. Löffler , G. M. Meyer , M. Schröder , M. O. Scully , H. Walther , *Phys. Rev.* , **A56** (1997) , 4153 .
 [10] M. Schröder , K. Vogel , W. P. Schleich , M. O. Scully , H. Walther , *Phys. Rev.* , **A56** (1997) , 4164 .
 [11] M. Löffler , G. M. Meyer , H. Walther , *Europhys. Lett.* , **41** (1998) , 593 .
 [12] C. Bracher , *J. Phys. B : At. Mol. Opt. Phys.* , **30** (1997) , 2717 .
 [13] Z. M. Zhang , Z. Y. Lu , L. S. He , *Phys. Rev.* , **A59** (1999) , 808 .
 [14] Z. M. Zhang , L. S. He , *Opt. Commun.* , **157** (1998) , 77 .
 [15] Z. M. Zhang , X. F. Li , S. K. Zhou , *Acta Phys. Sin. (Overseas Edition)* , **8** (1999) , 571 .
 [16] Z. M. Zhang , W. Q. Liang , S. W. Xie , *Chin. Phys.* , **9** (2000) , 900 .

- [17] Z. M. Zhang , L. S. He , *Chin. Phys. Lett.* , **16**(1999) , 26. (2001) , 223.
- [18] Z. M. Zhang , S. K. Zhou , Y. X. Xia , Y. L. Chen , S. W. Xie , *Chin. Phys. Lett.* , **16**(1999) , 568. [23] J. Y. Zeng , Introduction to Quantum Mechanics (Peking University Press , Beijing , 1993) , p. 62 (in Chinese [曾谨言 , 量子力学导论 (北京大学出版社 , 北京 , 1993) , 第 62 页]).
- [19] Z. M. Zhang , S. W. Xie , S. K. Zhou , *J. Phys. B : At. Mol. Opt. Phys.* , **32**(1999) , 4013. [24] M. Brune , J. M. Raimond , S. Haroche , *Phys. Rev.* , **A35**(1987) , 154.
- [20] Z. M. Zhang , S. W. Xie , Y. L. Chen , Y. X. Xia , S. K. Zhou , *Phys. Rev.* , **A60**(1999) , 3321. [25] L. Davidovich , J. M. Raimond , M. Brune , S. Haroche , *Phys. Rev.* , **A36**(1987) , 3771.
- [21] Z. M. Zhang , S. W. Xie , W. Q. Liang , S. K. Zhou , *J. Phys. B : At. Mol. Opt. Phys.* , **33**(2000) , 2125. [26] I. Ashraf , J. Gea-Banaoche , M. S. Zubairy , *Phys. Rev.* , **A42**(1990) , 6704.
- [22] Z. M. Zhang , W. Q. Liang , S. W. Xie , *Chin. Phys. Lett.* , **18**

MICROMASER INJECTED WITH ULTRA-COLD V-TYPE THREE-LEVEL ATOMS : EFFECTS OF ATOMIC COHERENCE ON PHOTON STATISTICS *

LIANG WEN-QING CHU KAI-QIN ZHANG ZHI-MING XIE SHENG-WU
(Department of Physics , Shanghai Jiaotong University , Shanghai 200240 , China)
(Received 13 February 2001 ; revised manuscript received 29 June 2001)

ABSTRACT

The effects of the atomic coherence on the photon statistics of the micromaser injected with ultra-cold V-type three-level atoms are studied. In the plot of the atomic emission probability versus the cavity length , there are resonance peaks and non-resonance platforms , which can be adjusted by the atomic coherence parameters. These features of emission probability affect the properties of photon statistics directly. In the plot of the mean number of photons versus the cavity length , there are resonance peaks and non-resonance platforms too. Given a cavity length , with the change of the atomic coherence parameters , the distribution of photon numbers can move towards the large or small photon numbers , and the mean number of photons increases or decreases accordingly. We also find , with appropriate atomic coherence parameters , that the photon statistics are sub-Poissonian in large region of the cavity length.

Keywords : micromaser , ultra-cold V-type three-level atom , atomic coherence , photon statistics

PACC : 4250

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 10074046).