

行星重力的后牛顿近似对卫星作用的估计*

钟鸣乾

(西北大学物理系, 西安 710069)

(2001 年 5 月 27 日收到, 2001 年 7 月 1 日收到修改稿)

将行星重力的广义相对论后牛顿近似应用于木星系统和撞击木星的彗星 Shoemaker-Levy 9, 计算了木星重力的后牛顿改正和它的卫星的进动效应, 并与地球-月球系统作比较, 进行分析和讨论.

关键词: 重力的后牛顿近似, 木星及其卫星, 彗星 Shoemaker-Levy 9, 广义相对论

PACC: 9690, 9630, 0420

1 引 言

周期彗星 Shoemaker-Levy 9 (1993a) 于 1994 年 7 月撞击木星是 20 世纪令人瞩目的太阳系天文事件, 引起科学界的兴趣和关注. 在 1993 年 3 月发现该彗星后, 就开始报道有关消息和阐述观点^[1]. 并且观测它的运动, 研究它的性质和预言撞击情况^[2-5]. 这些研究都建筑在牛顿理论体系的基础上, 某些预言与观测大致相符合. 然而也存在一些问题. 按理论预言的某些令人注意的现象, 在地球上没有被观测到^[6]. 碰撞的力学规律和原因也有待进一步研究. 广义相对论是比牛顿引力理论更普遍更精确的理论. 虽然对于太阳系天体, 它所产生的效应只是关于牛顿引力效应的微小改正, 但实际上后牛顿近似对太阳系天体产生的效应早已被注意到, 水星近日点进动成为著名的广义相对论的经典检验之一. 随着测量精确度不断提高, 渐近方法的发展和计算机应用, 在 20 世纪下半叶, 广义相对论及其他引力理论的后牛顿近似得到重视和应用^[7]. 某些专著已作了系统阐述^[8-10]. 而且努力进行着观测和实验检验的探索^[11]. 我们具体探讨过天体的后牛顿重力效应^[12-14]. 在此基础上, 本文将进一步联系木星及其卫星和撞击木星的彗星 Shoemaker-Levy 9 作计算估计, 并与地球-月球系统作比较, 进行分析讨论. 这对

于探索与人类关系密切的太阳系天体演化和运动是有意义的.

2 木星后牛顿重力对卫星及彗星 Shoemaker-Levy 9 作用的估计

广义相对论后牛顿近似是牛顿理论形式体系加上广义相对论的后牛顿改正. 我们已得到重力的后牛顿表示式^[12, 14]

$$g_P \approx g_N \left(1 - \frac{3GM}{c^2 r} \right), \quad g_N = \frac{GM}{r^2}, \quad (1)$$

$$\Delta g_P = g_P - g_N \approx -\frac{3G^2 M^2}{c^2 r^3} = -\frac{3R_S}{2r} g_N, \quad (2)$$

式中 G 为引力常量, c 为光速, g_P 是精确到后牛顿级的重力(检验质点单位质量在引力场所受的重力, 等于重力加速度), Δg_P 为重力的后牛顿改正, g_N 为牛顿重力, M 为产生引力场的天体质量, R_S 为 Schwarzschild 半径, r 为检验质点与天体中心距离, 负号表示重力后牛顿改正与牛顿重力方向相反. 在(1)(2)式中, 因 $G/c^2 = 7.4 \times 10^{-28} \text{ kg} \cdot \text{m}^{-1}$ 是很小的量, 于是 Δg_P 比 g_N 小得多. 但 Δg_P 与质量 M^2 成正比, 与 r^3 成反比, 而 g_N 与 M 成正比, 与 r^2 成反比. 所以天体质量及场中的点与天体距离对于后牛顿改正

* 中国科学技术大学天体物理和宇宙学基金资助的课题.

的影响更显著.因此木星重力的后牛顿改正比地球相应的值大,作用和影响也较显著.实际上地球在它表面的重力的后牛顿改正为 $\Delta g_{PE} = 2.1 \times 10^{-8} \text{ms}^{-2}$ (本文中数值结果都取绝对值)($g_N = 9.8 \text{ms}^{-2}$),在月球上为 $\Delta g_{PE} = 9.4 \times 10^{-14} \text{ms}^{-2}$;木星在它表面的相对应的值为 $\Delta g_{PJ} = 1.5 \times 10^{-6} \text{ms}^{-2}$ ($g_N = 24.9 \text{ms}^{-2}$),在木卫一上为 $\Delta g_{PJ} = 7.2 \times 10^{-9} \text{ms}^{-2}$.月球与木卫一的质量、大小很接近,木卫一与木星距离和月地距离相差也不大,然而木星引力场在木卫一上重力的后牛顿改正,比地球引力场在月球上相对应的值约大 7×10^4 倍.

彗星 Shoemaker-Levy 9 于 1992 年 7 月进入木星的洛希极限,离木星中心最近距离约 $1.31 R_J = 94000 \text{km}$ (R_J 为木星半径),彗核分裂成较大碎裂物约 20 块,于 1994 年 7 月与木星碰撞^[2-5].当 $r = 1.31 R_J$ 时,按(1)(2)式,彗星碎块单位质量受木星重力的后牛顿改正值 $\Delta g_{PJ} = 7.1 \times 10^{-7} \text{ms}^{-2}$,牛顿值为 $g_N = GM_J / (1.31 R_J)^2 = 14.5 \text{ms}^{-2}$.到达木星表面与木星碰撞时,即 $r = R_J$, $\Delta g_{PJ} = 1.5 \times 10^{-6} \text{ms}^{-2}$.虽然 Δg_{PJ} 比 g_N 小得多,然而正如一天体在另一天体上产生的引潮力(潮汐力)的牛顿值比天体直接产生的万有引力牛顿值也小得多.质点单位质量所受引潮力牛顿值可取的最大值近似为 $g_t = 2GM_r / r^3$ (若这是行星在卫星上产生的引潮力,则 M 为行星质量, r_t 为卫星半径, r 为卫星与行星中心距离).因此,大行星重力的后牛顿改正值与大行星在小卫星上产生的引潮力的牛顿值在数值上是可以相比较的,然而有不同的作用机理.于是木星重力的后牛顿改正可能对彗星 Shoemaker-Levy 9 在撞击木星前产生作用和影响.因 Δg_{PJ} 与 g_N 符号相反,所以后牛顿改正与牛顿引力起相反作用.实际上按牛顿理论研究预言 Shoemaker-Levy 9 撞击木星的某些令人注意的现象地球上没有探测到^[6],即观察到某些现象没有预言那样明显.这与后牛顿重力改正对彗星碎块的某种相反作用定性相符合.当然可能还有理论上没有严格精确推导计算和非引力效应及其他未知的更深刻复杂的原因.有文章指出,由于太阳系内混沌运动,是导致这次撞击的原因^[15].于是,广义相对论的后牛顿近似的微小改正也许相当于产生某种初始条件改变而引起的随机行为,成为导致混沌运动的因素之一.

3 木星的卫星的广义相对论进动效应

广义相对论后牛顿近似早就给出行星绕转一周近日点(或卫星近星点)的进动角度 $\Delta\varphi$ 为

$$\Delta\varphi = \frac{6\pi GM}{c^2 r_{\min}(1+e)} = \frac{2GM}{c^2} \frac{3\pi}{a(1-e^2)}, \quad (3)$$

式中 a 为轨道长半轴, e 为偏心率, r_{\min} 为近日点(或近星点)至中心天体距离.最近,有文献从新的角度研究陀螺进动效应^[16].广义相对论后牛顿近似也早已给出某些可能观测的陀螺进动效应^[9].当一具有自转的天体(如卫星)绕一中心天体(如行星)作轨道运动时,如果自转轴在轨道平面内,那末得到自转体轨道运动一周自转轴测地进动(本质上是由引力产生的 Thomas 进动)角速度平均值的最大值 $\langle \Omega_G \rangle$ 为

$$\langle \Omega_G \rangle = \frac{3(GM)^{3/2}}{2c^2 r^{5/2}}, \quad (4)$$

式中 M 为中心体质量, r 为绕转体至中心体的距离.如果中心天体也有自转,那末将产生 Lense-Thirring 进动.当绕转体的自转轴与轨道平面垂直时,进动取最大值.轨道运动一周 Lense-Thirring 进动角速度平均值的最大值 $\langle \Omega_{LT} \rangle$ 为

$$\langle \Omega_{LT} \rangle = \frac{GI\omega}{2c^2 r^3}, \quad (5)$$

式中 ω 为中心体角速度, I 为它的转动惯量($I\omega$ 是角动量), r 为绕转体与中心体距离.

(3)(4)和(5)式所确定的值,对于太阳系的天体,都是很小的.但这只是轨道运动一周的值,如果轨道运动的转数很多,就乘以绕转圈数,会产生累积,达到可观测的值.即使不易观测,然而这种效应的影响仍然存在.

水星近日点的进动首先被观测确定,成为广义相对论著名检证之一.此后,地球和小行星 Icarus 近日点进动也被观测到,理论值与观测值基本符合.大多数行星和小天体(卫星和小行星等)近日点或近星点难于确定,或者由于其他非引力效应的干扰和掩盖,近日点进动难于观测.中心体质量对进动影响很大.假使卫星的近星点存在进动,那末木星的某些卫星近星点进动比月球大得多,木卫一进动约是月球进动 290 倍.而且木星的四个大卫星:木卫一、木卫二、木卫三和木卫四的轨道运动周期分别为 1.77, 3.55, 7.16 和 16.7 天,比月球的运动周期 27.3 天短得多,因此在相同的时间内轨道运动转数较多,进动

的累积值也大.

按 (4) 式, 卫星或人造卫星(或放在其中的自转陀螺)的自转轴测地进动平均角速度的理论值, 在地球引力场内, $\langle \Omega_G \rangle_E \approx 8.4 (R_E/r)^{5/2} (")/yr$, 在木星引力场内, $\langle \Omega_G \rangle_J \approx 115 (R_J/r)^{5/2} (")/yr$, 由此可知, 在 $\langle R_E/r \rangle^{5/2}$ 和 $\langle R_J/r \rangle^{5/2}$ 相同的情况下, $\langle \Omega_G \rangle_J$ 约是 $\langle \Omega_G \rangle_E$ 的 14 倍. 按 (5) 式, Lense-Thirring 进动平均角速度理论值, 取 $r \approx R$, 在地球引力场内, $\langle \Omega_{LT} \rangle_E \approx 0.055"/yr$ (取地球转动惯量 $0.33 MR^2$) 在木星引力场内, $\langle \Omega_{LT} \rangle_J \approx 4.6"/yr$ (取木星转动惯量 $0.4 MR^2$). 可知 $\langle \Omega_{LT} \rangle_J$ 约为 $\langle \Omega_{LT} \rangle_E$ 的 80 多倍. 总之, 木星的卫星进动要比地球的卫星进动大得多. 地球人造卫星中自转陀螺进动可以观测. 早在 20 世纪 50 年代末, Schiff 和 Pugh 分别提出检测自转进动的地球人造卫星轨道陀螺实验; 20 世纪 70 年开始, Stanford 大学准备和进行这方面实验^[11]. 20 世纪末, 工作有了进展^[7]. 如果以绕木星的人造卫星(宇宙飞船)检测自转陀螺进动实验, 那将有更明显的效应. 并由此也可用于观测估计卫星自转.

彗星 Shoemaker-Levy 9 发现前的动力学性质难于精确地决定, 但也有些推算和假设, 认为它与 1889 年发现的周期彗星 Brooks 2 的较大的伴星相联系^[2], 又像是 1971 年被俘获为相当于木星的卫星^[3]. 于是它的近星点就有进动. 该彗星分裂的原因主要是木星产生的引潮力, 然而, 自转的惯性离心力也可能是分裂的原因之一, 因此可推测, 它有转动. 这样, 当它成为木星的卫星后, 受到木星重力的后牛顿近似的作用, 产生上述后两种自转进动效应. 这些

效应虽很小, 但对它的运动仍有所作用, 成为影响 Shoemaker-Levy 9 与木星撞击的因素之一.

4 结 语

太阳系行星重力的后牛顿近似改正效应虽然微小, 但相对比较而言, 质量大的行星仍有较大的值, 可能观测, 尤其是某些可累积的效应. 木星是太阳系最大行星, 它所产生的后牛顿重力改正要比地球大得多. 卫星近星点的进动、自转轴的测地进动和 Lense-Thirring 进动等随着绕转体轨道运动转数的增加而产生累积效应, 所以经长时间积累有可能观测到. 虽然未曾长期观测或不易观测, 但这种作用和影响依然存在, 今后可以观测.

质量是引力源, 牛顿引力与质量成正比, 后牛顿引力改正虽小, 然而与质量平方成正比, 有些效应可能与 $3/2$ 次方或更高次方成比例, 于是广义相对论后牛顿引力效应、引力现象就更复杂和更具有多样性. 小天体撞击大质量木星比撞击地球的可能性大, 研究太阳系天体引力性质、运动和演化时应考虑这一点.

彗星 Shoemaker-Levy 9 对木星产生撞击, 按本文计算估计和分析讨论, 可以认为广义相对论后牛顿效应可能影响该彗星对木星的撞击. 牛顿引力是后牛顿近似的极限. 所以从后牛顿近似理论出发计算讨论与牛顿理论是不矛盾的, 而且从广义相对论后牛顿近似思考研究太阳系天体引力性质和运动, 会给我们新的启示和思路.

[1] C. R. Chapman, *Nature* **363**(1993) 492; **365**(1993) 784.

[2] Z. Sekanina, *Science* **262**(1993) 382.

[3] H. A. Weaver et al., *Science* **263**(1993) 787.

[4] J. V. Scotti, H. J. Melosh, *Nature* **365**(1993) 733.

[5] E. Asphaug, W. Bonz, *Nature* **370**(1994) 120.

[6] K. Ziemelis, *Nature* **371**(1994) 16.

[7] I. I. Shapiro, *Rev. Mod. Phys.* **71**(1999) S41.

[8] C. W. Misner, K. S. Thorne, J. A. Wheeler, *Gravitation* (Freeman and Company, San Francisco, 1973) chap. 39, p. 1117.

[9] S. Weinberg, *Gravitation and Cosmology* (Wiley, New York, 1972), chap. 9, p. 233.

[10] Y. J. Wang, Z. M. Tang, *The Theory and Effects of Gravitation* (Hu 'nan Science and Technology Press, Changsha, 1990) p. 330; 676 (in Chinese) 王永久、唐智明, 引力理论和引力效应(湖南科学技术出版社, 长沙, 1990), 第 330 和 676 页.]

[11] R. X. Qin, Y. L. Yan, *Tests of General Relativity and Other Theories of Gravitation* (Shanghai Science and Technology Literature Press, Shanghai, 1987) chap. 3 (in Chinese) 秦荣先、闫永廉, 广义相对论与引力理论实验检验(上海科学技术文献出版社, 上海, 1987), 第三章.]

[12] M. Q. Zhong, *Chin. Sci. Bull.* **37**(1992) 8 [钟鸣乾, 科学通报 **36**(1991) 875].

- [13] M. Q. Zhong , *J. Northwest Univer.* , **22**(1992) , 287 (in Chinese)
[钟鸣乾 , 西北大学学报 , **22**(1992) , 287].
- [14] M. Q. Zhong , *J. Northwest Univer.* , **29**(1999) , 381 (in Chinese)
[钟鸣乾 , 西北大学学报 , **29**(1999) , 381].
- [15] J. J. Lissauer , *Rev. Mod. Phys.* , **71**(1999) , 836.
- [16] Y. Peng , Z. B. Liang , J. L. Jing , Y. B. Huang , *Acta phys. Sin.* ,
49(2000) , 1670 (in Chinese). [彭 毅、梁志彬、荆继良、黄亦
斌 , 物理学报 , **49**(2000) , 1670].

ESTIMATION OF POST-NEWTONIAN APPROXIMATION OF GRAVITY THAT AFFECTS SATELLITES OF PLANET^{*}

ZHONG MING-QIAN

(*Department of Physics , Northwest University , Xi ' an 710069 , China*)

(Received 27 May 2001 ; revised manuscript received 1 July 2001)

ABSTRACT

The post-Newtonian approximation in general relativity will be used to estimate gravity for the jovian system and the comet shoemaker-Levy 9 that collided with Jupiter. We calculate and discuss the post-Newtonian corrections to the gravity of Jupiter and precessions of its satellites , which are compared with the Earth-Moon system.

Keywords : post-Newtonian approximation to gravity , jupiter and its satellites , comet Shoemaker-Levy 9 , general relativity

PACC : 9690 , 9630 , 0420

^{*} Project supported by the Foundation of Astrophysics and Cosmology of University of Science and Technology of China.