

Paul 阱中共面构型三费米子的量子力学运动*

何 明 段宜武†

(湖南师范大学物理系,长沙 410081)

朱熙文 施 磊

(中国科学院武汉物理与数学研究所,武汉 430072)

(2000 年 3 月 1 日收到,2000 年 7 月 19 日收到修改稿)

求解了 Paul 阱中总自旋为 $S = 1/2, 3/2$ 的三全同费米子体系在共面情形下的 Schrödinger 方程. 根据其波函数节线结构和形状密度分布,研究了系统的结构和量子力学运动模式,并与玻色子体系和经典情形进行了比较.

关键词: Paul 阱, 三费米体系, 运动模式

PACC: 2925, 3580, 3110

1 引 言

简单体系的薛定谔方程精确解一直是量子力学的基本问题. 随着量子信息、量子计算的发展,离子阱中的囚禁离子体系的量子力学问题变得越来越重要. 最近在 Paul(鲍尔)阱中的一系列激光冷却实验使得玻色-爱因斯坦凝聚(BEC)成为人们关注的焦点,也使得对 Paul 阱中离子运动的量子力学问题更有趣. Yin 和 Javanainen^[1]用一个库仑等效势研究了一个一维两离子模型,得出了一些很有意思的结果,但他们仅仅得出了近似解. 鉴于 Paul 阱中离子体系的量子力学问题的重要性,我们对两离子体系的薛定谔方程进行了深入的研究^[2],发现了在一维、二维和三维情况下,其薛定谔方程均可以得出精确解,其方法与我们对玻恩-奥本海默近似(Born-Oppenheimer approximation, BOA)下氢分子离子薛定谔方程的求解^[3,4]十分类似. 与 Yin 等人的研究不同的是,我们没有使用任何等效势,而是直接使用离子间的库仑相互作用来讨论问题.

两离子体系毕竟是 Paul 阱的决定性非线性动力学系统中最简单的. 三离子体系的动力学应该具有更复杂、更丰富的性质. Paul 阱中的三离子问题不仅存在离子间的库仑作用,还存在囚禁场的作用,因而有别于一般的三体问题(天体三体问题与库仑三体问题). 大家知道,如果阱参数满足一定的关

系^[4],离子可能被囚禁在 $x-y$ 平面或者在 z 轴上. 这样,可以构造两离子的共线和共平面模型. 我们对共线构型下的三离子体系的经典和量子力学研究表明^[5,6]在经典力学的研究中,共线三离子体系的运动是规则运动,在量子力学中,我们发现波函数具有很好的节线结构. 系统的量子力学内部运动模式完全和经典力学的所有在 Kolmogorov-Arnold-Moser (KAM)环面^[13]上的周期轨道相对应.

共面三离子体系的情形则不然. 研究^[5,7]发现,体系的势能是马鞍型双阱势,当体系的能量小于鞍点能时,体系的经典相空间是规则的;反之,其经典相空间是混沌的,但在混沌区中存在较大的 KAM 不变环面. 对由玻色子组成的体系而言,其量子力学波函数分布在能量较低时仍旧具有较好的节线结构^[7]. 可见,在共面构型下,三离子体系的物理内涵变得更为丰富,有待于进一步研究.

本文讨论共面情形下的三费米子体系的量子力学问题. 在这种情况下,粒子的自旋变得很重要.

2 模型与求解方法

对于 Paul 阱中的荷质比为 $\frac{e}{m_i}$ 的第 i 个离子,所处空间坐标为 $\{x_i, y_i, z_i\}$,它感受到的囚禁场的平均作用为

$$V = \frac{m_i}{2e} (\omega_x^2 (x_i^2 + y_i^2) + \omega_z^2 z_i^2), \quad (1)$$

* 国家自然科学基金(批准号:19874019)资助的课题.

† 联系人, 电子邮件: ywduan@sparc2.hunnu.edu.cn

其中 ω_r 和 ω_z 分别为离子在 x - y 平面和 z 轴的久期频率, V 称为 Paul 阱的赝势, 在取适当的阱参数时, 赝势 V 是囚禁场一个很好的近似^[8,9].

对于被限制在 x - y 平面的质量为 m , 电荷为 e 的三个全同囚禁离子, 在赝势模型下, 引入 Jacobi 坐标系, 并将质心部分分离出来, 哈密顿量的相对运动部分可以写成^[7]

$$H = -\frac{\hbar^2}{m} \nabla_R^2 - \frac{3\hbar^2}{4m} \nabla_r^2 + \frac{m}{4} \omega_0^2 R^2 + \frac{m}{3} \omega_0^2 r^2 + \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{r_{13}} + \frac{1}{r_{23}} \right), \quad (2)$$

其中 ω_0 为外加射频场的频率, $\mathbf{R} = \mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1$, $\mathbf{r} = \mathbf{r}_3 - \frac{1}{2}(\mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_2)$, $r_{13} = r_3 - r_1$, $r_{23} = r_3 - r_2$. 对于共面三离子体系, 在外场作用力和离子间库仑作用力达到平衡时, 会构成最稳定结构, 即正三角形, 设其边长为 d_0 , 利用 $\frac{dV}{dd_0} = 0$, 得到平衡距离须满足

$$d_0^3 = \frac{3e^2}{4\pi\epsilon_0 m \omega_0^2}. \quad (3)$$

取 d_0 为长度单位, $\frac{1}{\omega_0}$ 为时间单位, $\hbar = m = 1$, 则可将体系哈密顿量简化为

$$H = -\nabla_R^2 - \frac{3}{4} \nabla_r^2 + \frac{R^2}{4} + \frac{r^2}{3} + \frac{1}{3} \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{r_{13}} + \frac{1}{r_{23}} \right), \quad (4)$$

相应的薛定谔方程是

$$\left[-\left(\frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} R \frac{\partial}{\partial R} + \frac{\partial^2}{R^2 \partial \Phi^2} \right) - \frac{3}{4} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r \frac{\partial}{\partial r} + \frac{\partial^2}{r^2 \partial \varphi^2} \right) + \frac{R^2}{4} + \frac{r^2}{3} + \frac{1}{3} \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{r_{23}} + \frac{1}{r_{13}} \right) \right] \Psi(R, \Phi, r, \varphi) = E \Psi(R, \Phi, r, \varphi). \quad (5)$$

我们用两个二维谐振子波函数的乘积构成基矢. 考虑两个二维谐振子本征函数

$$\phi_{NM}(R, \Phi) = \frac{\alpha_1}{\sqrt{\pi}} \sqrt{\frac{N!}{(N+|M|)!}} (\alpha_1 R)^{|M|} \cdot e^{-\alpha_1^2 R^2/2} L_N^{|M|}(\alpha_1^2 R^2) e^{-iM\Phi} \quad (6a)$$

$$\phi_{nm}(r, \varphi) = \frac{\alpha_2}{\sqrt{\pi}} \sqrt{\frac{n!}{(n+|m|)!}} (\alpha_2 r)^{|m|} \cdot e^{-\alpha_2^2 r^2/2} L_n^{|m|}(\alpha_2^2 r^2) e^{-im\varphi}, \quad (6b)$$

其中, $L_N^{|M|}$ 和 $L_n^{|m|}$ 为广义拉盖耳多项式, $\alpha_1 = \sqrt{\lambda/2}$, $\alpha_2 = \sqrt{2\lambda/3}$, λ 是二维谐振子的频率, 将被当作一个变分参数使用. 在实际计算中, 选取适当的 λ 值, 使得体系的基态能量最低^[7,10]. 这样构成的基矢为

$$\Psi_{NMnm}(\mathbf{R}, \mathbf{r}) = \phi_{NM}(R, \Phi) \phi_{nm}(r, \varphi). \quad (7)$$

考虑到全同粒子的交换对称性, 对于全同费米子体系, 基矢需满足反对称性, 因我们先将基矢反对称化^[12]. 用 $[K]$ 来代表一组量子数 (N, M, m, m) ,

$$\tilde{\Psi}_{[K]} = A \{ \Psi_{[K]} \chi_S^s \} = A \{ \phi_{NM}(R, \Phi) \cdot \phi_{nm}(r, \varphi) \chi_S^s \}, \quad (8)$$

其中 χ 为总自旋波函数, S 为总自旋, s 是由 1, 2 粒子组成的子系统的总自旋, A 是反对称化算子, $[K]$ 代表一组量子数 (N, M, m, m) . (8) 式的反对称化可以借助于广义三体 Talmi-Moshinsky 系数 (GTM) 来实现^[10,10], 其结果为

(1) 当 $S=1/2$ 时

$$\tilde{\Psi}_{[K]} = A \{ \Psi_{[K]} \chi_{1/2}^s \} = \chi_{1/2}^1 \sum_{[K_1]}^I C_{[K][K_1]}^I \Psi_{[K_1]} + \chi_{1/2}^0 \sum_{[K_2]}^II C_{[K][K_2]}^II \Psi_{[K_2]} \quad (9)$$

其中, 当 $[K]$ 中 M 取为奇数时

$$C_{[K][K_1]}^I = \frac{1}{3} [\delta_{[K][K_1]} - T_{[K][K_1]}^{\alpha\beta}], \quad (10a)$$

$$C_{[K][K_2]}^II = -\frac{\sqrt{3}}{3} T_{[K][K_2]}^{\alpha\beta}, \quad (10b)$$

当 $[K]$ 中 M 为偶数时

$$C_{[K][K_1]}^I = \frac{\sqrt{3}}{3} T_{[K][K_1]}^{\alpha\beta}, \quad (11a)$$

$$C_{[K][K_2]}^II = \frac{1}{3} [\delta_{[K][K_2]} - T_{[K][K_2]}^{\alpha\beta}]. \quad (11b)$$

(2) 当 $S=3/2$ 时

$$\tilde{\Psi}_{[K]} = A \{ \Psi_{[K]} \chi_{3/2}^1 \} = \chi_{3/2}^1 \sum_{[K_1]}^I C_{[K][K_1]}^III \Psi_{[K_1]}, \quad (12)$$

其中

$$C_{[K][K_1]}^III = \delta_{[K][K_1]} + 2 T_{[K][K_1]}^{\alpha\beta}, \quad (13)$$

式中求和号 $\sum_{[K_1]}^I$ 仅对 M 为奇数的 $[K]$ 求和, 而 $\sum_{[K_2]}^II$ 是对 M 为偶数的 $[K]$ 求和, 式中的 $T_{[K][K_1]}^{\alpha\beta}$ 就是由 Jacobi- β 系向 α 系变换的 GTM 系数, 满足

$$\tilde{\Psi}_{[K]}^\alpha = \sum_{[K_1]} T_{[K][K_1]}^{\alpha\beta} \tilde{\Psi}_{[K_1]}^\beta. \quad (14)$$

对于 $S=1/2$ 态,哈密顿量 H 的矩阵元

$$\begin{aligned} \tilde{\Psi}_{[K]}|H|\tilde{\Psi}_{[K']} &= \sum_{[K_1]}^I \sum_{[K'_1]}^I C_{[K][K_1]}^I \\ &\cdot C_{[K'][K'_1]}^I \Psi_{[K]}|H|\Psi_{[K']} + \sum_{[K_2]}^{II} \sum_{[K'_2]}^{II} \\ &\cdot C_{[K][K_2]}^{II} C_{[K'][K'_2]}^{II} \Psi_{[K]}|H|\Psi_{[K']}. \end{aligned} \quad (15)$$

对于 $S=3/2$ 态

$$\begin{aligned} \tilde{\Psi}_{[K]}|H|\tilde{\Psi}_{[K']} &= \sum_{[K_1]}^I \sum_{[K'_1]}^I C_{[K][K_1]}^{III} \\ &\cdot C_{[K'][K'_1]}^{III} \Psi_{[K]}|H|\Psi_{[K']}. \end{aligned} \quad (16)$$

本文仅研究总轨道角动量 $L=M+m=0$, 宇称为偶的态. 在本文的计算中, 对 $S=1/2$ 的态使用 94 个全反对称基, $S=3/2$ 态使用 99 个, 分别满足 $\chi(N+n)+|M|+|m|\leq 18$ 和 20. 在把体系的哈密顿矩阵对角化之后, 可以得到本征能量和本征波函数 Ψ .

表 1 系统的本征能量和主要分波

$S=1/2$			$S=3/2$		
态	能量	分波	态	能量	分波
1	2.9879	S	1	7.6223	P
2	4.9281	S	2	10.3422	P
3	6.8030	S	3	10.7167	P
4	7.0494	S	4	13.4876	P
5	7.8245	S	5	13.7871	P
6	9.1701	S	6	14.0220	P
7	9.2494	P	7	16.6115	P
8	9.4505	S	8	17.1917	P
9	9.8646	S	9	17.8501	P
10	10.4550	S	10	18.4796	P
11	11.3811	S	11	20.0205	P
12	11.5710	S	12	20.9089	P
13	11.9648	P	13	21.9860	P
14	12.0318	S	14	22.8967	P
15	12.2243	P	15	23.8398	P
16	12.5909	S	16	24.0238	P
17	12.9446	S	17	25.3090	P
18	13.8268	S	18	26.6060	P
19	14.0929	S	19	27.7233	P
20	14.3198	S	20	28.3032	P

在表 1 中给出三共面费米子体系总角动量为 0 的偶宇称态中头 20 个本征解的有关参数, 例如, 其本征能量、分波权重等. 从该表中可以看出, $S=1/2$ 态中大部分态的分波主要是 S 波, 其基态能量略高于玻色子体系^[7]; $S=3/2$ 态中各态的分波主要都

是 P 波, 其基态能量有了显著提高. 整体看来, 费米子体系的能量是高于玻色子体系的.

3 波函数分布与内部运动模式

为便于分析本征波函数 Ψ , 我们引入几个关联密度函数. 由波函数的归一化条件

$$1 = \int |\Psi(R, \Phi, r, \varphi)|^2 R r dR dr d\Phi d\varphi. \quad (17)$$

定义单体密度

$$\rho_1(r, \varphi) = r \int_0^\infty R dR \int_0^{2\pi} d\Phi \cdot |\Psi|^2. \quad (18)$$

单体密度表示在 r, φ 附近的单位空间中发现第三个离子的概率.

定义形状密度^[10,12]

$$\rho_s(R, r, \theta) = \pi |\Psi|^2 r R \sqrt{R^2 + r^2} \sin\theta, \quad (19)$$

其中 θ 为 R, r 的夹角. 形状密度是反映体系形状变化的一个概率密度, 可以用来显示隐含在其中的节线结构分布.

首先按照 (18) 式, 给出费米子体系的单体密度分布, 如图 1 所示. 该单体密度是在 $x-y$ 平面中绘制的等值线图, 与 r, φ 的关系为 $r = \sqrt{x^2 + y^2}, \varphi = \tan^{-1}(y/x)$. 可以看到, S 波为主的 0_1^+ 态, 如图 1 (a), 没有节线出现; 而以 P 波为主的 0_7^+ 态, 如图 1 (b) 在 r 方向和 φ 方向都存在明显的节线结构, 其节线数目都为 1. $S=3/2$ 态的分波都是以 P 波为主, 其单体密度结构类似于 $S=1/2$ 中的 0_7^+ 态的单体密度.

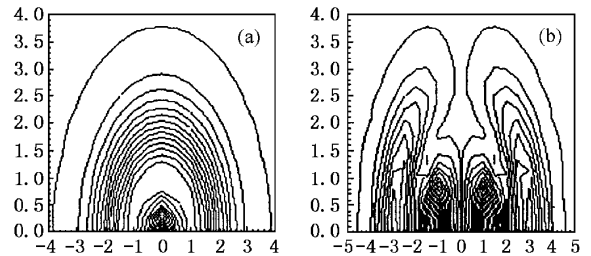


图 1 共面三费米子体系总自旋 $S=1/2$ 态的单体密度等值线分布图 (a)(b) 分别为 $0_1^+, 0_7^+$ 态的形状密度(图中以 $x-y$ 为坐标, 与 r, φ 的关系为 $r = \sqrt{x^2 + y^2}, \varphi = \tan^{-1}(y/x)$)

接下来在 $R-r$ 坐标中给出了费米子体系一些低能态的形状密度分布的等值线图, 为便于讨论, 在

(19) 式取 $\theta = 90^\circ$, 因为 θ 取其他角度与取 $\theta = 90^\circ$ 只存在定量上的差别, 定性上是一样的. 图 2、图 3 给出总自旋 $S = 1/2$ 态的形状密度分布, 图 4、图 5 给出总自旋 $S = 3/2$ 态的形状密度分布, 可以归纳出下面几点:

1. $S = 1/2$ 中以 S 波为主的态, 如图 2, 可以看出与玻色子体系的形状密度分布很类似^[7]: 基态波函数没有出现节线, 图 2(a)(b)(c) 与文献 [7] 中相应的形状密度分布图基本相同. 但从图 2(d)(e), (f) 看, 节线数目明显增多, 可见费米子体系 $S = 1/2$

态的能量要高于玻色子, 这与表 1 的结果相符.

2. $S = 1/2$ 中以 P 波为主的态, 如图 3, 将其与图 4 ($S = 3/2$ 态) 比较, 可以看出, 两者非常相似. 我们知道 $S = 3/2$ 态是完全反对称的, 从图 2、图 3 可见, $S = 1/2$ 态是混合对称的, S 波反映体系的对称性, P 波反映体系的反对称性.

3. $S = 3/2$ 态的形状密度分布, 如图 4, 最初的几个态表现出明显的节线结构, 基态波函数出现了节线, 这意味着粒子的剧烈运动, 与表 1 的结果也是相符的.

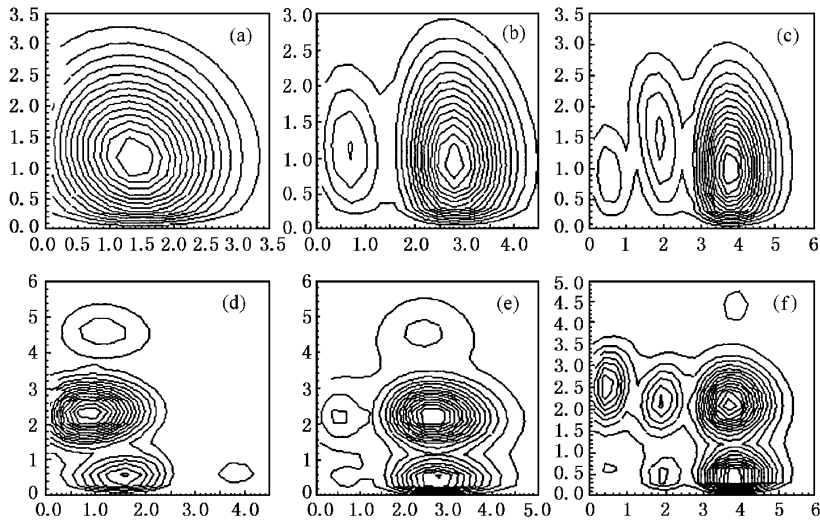


图 2 总自旋 $S = 1/2$ 时的形状密度等值线分布图 (a)(b)(c)(d)(e)(f) 分别为 0_1^+ 0_2^+ , 0_4^+ 0_5^+ 0_6^+ 及 0_7^+ 态的形状密度 (图中以 $R-r$ 为坐标, 并选取 $\theta = 90^\circ$, 以下图 3—图 5 类似)

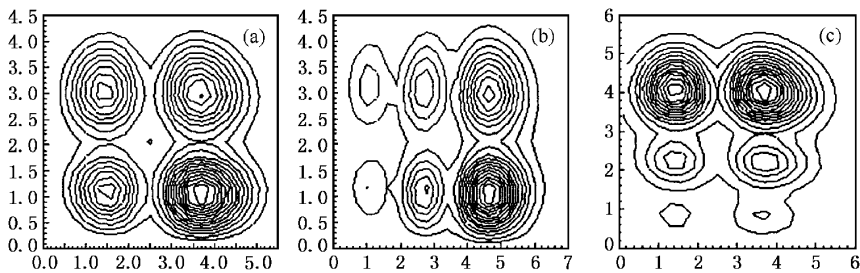


图 3 $S = 1/2$ 态中的 P 波的形状密度等值线分布图 (a)(b)(c) 分别为 0_7^+ 0_{13}^+ 0_{15}^+ 态的形状密度

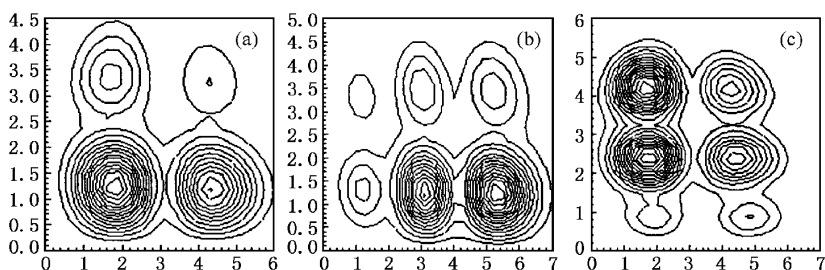


图 4 $S = 3/2$ 态的形状密度等值线分布图 (a)(b)(c) 分别为 0_1^+ 0_3^+ 0_2^+ 态的形状密度

4. 在 $S=3/2$ 态中出现了一些有意思的结果, 如图 5. 在经典的情况下, 共面三离子体系的相空间即可能是规则的, 也可能是混沌的, 这取决于系统的能量是否大于鞍点能^[5,7]. 文献 [7] 给出体系能量 $E=4.0$ 时的庞加莱图, 显示体系的相空间是混沌的, 但存在一个 KAM 环面^[7]. $S=3/2$ 态下 0_7^+ 和 0_{11}^+ 态的能量分别为 16.6115 和 20.0205, 无疑此时体系在经典情况下是混沌的. 图 5 中波函数主要沿着经典反对称周期轨道分布^[5], 对应着 KAM 环面中的准周期轨道. 这也就是通常所说的疤痕(scar)^[13], 值得注意的是, 我们发现的“scar”出现在比较低的态.

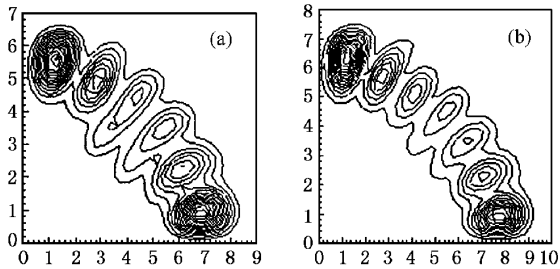


图 5 $S=3/2$ 态的形状密度等值线分布图 (a)(b) 分别为 0_7^+ 0_{11}^+ 态的形状密度

4 结 论

本文在考虑囚禁场的赝势对离子的作用和离子间的库仑相互作用的基础上, 在 Jacobi 坐标系中处理 Paul 阱中的共面三离子体系, 通过引用广义的 Talmi-Moshinsky 系数(GTM), 在考虑体系的交换反对称性之后, 最终获得了符合该体系量子统计特征的哈密顿矩阵元. 本文引入的方法可以推广到求

解一般的三体库仑系统. 本文仅研究总轨道角动量 $L=M+m=0$, 宇称为偶的态. 通过数值计算, 得出以下结论:

1. 从计算结果可以发现, 费米子体系的能量要高于玻色子体系(表 1). 这意味着, 玻色子体系更易在经典情况下保持规则运动. 我们之所以关心体系的规则运动状态, 因为这对 Paul 阱的离子冷却实验具有实际意义^[5,7]. 实验中可选取合适的工作点, 使 $\omega_r/\omega_z \ll 1$ 成立, 此时离子位于 $x-y$ 平面上, 体系的运动是规则的而无“射频加热”效应^[8], 因而囚禁离子更易于冷却且冷却后得到的“晶化”结构不易“熔解”, 规则运动有利于对离子的高灵敏度高分辨率光谱的测量. 对于我们所研究的系统, 只有当体系能量小于鞍点能时, 体系的运动是规则的. 从本文的结果看, 就规则运动而言, 共面玻色子体系是优越于费米子体系的.

2. 量子经典对应与量子混沌是原子物理的前沿之一. 我们知道经典混沌在量子力学中的一个重要表征就是定态波函数的形态特征: 如经典周期轨道造成的疤痕(scar)^[13]. 在我们的研究中也发现了“scar”现象(图 5), 体系显示出波函数沿着经典反对称周期轨道分布. 然而, 反映混沌特征的“scar”现象通常发生在高能态(距基态大约 800 个能级)^[13], 图 5 中的“scar”现象显然处于低能态, 它是否反映了体系的混沌特征呢? 虽然不能肯定本文中的“scar”现象就是量子混沌, 但这不失为一个有趣的现象. Paul 阱一直有着“混沌实验室”的美誉, 从本文的计算结果来看, 共面三离子体系在量子混沌研究方面有着很丰富的内涵, 特别是低态下出现的“scar”现象, 有助于对量子混沌的理解.

[1] J. Yin, J. Javanainen, *Phys. Rev.* **A51**(1995), 3959.
 [2] Y. W. Duan, G. H. Zhou, C. G. Pao, J. M. Yuan, *Science in China (Series A)* **25**(1995), 317; in Chinese [段宜武、周光辉、鲍诚光、袁建民, 中国科学, **A25**(1995), 317].
 [3] Y. W. Duan, G. H. Zhou, C. G. Pao, J. M. Yuan, *Chinese Science Bulletin* **40**(1995), 976; in Chinese [段宜武、周光辉、鲍诚光、袁建民, 科学通报, **40**(1995), 976].
 [4] F. Mang, F. Ximing, Y. W. Duan, X. W. Zhu, L. Shi, *Phys. Lett.* **A244**(1998), 18.
 [5] L. Shi, Y. W. Duan, M. Feng, X. W. Zhu, X. M. Fan, *Acta Physica Sinica* **47**(1998), 1248; in Chinese [施磊、段宜武、冯芒、朱熙文、方细明, 物理学报, **47**(1998), 1248].

[6] Y. W. Duan, L. Shi, M. Feng, X. Zhu, *Eur. Phys. J.*, **D7**(1999), 191.
 [7] Y. W. Duan, L. Shi, M. Feng, M. Yan, X. Zhu, *Chin. Phys. Lett.* **15**(1998), 568; Y. W. Duan, Doctoral Dissertation, The quantum and classical dynamical behaviors of few-body coulomb systems in external fields, Wuhan Institute of Physics and Mathematics, Chinese Academy of Sciences, 1999; 段宜武, 博士学位论文, 中国科学院武汉物理与数学所, 1999].
 [8] H. Dehmelt, *Adv. At. Mol. Phys.* **3**(1967), 53.
 [9] J. F. J. Todd, *Int. J. Mass. Spectrum. Ion. Phys.* **36**(1980), 185.

- [10] I. Talmi , *Helv. Phys. Acta* , **25**(1952) , 185 ; M. Moshinsky , *Nucl. Phys.* , **13**(1959) , 104 ; Y. Gan , M. Gong , C. Wu , C. G. Bao , *Comp. Phys. Comm.* , **34**(1985) , 387 .
- [11] C. G. Bao , G. C. Qiu *et al.* , *Few-Body Systems* **2**(1987) , 81 .
- [12] W. Y. Ruan , C. G. Bao , *Few-Body Systems* , **14**(1993) , 25 .
- [13] Y. Gu *Quantum Chaos* (Shanghai Scientific and Technology Education Publishing House , 1996) [in Chinese] 顾雁 , 量子混沌 , 上海科技教育出版社 , 上海 , 1996] .

QUANTUM PROBLEM OF THREE FERMI IONS WITH COPLANAR CONFIGURATION IN A PAUL TRAP*

HE MING¹⁾ DUAN YI-WU¹⁾ ZHU XI-WEN²⁾ SHI LEI²⁾

¹⁾ *Department of Physics , Hunan Normal University , Changsha 410081 , China*)

²⁾ *Wuhan Institute of Physics and Mathematics , Chinese Academy of Sciences , Wuhan 430071 , China*)

(Received 1 March 2000 ; revised manuscript received 19 July 2000)

ABSTRACT

We have solved the Schrödinger equation of three Fermi ions with coplanar configuration in a Paul trap , when the whole spin angular momentum of the system is $S = 1/2$ or $3/2$. The structure and quantum dynamics of this system are investigated by inspecting the wave function nodal structure and the shape-density. At the same time , we compare our result with that of three Bose ions system and three ions system in classical condition.

Keywords : Paul trap , three-Fermi ions , dynamic mode

PACC : 2925 , 3580 , 3110

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 19874019).