

一维 Fibonacci 类准晶的衍射性质*

李翠莲 刘有延

(华南理工大学物理系, 广州 510640)

(2000 年 1 月 4 日收到, 2000 年 9 月 9 日收到修改稿)

利用傅里叶变换方法推导了一维 Fibonacci 类($FC(n)$)准晶衍射的结构因子方程, 讨论了该系统的衍射峰和系统消光规则. 在此基础上, 计算了 $FC(1)$ 和 $FC(3)$ 准点阵的衍射谱. 另外, 把所得方程进行推广使之能用来研究 $FC(n)$ 准周期超晶格的衍射性质. 通过把 $FC(1)$ 准周期超晶格衍射相对强度的计算结果与 Merlin 等人的实验结果进行比较, 发现大多数衍射谱符合得较好, 但有一条谱不一致. 理论计算表明 Merlin 等人标定的谱($4, 2$)应该是一个次强峰.

关键词: 衍射, 准晶体

PACC: 6110, 6114, 6144

1 引 言

1984 年, Shechtman 等人^[1]在急冷凝固的 Al-Mn 合金中发现一种具有包括五重旋转轴在内的二十面体点群对称的合金相. Levine 和 Steinhardt^[2]把具有这类新的原子排列的固体称为准晶体, 并且计算了理想准晶体的衍射图. 接着, Merlin 等人^[3]用分子束外延方法制备了 GaAs-AlAs 合金 Fibonacci 型准周期超晶格并研究了它的衍射和散射性质. Todd 等人^[4]指出 Fibonacci 准周期超晶格衍射的傅里叶谱也由一系列 δ 峰组成, 相应波矢为 $K = 2\pi\Lambda^{-1}(m + n\tau)$, 其中 m 和 n 是整数, Λ 是点阵平均结构常数. 同时, Elser 等人^[5]研究了准周期点阵衍射峰的指标问题. Karkut 等人^[6, 7]用 X 射线衍射仪测量了 Fibonacci 超晶格的衍射. 何伦雄等人^[8]在研究急冷凝固的 $Al_{80}Ni_{14}Si_{16}$, $Al_{65}Cu_{20}Mn_{15}$ 及 $Al_{65}Cu_{20}Co_{15}$ 合金相时发现了一维准晶. 另一方面, 物理学家还提出了许多非 Fibonacci 准周期模型, 其中具有 $A \rightarrow A^n B^m, B \rightarrow A$ 迭代规则的广义 Fibonacci($GF(n, m)$)模型受到广泛的研究^[9-14], 发现只有 $GF(n, 1)$ 型超晶格在结构上具有准周期性. Severin^[15]从理论上研究了 $GF(n, 1)$ 型超晶格的衍射性质并且证明了该类晶格衍射的衍射峰出现在 $K = 2\pi\Lambda^{-1}r\sigma^k$ 的位置. Birch 等人^[16]用 X 射线和电子衍射两种方

法从实验上考察了 $GF(n, 1)$ 型准周期超晶格的衍射谱的特征.

虽然 $GF(n, 1)$ 序列在几何上具有准周期性和自相似性, 但这种结构的能谱不像 Fibonacci 链一样具有完备的自相似性. 1993 年, 黄秀清、刘有延和莫党^[17]发现具有 $B \rightarrow A, A \rightarrow BAB$ 迭代规则的准周期点阵并称这类准晶为互生长模型准晶. 进一步研究发现互生长模型准晶不仅几何上具有准周期性和自相似性, 而且与 Fibonacci 型准晶一样它的能谱也具有完备的自相似性. 付秀军等人^[18]拓展互生长序列到具有 $B \rightarrow B^{n-1}A, A \rightarrow B^{n-1}AB$ 迭代规则的序列并称之为 Fibonacci 类($FC(n)$)序列. 对 $FC(n)$ 型点阵的能谱研究发现它们具有完备的自相似性, 其能隙可用一个特征数标定. 最近, 杨湘波等人^[19]讨论了 $FC(n)$ 准周期超晶格的光透射性质, 发现不同的 $FC(n)$ (例如 n 不同) 超晶格对光具有不同的开关特性.

综上所述, $FC(n)$ 序列是一种重要的准周期序列, 而分子束外延技术的发展使我们能够制备任意结构的半导体超晶格. X 射线衍射和电子衍射是分析物质结构的重要手段, 因此, 研究 $FC(n)$ 型点阵的衍射性质是必要的. 本文利用傅里叶变换方法推导了一维 $FC(n)$ 准点阵衍射的结构因子方程, 讨论了该系统的衍射峰和系统消光规则. 在此基础上, 计算了 $FC(1)$ 和 $FC(3)$ 准晶的衍射谱. 另外, 还把我们

* 国家自然科学基金(批准号: 19874021)资助的课题.

的公式作了推广使之能用来研究 $FC(n)$ 准周期超晶格的衍射性质. 通过把我们的关于 $FC(1)$ 准周期超晶格衍射的计算结果与 Merlin 等人的实验结果比较, 发现大多数谱符合得较好, 只有一条谱不一致. 我们认为 Merlin 等人标定的谱 (4, 2) 应该是次强峰. 由于我们的理论结果与实验基本一致, 因此我们的衍射公式应该是正确的, 可用它来计算任意一维 $FC(n)$ 型准晶体和一维 $FC(n)$ 型准周期超晶格的衍射图, 具有一定的应用价值.

2 一维 $FC(n)$ 型序列的构造

在研究一维 $FC(n)$ 型准点阵的衍射性质之前, 先回顾一下有关 Fibonacci 类准点阵结构的研究结果. 一维 $FC(n)$ 序列是按迭代规则 $B \rightarrow B^{n-1}A, A \rightarrow B^{n-1}AB$ 生长而成的序列. 从 B 开始, 一维 $FC(n)$ 序列的前三代是

$$\begin{aligned} S_1 &= B, \\ S_2 &= B^{n-1}A, \\ S_3 &= (B^{n-1}A)(B^{n-1}A) \dots (B^{n-1}A)B^{n-1}AB. \end{aligned} \tag{1}$$

例如, $FC(1), FC(2)$ 和 $FC(3)$ 的前三代分别是 $B \rightarrow A \rightarrow AB \rightarrow \dots, B \rightarrow BA \rightarrow BABAB \rightarrow \dots$ 和 $B \rightarrow BBA \rightarrow BBABBABBAB \rightarrow \dots$. 如果用 F_l 来表示 $FC(n)$ 序列第 l 代的阵点数, 则相邻三代的阵点数满足下列关系:

$$F_l = nF_{l-1} + F_{l-2}, \tag{2}$$

其中 $F_1 = 1, F_2 = n$. $FC(n)$ 点阵的“黄金分割数”是

$$\sigma_n = \lim_{l \rightarrow \infty} \frac{F_{l-1}}{F_l} = \frac{\sqrt{n^2 + 4} - n}{2}, \tag{3}$$

其迭代关系矩阵是

$$M_n = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ n & n-1 \end{bmatrix}. \tag{4}$$

该矩阵的本征值方程 $x^2 - nx - 1 = 0$ 有两个根: 一个根的绝对值大于 1, 另一个根的绝对值小于 1, 显然 $\det M_n = -1$, 即该矩阵满足 Pisot 条件^[20]和幺模条件, 所以按该矩阵变换方式生长的点阵一定是准周期点阵. 几何上, 一维准点阵可以从二维正方周期点阵向一维空间投影得到. 如果选一个 $a \times a$ 的二维正方点阵^[18], 把它的两边分别取为 X 轴和 Y 轴. 然后画一与 X 轴成 θ 角的投影线 ox , 其中 θ 满足

$$\tan \theta = \sigma_n, \tag{5}$$

σ_n 取 $FC(n)$ 迭代矩阵较小的本征值, 即 $0 < \sigma_n < 1$.

如果 $n = 1, \sigma_n = \frac{\sqrt{5}-1}{2} = \tau$ (τ 为 Fibonacci 序列的“黄金分割数”), $FC(1)$ 就是著名的 Fibonacci 链. 投影线上第 m 点的坐标为

$$x_m = (m \cos \theta + \sin \theta \lfloor m \tan \theta \rfloor) a, \tag{6}$$

其中 $\lfloor \cdot \rfloor$ 表示取最大整数. 投影线上两个相邻点的距离为 $l_A = (\cos \theta + \sin \theta) a, l_B = (\cos \theta) a$.

根据平均结构常数的定义, 有

$$\Lambda = l_B + (l_A - l_B) \sigma_n = (1/\cos \theta) a. \tag{7}$$

方程 (7) 中的 a 是二维被投影的周期点阵的点阵常数.

3 一维 $FC(n)$ 型准点阵的衍射性质

3.1 计算准点阵衍射结构因子的傅里叶变换方法

对于一个点阵常数为 a 的一维周期点阵的密度可表示为^[21]

$$\rho = \sum_n \delta(x - na). \tag{8}$$

这种结构的傅里叶变换是

$$F(K_x) = \int \rho(x) \exp(iKx) dx. \tag{9}$$

它的傅里叶分量由一系列米勒指数 h 标定的 δ 峰组成, 即

$$F_h = \sum \delta(K_h - 2\pi h/a). \tag{10}$$

如果一个一维点阵由两个不同的点阵常数迭代而成, 且这两个常数的比为 α , 则该点阵的密度可写为^[22-24]

$$\rho(x) = \sum_{n, m} \delta(x - na) + \delta(x - \alpha ma). \tag{11}$$

如果 α 是一个有理数, 方程 (11) 表示一个复周期点阵. 这时, 两个周期在实空间总可以找到重复的点. 如果 α 是无理数, 方程 (11) 表示一个非周期点阵, 这时, 两个重复单元在实空间除起点外没有重复点. 后者的傅里叶变换可表示成周期部分与非周期部分之和, 即

$$F_{hh'}(K) = \sum_{h, h'} \delta(K_{hh'} - \frac{2\pi}{\Lambda}(h + \alpha h')). \tag{12}$$

这里 h 和 h' 是两个独立的整数, Λ 是平均结构常数. 从方程 (22) 可知一维非周期点阵衍射傅里叶分量 $F_{hh'}$ 由两个整数 (h, h') 确定但它仍是一个 δ 函数. 这意味着倒格子空间对处理非周期点阵仍然是适宜的, 但这时倒格子空间的傅里叶模的秩大于相

应实空间密度的维度^[24]. 另外, 从(12)式可看出, 当 $K_{hh'} = 2\pi\Lambda^{-1}(h + h'\alpha)$ 时, $F_{hh'}$ 有最大值. 又因 $I \propto |F_{hh'}|^2$, 所以我们可用 (h, h') 两个整数来标定这类一维非周期点阵衍射的衍射峰.

3.2 一维 FC(n) 型准点阵的结构因子方程

以下借用上述非周期点阵的傅里叶变换方法来研究一维 FC(n) 型准点阵的衍射性质, 主要目的是推导对 FC(n) 型准点阵普适的衍射结构因子方程. 在此基础上, 将讨论该类点阵衍射的衍射峰和系统消光规则. 根据(11)式, FC(n) 点阵密度可写为

$$\rho(x) = \sum_{m=1}^{\infty} \delta(x - x_m), \quad (13)$$

其中 x_m 的表达式见方程(6), 因此, FC(n) 点阵密度的傅里叶变换是

$$F(K) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_m \exp(iKx_m), \quad (14)$$

方程(14)中求和遍及 FC(n) 点阵的 N 个原子的坐标. 从(10)和(14)式, 很容易知道傅里叶分量在 $K = K_{hh'}$ 处不为零, 即

$$K_{hh'} = \frac{2\pi}{a} \cos\theta (h + h' \tan\theta), \quad (15)$$

所以

$$\begin{aligned} iK_{hh'}x_m &= i2\pi \cos\theta (h + h' \tan\theta) \{ m \cos\theta \\ &\quad + \sin\theta \lfloor m \tan\theta \rfloor \} \\ &= i2\pi (mh + h' \lfloor m \tan\theta \rfloor) \\ &\quad + i2\pi \cos^2\theta (h' - h \tan\theta) \{ m \tan\theta \} \end{aligned} \quad (16)$$

方程(16)中的 $\lfloor \cdot \rfloor$ 和 $\{ \cdot \}$ 分别表示取最大整数和最大分数. 用 σ_n 代替方程(15)和(16)中的 $\tan\theta$ 可得

$$K_{hh'} = \frac{2\pi}{a} \frac{1}{\sqrt{1 + \sigma_n^2}} (h + h'\sigma_n) \quad (17)$$

和

$$\begin{aligned} iK_{hh'}x_m &= i2\pi (mh + h' \lfloor m\sigma_n \rfloor) \\ &\quad + i2\pi \frac{1}{1 + \sigma_n^2} (h' - h\sigma_n). \end{aligned} \quad (18)$$

方程(18)中的第一项是 $i2\pi$ 的整数倍, 因此它对 $F_{hh'}$ 的指数项仅贡献一单位因子; 第二项是与 m 点有关的函数, 它对 $F_{hh'}$ 求和起重要作用. 因为 $\{ \cdot \}$ 表示取最大分数值, 所以它的变化范围是 $(0, 1)$. 把方程(18)代入方程(14)积分可得

$$F_{hh'} = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \int_0^1 \exp(iX_{hh'}y) dy$$

$$= \frac{\sin(X_{hh'}/2)}{X_{hh'}/2} \exp(iX_{hh'}/2), \quad (19)$$

其中 $X_{hh'} = \frac{2\pi}{1 + \sigma_n^2} (h' - h\sigma_n)$. 最后 FC(n) 准点阵的傅里叶变换写为

$$F(K) = \sum F_{hh'} \delta(K - K_{hh'}). \quad (20)$$

方程(19)就是一维 FC(n) 准点阵衍射的结构因子方程; 方程(20)给出了一维 FC(n) 准点阵衍射峰的位置.

3.3 一维 FC(n) 准点阵的衍射峰和系统消光规则

方程(20)清楚地表明, 当 $K = K_{hh'}$ 时, 将有衍射峰出现. 另外从方程(19)可知衍射峰的强度还直接依赖于无理数 σ_n , 即, 当 h 与 h' 的比值接近 σ_n 时, 衍射强度取最大值. 这样衍射峰出现在下式所表示的位置:

$$(h' - h\sigma_n) \approx 0. \quad (21)$$

上式与 Fibonacci 链衍射的衍射峰条件类似. 考虑方程(3), 当

$$h = pF_l, \quad h' = pF_{l-1} \quad (p \text{ 为整数}), \quad (22)$$

方程(21)式成立. 另一方面, 根据(2)和(3)式, 有

$$\left(\frac{1}{\sigma_n}\right)^l = \frac{1}{\sigma_n} F_l + F_{l-1}. \quad (23)$$

将(22)式代入(17)式并考虑方程(23), 得到

$$\begin{aligned} K &= K_{hh'} = \frac{2\pi}{a} \frac{1}{\sqrt{1 + \sigma_n^2}} (h + h'\sigma_n) \\ &= \frac{2\pi}{a} \frac{p}{\sqrt{1 + \sigma_n^2}} \left(\frac{1}{\sigma_n}\right)^{l-1}, \end{aligned} \quad (24)$$

(24)式就是一维 FC(n) 准点阵衍射峰出现的条件. 此外, 从方程(19), 还能很容易获得一维 FC(n) 准点阵衍射的系统消光条件: $\sin(X_{hh'}) = 0$ 且 $X_{hh'} \neq 0$, 即

$$h' - h\sigma_n = q(1 + \sigma_n^2) \quad (q \text{ 为不等于零的整数}). \quad (25)$$

把方程(25)代入方程(17), 有

$$K = \frac{2\pi}{a} \sqrt{1 + \sigma_n^2} (h + q\sigma_n), \quad (26)$$

方程(26)即为一维 FC(n) 系统的衍射消光条件.

现在, 我们已导出了研究一维 FC(n) 准点阵衍射性质的三个方程(19)(24)(26). 如果 L_A 和 L_B 是点阵中任意两个原子间的两种不同的长度, 且 $L_A/L_B = \tau$ 则按 FC(n) 迭代规则产生的点阵是 FC(n) 准点阵; 如果 A 和 B 代表两种不同的层, L_A 和

L_B 分别是 A 和 B 的厚度,且 $L_A/L_B = \tau$,则按 FC (n) 迭代规则组成的一维结构将是一维 FC(n) 准周期超晶格.这时,方程(19)(24)和(26)仍然是适用的,且 FC(1) 就是著名的 Fibonacci 型准周期超晶格.

4 讨论和结论

从(19)式可知一维 FC(n) 准点阵的衍射峰可用两个整数(h, h')来标定.当(h, h')是两个相继的 FC(n) 结构整数或者是他们的整数倍时, h' 与 h 的比值接近于 σ_n ,与周期点阵衍射类似的锐衍射峰就会出现.但在准周期结构对于一个给定的 h' 有许多 h 是适合的,所以准点阵的衍射形成很密的衍射图.为了明确这个性质,图1绘出了 FC(1) 准点阵的衍射谱.从图1可以知道 FC(1) 准点阵衍射的衍射峰出现在 $K = 1.376, 2.227, 3.603, 5.830, \dots (2\pi/a)$ 位置,并分别用指标(1,1)(2,1)(3,2)(5,3)... 标定.很明显,这些整数是相继的 FC(1) 数.对应 $h' = 1$ 除主峰(2,1)外还有指标为(3,1)(4,1)(5,1)的弱峰,按惯例把它们称之为(2,1)的卫星峰;同样地,指标为(2,2)(4,2)(5,2)的弱峰为第二个主峰(3,2)的卫星峰.

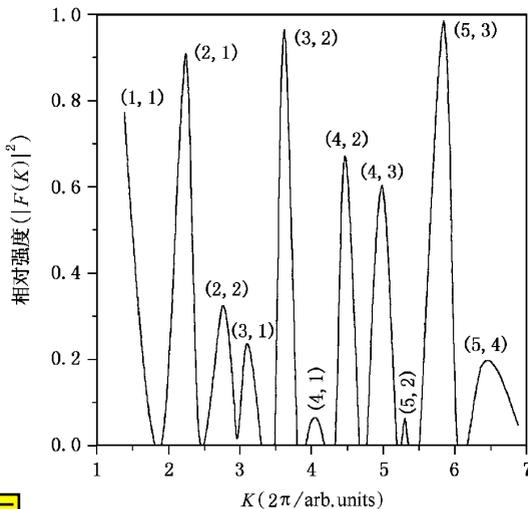


图1 FC(1) 准点阵的衍射谱($\sigma_1 = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$)

根据方程(19)(24)(26),还可以考察 FC(n) 中任意一维准点阵的衍射性质.例如 $n = 3$ (即 FC(3) 准点阵),这个准点阵的相继的 Fibonacci 数是 1, 3, 10, ... ,该准点阵的衍射谱绘于图2.图2显示出第一个主峰出现在 $K = 3.16 (2\pi/a)$ 的位置并用(3,

1) 标定.相应的卫星峰为(1,1)(2,1)(4,1)(5,1),第二个主峰(10,3)出现在 $K = 10.44 (2\pi/a)$ 的位置,它有弱的卫星峰(7,3)(8,3)(9,3)(11,3).另外,从图2还可看出峰(7,2)和峰(13,4)也是 FC(3) 衍射谱的主峰,这是因为这两个峰指标的比值也接近于 σ_3 .

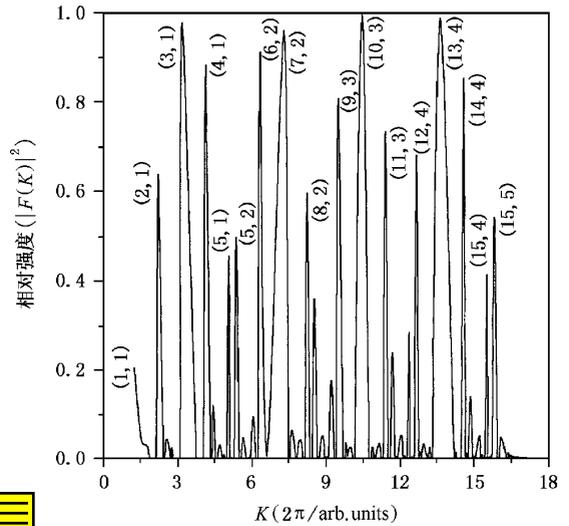


图2 FC(3) 准点阵的衍射谱($\sigma_3 = \frac{\sqrt{13}-3}{2}$)

为了证明本文衍射公式的正确性,根据 Merlin 等人^[3]的实验,理论上按 FC(1) 迭代规则排列 GaAs-AlAs 使它们形成 FC(1) 准周期超晶格并让 $L_A = 5.9 \text{ nm}, L_B = 3.7 \text{ nm}$.利用推广的 FC(n) 准周期超晶格的衍射性质方程,可以计算出 FC(1) 准周期超晶格衍射的相对衍射强度,衍射角,衍射波矢.表1列出了本文的计算值和 Merlin 等人^[3]的实验值.为了把两者进行比较,把实验获得的绝对衍射强度乘以 10^{-7} ,因为本文关心的只是峰(2,1)(3,1),... (6,1)的相对大小.从表1可知衍射峰(2,1)(3,1)(4,1)(5,1)的理论值与实验值符合得较好;主峰(2,1)的相对强度约为它的卫星峰(4,1)的25倍,这一点理论值也与实验值相符.关于(4,2)峰,本文理论计算所得位置的理论值与实验值基本相符,但计算出该峰强度的理论值约为它的实验值的1000倍.理论结果表明(4,2)峰应该是一个次强峰,这个结论与《Quasicrystals》Edited by C. Janot p. 116,图3.2(a)中的结果一致;也与参考文献[4]的结论相同.关于(6,1)峰,Merlin 等人没有测定,本文的理论计算表明它是位于(4,2)峰右侧的一个弱峰,其理论计算强度与 Merlin 等人测定的(4,2)峰强度基本

表 1 FCC(1)型准周期超晶格的 X 射线衍射的衍射峰指数、 $2\theta^\circ$ 衍射波矢(\AA^{-1})和相对衍射强度($\lambda = 1.54\text{\AA}$)

指标		理论计算值			实验值 ^[3]	
h	h'	2θ	K	I	K	$I \times 10^{-7}$
1	0	1.75	0.12	0.4928		
1	1	2.83	0.20	0.7726		
2	1	4.57	0.33	0.9076	0.2	0.79
2	2	5.65	0.40	0.3225		
3	1	6.32	0.45	0.2304	0.3	0.23
3	2	7.40	0.53	0.9639		
4	1	8.07	0.57	0.037	0.52	0.03
4	2	9.15	0.65	0.6704	0.63	0.0006
4	3	10.23	0.73	0.6033		
5	1	9.82	0.70	0.0242	0.6	0.02
5	3	11.99	0.85	0.9861		
6	1	11.57	0.82	0.0004		
6	3	13.75	0.97	0.3825		
6	4	14.84	1.05	0.8617		
7	4	16.60	1.18	0.8296		
7	5	17.69	1.25	0.4256		
8	4	18.36	1.30	0.1527		
8	5	19.46	1.38	0.9947		

1) $1\text{\AA} = 0.1\text{ nm}$.

相同. 综上所述, 我们怀疑 Merlin 等人在文献 [3] 中对 (4 2) 峰的强度测定可能有误. 这个问题值得理论工作者与实验工作者继续探讨.

5 结 论

综上所述, FCC(n) 序列是一种重要的准周期序列, 而 X 射线衍射和电子衍射是分析一种新结构的重要手段, 所以研究 FCC(n) 型准点阵的衍射性质是有必要的. 本文利用傅里叶变换方法推导了一维 FCC(n) 准点阵衍射的结构因子方程, 讨论了该系统的衍射峰和系统消光规则. 在此基础上, 计算了 FCC(1) 和 FCC(3) 准晶的衍射谱. 另外, 还把本文的公式作了推广使之能用来研究 FCC(n) 准周期超晶格的衍射性质. 通过把我们的关于 FCC(1) 准周期超晶格衍射的计算结果与 Merlin 等人的实验结果比较, 发现大多数谱符合得较好, 只有一条谱不一致. 我们怀疑 Merlin 等人标定的谱 (4 2) 是一个次强峰. 由于理论与实验的基本一致, 我们相信本文的衍射公式是正确的, 它可用来计算任意一维 FCC(n) 型准晶体和一维 FCC(n) 型准周期超晶格的衍射谱.

[1] D. S. Shechtman, I. Blech, D. Gratias, J. W. Cahn, *Phys. Rev. Lett.* **53** (1984), 1951.
 [2] D. Levine, P. J. Steinhardt, *Phys. Rev. Lett.* **53** (1984), 2477; *Phys. Rev.* **B34** (1986), 596.
 [3] R. Merlin, K. Bajema, R. Clarke, F. Y. Juang, P. K. Bhattacharya, *Phys. Rev. Lett.* **55** (1985), 1768.
 [4] J. Todd, R. Merlin, Roy Clarke, *Phys. Rev. Lett.* **57** (1986), 1157.
 [5] V. Elser, *Phys. Rev. Lett.* **54** (1985), 1730; *Phys. Rev.* **B32** (1985), 4892.
 [6] M. G. Karkut, J. M. Triscone, D. Arioso, D. Arioso, F. Fischer, *Physica* **135B** (1985), 182; *Phys. Rev.* **B32** (1985), 4800.
 [7] M. G. Karkut, D. Arioso, J. M. Triscone, F. Fischer, *Phys. Rev.* **B34** (1986), A390.
 [8] L. X. He, X. Z. Li, Z. Zhang, K. H. Kuo, *Phys. Rev. Lett.* **61**, (1988), 1116.
 [9] G. Gumbs, M. K. Ali, *Phys. Rev. Lett.* **60** (1988), 1081.
 [10] M. Holzer, *Phys. Rev.* **B38** (1988), 5756.
 [11] M. Severin, R. Riklund, *J. Phys.: Condens Matter*, **1** (1989), 5607.
 [12] J. Q. You, Q. B. Yang, *J. Phys.: Condens Matter*, **2** (1990), 2093.

[13] Youyan Liu, Xiujuan Fu, Hui Han, *Phys. Rev.* **B43** (1991), 13240.
 [14] S. Sil, S. N. Kamakar, R. K. Moitra, A. Chakrabarti, *Phys. Rev.* **B48** (1993), A192.
 [15] M. Severin, *J. Phys.: Condens Matter*, **1** (1989), 6771.
 [16] J. Birch, M. Severin, U. Wahlstrom, Y. Yamamoto, G. Radnoczi, R. Riklund, J. E. Sundgren, L. R. Wallenberg, *Phys. Rev.* **B41** (1990), 10398.
 [17] Xiuqing Huang, Youyan Liu, Dang Mo, *Z. Phys.* **B93** (1993), 103.
 [18] Xiujuan Fu, Youyan Liu, Peiqin Zhou, Whichit Sritrakool, *Phys. Rev.* **B55** (1997), 2882.
 [19] Xiangbo Yang, Youyan Liu, Xiujuan Fu, *Phys. Rev.* **B59** (1999), A545.
 [20] E. Bombieri, J. E. Taylor, *J. Phys. (Paris) Colloq.* **A8** (1987), C3.
 [21] D. C. Champeney, *Fourier Transforms and Their Physical Applications* (England) (1973).
 [22] P. Kramer, R. Neri, *Acta. Cryst.* **A40** (1984), 580.
 [23] De N. G. Bruijn, *Math. Proc.* **A84** (1981), 27; *Math. Proc.*, **A84** (1981), 39.
 [24] A. Prime, *Quasicrystals* (Clarendon press Oxford) (1994).

THE DIFFRACTION PROPERTIES FOR THE ONE-DIMENSIONAL FIBONACCI-CLASS QUASILATTICES*

LI CUI-LIAN LIU YOU-YAN

(*Department of Physics, South China University of Technology, Guangzhou 510640, China*)

(Received 4 January 2000 ; revised manuscript received 9 September 2000)

ABSTRACT

Using the projection and Fourier transform methods, we have derived the diffraction formulas and discussed the rules of diffraction peaks and systematic absences for the one-dimensional Fibonacci-class quasilattices. Moreover, we have calculated and labeled the positions of the diffraction peaks of $FC(1)$ and $FC(3)$. In order to check our diffraction formulas, we extend the formulas to the $FC(n)$ quasiperiodic superlattices. Comparing the present diffraction results of the $FC(1)$ superlattice with the experimental data, we have found that most of them agree with each other but one of the spectra is not consistent. Particularly, we doubt that the peak $(4, 2)$ in the experiment should be a stronger peak.

Keywords : Diffraction , Quasilattice

PACC : 6110 , 6114 , 6144

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 19874021).