

无耗散介观电感耦合电路的库仑阻塞和电荷的量子效应*

王继锁¹⁾²⁾³⁾ 冯 健¹⁾²⁾³⁾ 詹明生¹⁾

1) 中国科学院武汉物理与数学研究所波谱与原子分子物理国家重点实验室, 武汉 430071)

2) 中国科学院安徽光学精密机械研究所激光光谱学开放研究实验室, 合肥 230031)

3) 聊城师范学院物理系, 聊城 252059)

(2000 年 7 月 20 日收到, 2000 年 9 月 4 日收到修改稿)

基于介观电路中电荷应是量子化的这一基本事实, 给出了介观电感耦合电路的量子理论和库仑阻塞条件, 并讨论了该介观电感耦合电路的量子涨落.

关键词: 介观电路, 电感耦合, 电荷的不连续性, 库仑阻塞, 量子涨落

PACC: 7335, 0365

1 引 言

由于纳米技术和纳米电子学的飞速发展^[1,2], 在电子器件、通信工程中, 电路及器件小型化的趋势越来越强烈, 近年来已达到了原子尺度^[3]. 显然, 当尺度达到电子两次非弹性碰撞之间的尺度时, 必须考虑器件和电路的量子效应^[4]. 早在 1973 年, Louisell 研究了 LC 电路的量子效应并给出了在真空态下这一电路的量子涨落^[5]. 我们曾分别考察过在压缩真空态下介观 LC 电路和介观 RLC 电路中电荷、电流的量子涨落^[6,7]以及介观电感耦合电路在其任意本征态下和压缩真空态下各回路中电荷、电流的量子涨落^[8]; 然而, 在文献 [8] 中我们将电荷视为连续变量, 而未考虑电荷是量子化的这一基本事实. 事实上, 介观电感耦合电路的量子涨落不仅来源于电子的波动性, 而且与电荷的量子化性质密切相关^[2]. 因此, 在考虑电荷量子化的前提下如何将介观电感耦合电路量子化就成了十分重要的问题. 最近, 李有泉和陈斌等人^[9-11]在考虑了电荷是量子化的前提下给出了介观 LC 电路的量子理论, 并研究了介观 LC 电路的量子涨落. 本文在此基础上, 基于介观电路中电荷应是量子化的这一基本事实, 给出了介观电感耦合电路的量子理论, 并讨论了介观电感耦合电路的量子涨落.

2 电荷不连续情况下介观电感耦合电路的量子化

对于由两个 LC 电路(其中一个回路中接有电源 $\epsilon(t)$)并通过电感耦合而组成的无耗散电感耦合电路(见图 1), 按照 Kirchhoff 定律, 其经典运动方

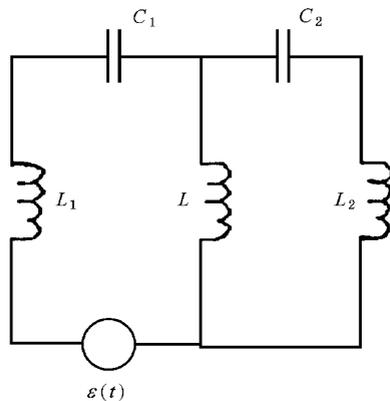


图 1 无耗散电感耦合电路图

程可以写为

$$L_1 \frac{d^2 q_1}{dt^2} + \frac{q_1}{C_1} + L \left(\frac{d^2 q_1}{dt^2} - \frac{d^2 q_2}{dt^2} \right) = \epsilon(t), \quad (1a)$$

$$L_2 \frac{d^2 q_2}{dt^2} + \frac{q_2}{C_2} - L \left(\frac{d^2 q_1}{dt^2} - \frac{d^2 q_2}{dt^2} \right) = 0, \quad (1b)$$

式中 $q_i(t)$ ($i=1, 2$, 下同) 是两个 LC 回路中的电荷, L_i 和 C_i 分别是两个回路中的电感和电容, L 是

* 国家自然科学基金(批准号: 19774069、19734006)和山东省自然科学基金(批准号: Q99A03)资助的课题

两个回路间的耦合电感. 由 (1) 式可得该电感耦合电路的 Hamilton 量为

$$H = \frac{p_1^2}{2L_1} + \frac{p_2^2}{2L_2} + \frac{q_1^2}{2C_1} + \frac{q_2^2}{2C_2} + \frac{1}{2}L\left(\frac{p_1}{L_1} - \frac{p_2}{L_2}\right)^2 - q_1\epsilon(t), \quad (2)$$

式中 $p_i = L_i \frac{dq_i}{dt}$ 为 q_i 的共轭变量, 除因子 L_i 外反映了电流的大小. 为了将该电路量子化, 必须将共轭变量 q_i 和 p_i 写成线性厄米算符 \hat{q}_i 和 \hat{p}_i , 并且它们之间应满足对易关系 $[\hat{q}_i, \hat{p}_i] = i\hbar$. 当然, 由于电荷是量子化的, 因此自轭算符 \hat{q}_i 的本征值应是分立的, 即应满足

$$\hat{q}_1 |q_1\rangle = m q_e |q_1\rangle, \hat{q}_2 |q_2\rangle = n q_e |q_2\rangle, \quad (3)$$

其中 m, n 为整数 ($m, n \in Z$), q_e 是基本电荷即 $q_e = 1.602 \times 10^{-19} \text{C}$, $|q_1\rangle$ 和 $|q_2\rangle$ 分别表示回路 1 和 2 中电荷的本征态. 显然, \hat{q}_i 的本征态都可以用整数来标记, 因而与文献 9-11 相类似, 可引入两个最小的位移算符:

$$\hat{Q}_1 = \exp(iq_e \hat{p}_1 / \hbar), \hat{Q}_2 = \exp(iq_e \hat{p}_2 / \hbar) \quad (4)$$

显然, 它们满足下面的对易关系式

$$[\hat{q}_i, \hat{Q}_i] = -q_e \hat{Q}_i, [\hat{q}_i, \hat{Q}_i^\dagger] = q_e \hat{Q}_i^\dagger,$$

$$\hat{Q}_i^\dagger \hat{Q}_i = \hat{Q}_i \hat{Q}_i^\dagger = 1, \quad (5)$$

这些关系决定了整个 Fock 空间的结构. 当然, 这里的 Fock 空间不同于 Heisenberg-Weyl 代数的 Fock 空间, 因为这里的取值范围是整数集, 且其完备性为 $\sum_{m \in Z} |m\rangle \langle m| = 1, \sum_{n \in Z} |n\rangle \langle n| = 1$. 另外, 与文献 9-11 相类似, 可定义下列用最小平移算符表示的右和左的有限微分算符

$$\nabla_{q_e}^{(i)} = (\hat{Q}_i - 1) \mathcal{V}_{q_e}, \bar{\nabla}_{q_e}^{(i)} = (1 - \hat{Q}_i^\dagger) \mathcal{V}_{q_e} \quad (6)$$

显然 $\nabla_{q_e}^{(i)\dagger} = -\bar{\nabla}_{q_e}^{(i)}$. 这样, 便可写出下列重要的自轭算符, 即“动量”算符

$$\hat{p}_i = \frac{\hbar}{2i} (\nabla_{q_e}^{(i)} + \bar{\nabla}_{q_e}^{(i)}) = \frac{\hbar}{2iq_e} (\hat{Q}_i - \hat{Q}_i^\dagger) \quad (7)$$

和自由 Hamilton 算符

$$\begin{aligned} \hat{H}_0^{(i)} &= -\frac{\hbar^2}{2L_i} \nabla_{q_e}^{(i)} \cdot \bar{\nabla}_{q_e}^{(i)} = -\frac{\hbar^2}{2q_e^2 L_i} (\hat{Q}_i + \hat{Q}_i^\dagger - 2) \\ &= -\frac{\hbar^2}{2q_e L_i} (\nabla_{q_e}^{(i)} - \bar{\nabla}_{q_e}^{(i)}). \end{aligned} \quad (8)$$

这样, 就可实现对该介观电感耦合电路的量子化. 在考虑到电荷的不连续性的情况下, 量子化后介观电感耦合电路的 Hamilton 量可以写为

$$\begin{aligned} \hat{H} &= -\frac{\hbar^2}{2q_e} \sum_{i=1}^2 \frac{1}{L_i} (\nabla_{q_e}^{(i)} - \bar{\nabla}_{q_e}^{(i)}) \\ &\quad - \frac{\hbar^2}{8} L \left[\frac{1}{L_1} (\nabla_{q_e}^{(1)} + \bar{\nabla}_{q_e}^{(1)}) - \frac{1}{L_2} (\nabla_{q_e}^{(2)} + \bar{\nabla}_{q_e}^{(2)}) \right]^2 \\ &\quad + \frac{\hat{q}_1^2}{2C_1} + \frac{\hat{q}_2^2}{2C_2} - \hat{q}_1 \epsilon(t). \end{aligned} \quad (9)$$

3 介观电感耦合电路的库仑阻塞

对于本文所研究的介观电感耦合电路, 若取绝热近似 (考虑到外加电源的作用时间比起原子的特征时间大得多, 因此电源与电路的作用可近似视为绝热过程), 这样就可以把电源 $\epsilon(t)$ 视为常数 ϵ 来处理, 则其有限微分的 Schrödinger 方程可写成

$$\begin{aligned} &\left\{ -\frac{\hbar^2}{2q_e} \sum_{i=1}^2 \frac{1}{L_i} (\nabla_{q_e}^{(i)} - \bar{\nabla}_{q_e}^{(i)}) \right. \\ &\quad \left. - \frac{\hbar^2}{8} L \left[\frac{1}{L_1} (\nabla_{q_e}^{(1)} + \bar{\nabla}_{q_e}^{(1)}) - \frac{1}{L_2} (\nabla_{q_e}^{(2)} + \bar{\nabla}_{q_e}^{(2)}) \right]^2 \right. \\ &\quad \left. + \frac{\hat{q}_1^2}{2C_1} + \frac{\hat{q}_2^2}{2C_2} - \hat{q}_1 \epsilon \right\} \psi = E |\psi\rangle. \end{aligned} \quad (10)$$

引入线性变换^[8]

$$\begin{pmatrix} \hat{q}_1 \\ \hat{q}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (C_1/C_2)^{1/4} & 0 \\ 0 & (C_2/C_1)^{1/4} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \cos \frac{\varphi}{2} & \sin \frac{\varphi}{2} \\ -\sin \frac{\varphi}{2} & \cos \frac{\varphi}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{q}'_1 \\ \hat{q}'_2 \end{pmatrix}, \quad (11)$$

$$\begin{pmatrix} \hat{p}_1 \\ \hat{p}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (C_2/C_1)^{1/4} & 0 \\ 0 & (C_1/C_2)^{1/4} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \cos \frac{\varphi}{2} & \sin \frac{\varphi}{2} \\ -\sin \frac{\varphi}{2} & \cos \frac{\varphi}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{p}'_1 \\ \hat{p}'_2 \end{pmatrix}, \quad (12)$$

并取

$$\begin{aligned} \text{tg} \varphi &= 2L [L_2 \sqrt{C_2/C_1} (1 + L/L_1) \\ &\quad - L_1 \sqrt{C_1/C_2} (1 + L/L_2)]^{-1}, \end{aligned} \quad (13)$$

将 (11)-(13) 式代入 (10) 式, 可得到

$$\begin{aligned} &\left\{ -\frac{\hbar^2}{q_e^2 \mu_1} \left[\cos \left(\frac{q_e}{\hbar} (C_2/C_1)^{1/4} (\hat{p}'_1 \cos \frac{\varphi}{2} + \hat{p}'_2 \sin \frac{\varphi}{2}) \right) - 1 \right] \right. \\ &\quad \left. - \frac{\hbar^2}{q_e^2 \mu_2} \left[\cos \left(\frac{q_e}{\hbar} (C_1/C_2)^{1/4} (-\hat{p}'_1 \sin \frac{\varphi}{2} + \hat{p}'_2 \cos \frac{\varphi}{2}) \right) - 1 \right] \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{2\sqrt{C_1 C_2}} (\hat{q}'_1 - A\epsilon)^2 + \frac{1}{2\sqrt{C_1 C_2}} (\hat{q}'_2 - B\epsilon)^2 \right\} \tilde{\psi} \\ &= \tilde{E} |\tilde{\psi}\rangle, \end{aligned} \quad (14)$$

式中

$$\frac{1}{\mu_1} = \frac{1}{L_1} \sqrt{\frac{C_2}{C_1}} \left(1 + \frac{L}{L_1}\right) \cos^2 \frac{\varphi}{2} + \frac{1}{L_2} \sqrt{\frac{C_1}{C_2}} \left(1 + \frac{L}{L_2}\right) \sin^2 \frac{\varphi}{2} + \frac{L \sin \varphi}{L_1 L_2} \quad (15)$$

$$\frac{1}{\mu_2} = \frac{1}{L_1} \sqrt{\frac{C_2}{C_1}} \left(1 + \frac{L}{L_1}\right) \sin^2 \frac{\varphi}{2} + \frac{1}{L_2} \sqrt{\frac{C_1}{C_2}} \left(1 + \frac{L}{L_2}\right) \cos^2 \frac{\varphi}{2} - \frac{L \sin \varphi}{L_1 L_2} \quad (16)$$

$$A = C_1^{3/4} C_2^{1/4} \cos \frac{\varphi}{2}, B = C_1^{3/4} C_2^{1/4} \sin \frac{\varphi}{2} \quad (17)$$

$$\tilde{E} = E + \frac{\epsilon^2}{2\sqrt{C_1 C_2}} (A^2 + B^2). \quad (18)$$

这样, 原来的电荷变量 q_1, q_2 在方程(14)中分别变成 $(q_1 - A\epsilon)$ 和 $(q_2 - B\epsilon)$. 当然由于要满足(3)式, 因此不难得到

$$\epsilon = \frac{mq_e}{C_1^{3/4} C_2^{1/4} \cos(\varphi/2)},$$

$$\epsilon = \frac{nq_e}{C_1^{3/4} C_2^{1/4} \sin(\varphi/2)} \quad (m, m \in Z). \quad (19)$$

上式说明, 在该电感耦合电路中, 外加电压必须是 $q_e \mathcal{L} [C_1^{3/4} C_2^{1/4} \cos(\varphi/2)]$ 或 $q_e \mathcal{L} [C_1^{3/4} C_2^{1/4} \sin(\varphi/2)]$ 的整数倍, 这就是在该电路中库仑阻塞的物理本质, 它是由于电路中电荷的量子效应所引起的^[21]. 由此可以看出, 在绝热近似下, 对于本文所考察的电感耦合电路, 外加电压的取值是不连续的, 其取值的大小由(19)式给出; 另外, 考虑到(13)式, 由(19)式还可以看到, 在这里库仑阻塞条件不仅与耦合电感有关, 而且还与耦合电路中各回路的器件参数有关.

4 介观电感耦合电路的量子涨落

在考虑了电荷的不连续性后, 为了考察该电感耦合电路的量子涨落, 利用关系式^[9]

$$p' |(\nabla_{q_e} - \bar{\nabla}_{q_e})|p\rangle = \frac{4\pi\hbar}{q_e^2} \left[\cos\left(\frac{q_e p}{\hbar}\right) - 1 \right] \cdot \delta(p - p'), \quad (20)$$

$$p' |\hat{q}^2|p\rangle = -\frac{2\pi\hbar^3}{q_e} \frac{\partial^2}{\partial p^2} \delta(p - p'), \quad (21)$$

与文献[8-10]相类似, 在 p 表象中方程(14)式则变为

$$\begin{aligned} & \left\{ -\frac{\hbar^2}{q_e^2 \mu_1} \left[\cos\left(\frac{q_e}{\hbar} (C_2/C_1)^{1/4} (p_1' \cos \frac{\varphi}{2} + p_2' \sin \frac{\varphi}{2})\right) - 1 \right] \right. \\ & \quad \left. - \frac{\hbar^2}{q_e^2 \mu_2} \left[\cos\left(\frac{q_e}{\hbar} (C_1/C_2)^{1/4} (-p_1' \sin \frac{\varphi}{2} + p_2' \cos \frac{\varphi}{2})\right) - 1 \right] \right. \\ & \quad \left. - \frac{\hbar^2}{2\sqrt{C_1 C_2}} \frac{\partial^2}{\partial p_1'^2} - \frac{\hbar^2}{2\sqrt{C_1 C_2}} \frac{\partial^2}{\partial p_2'^2} \right\} \tilde{\psi}(p_1', p_2') \\ & = \tilde{E} \tilde{\psi}(p_1', p_2'). \quad (22) \end{aligned}$$

可见, 要想精确求解(22)式是十分困难的. 在此, 做如下近似: 在(13)式中适当选取该介观电感耦合电路中的器件参数使得 $\varphi = 0$, 则有 $\sin(\varphi/2) = 0$ 和 $\cos(\varphi/2) = 1$, 这时由(13)式得 $L = \alpha$ (即为无耦合情形) 且应有 $L_1 C_1 \neq L_2 C_2$. 这样便可将(22)式分离变数. 若令 $\tilde{\psi}(p_1', p_2') = \tilde{\psi}(p_1') \cdot \tilde{\psi}(p_2')$, 由此则由(22)式可得到下列两个方程:

$$\begin{aligned} & \left\{ -\frac{\hbar^2}{2\sqrt{C_1 C_2}} \frac{\partial^2}{\partial p_1'^2} - \frac{\hbar^2}{q_e^2 \mu_1} \right. \\ & \quad \left. \cdot \left[\cos\left(\frac{q_e}{\hbar} (C_2/C_1)^{1/4} p_1'\right) - 1 \right] \right\} \tilde{\psi}(p_1') \\ & = \tilde{E}^{(1)} \tilde{\psi}(p_1'), \quad (23) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \left\{ -\frac{\hbar^2}{2\sqrt{C_1 C_2}} \frac{\partial^2}{\partial p_2'^2} - \frac{\hbar^2}{q_e^2 \mu_2} \right. \\ & \quad \left. \cdot \left[\cos\left(\frac{q_e}{\hbar} (C_1/C_2)^{1/4} p_2'\right) - 1 \right] \right\} \tilde{\psi}(p_2') \\ & = \tilde{E}^{(2)} \tilde{\psi}(p_2'), \quad (24) \end{aligned}$$

其中

$$\begin{aligned} \mu_1' &= L_1 \sqrt{C_1/C_2}, \mu_2' = L_2 \sqrt{C_2/C_1}, \\ \tilde{E}^{(1)} + \tilde{E}^{(2)} &= \tilde{E}, \quad (25) \end{aligned}$$

方程(23)和(24)式即为著名的马丢(Mathieu)方程^[21], 其解分别为

$$\tilde{\psi}_{l_1}^+(p_1') = ce_{l_1}\left(\frac{\pi}{2} - \frac{q_e}{2\hbar} (C_2/C_1)^{1/4} p_1', \xi_1\right) \quad (26)$$

$$\tilde{\psi}_{l_2}^+(p_2') = ce_{l_2}\left(\frac{\pi}{2} - \frac{q_e}{2\hbar} (C_1/C_2)^{1/4} p_2', \xi_2\right) \quad (27)$$

或

$$\tilde{\psi}_{l_1+1}^-(p_1') = se_{l_1+1}\left(\frac{\pi}{2} - \frac{q_e}{2\hbar} (C_2/C_1)^{1/4} p_1', \xi_1\right), \quad (28)$$

$$\tilde{\psi}_{l_2+1}^-(p_2') = se_{l_2+1}\left(\frac{\pi}{2} - \frac{q_e}{2\hbar} (C_1/C_2)^{1/4} p_2', \xi_2\right), \quad (29)$$

其中“+”和“-”分别对应于偶宇称解和奇宇称解, $\xi_i = (2\hbar/q_e^2)^{1/2} \sqrt{C_1 C_2 / \mu_i'}$, $i_1, i_2 = 0, 1, 2, \dots, \infty \in Z$, ξ 和 $se(Z, \xi)$ 是周期性马丢函数, 它们分别有无穷

多个不同时为零的本征值 $\{a_{l_i}\}$ 和 $\{b_{l_i+1}\}$. 由马丢方程的本征值可得到其能谱分别为

$$\begin{aligned} \tilde{E}_{l_i}^{(i)\dagger} &= \frac{\hbar^2}{q_e^2 \mu_i'} + \frac{q_e^2}{8\sqrt{C_1 C_2}} a_{l_i}(\xi_i), \\ \tilde{E}_{l_i+1}^{(i)\bar{}} &= \frac{\hbar^2}{q_e^2 \mu_i'} + \frac{q_e^2}{8\sqrt{C_1 C_2}} b_{l_i+1}(\xi_i). \end{aligned} \quad (30)$$

我们知道, 马丢方程的本征值是连续分数形式而不能写成简单形式; 然而, 由于在该电感耦合电路中一般情况下 $\xi_i = (2\hbar/q_e^2)^2 \sqrt{C_1 C_2}/\mu_i' \ll 1$, 所以可以用 WKB 方法求解马丢方程(23)和(24)式, 经计算, 其结果分别为

$$\tilde{E}_0^{(i)\dagger} = \frac{\hbar^2}{q_e^2 \mu_i'} \left(1 - \frac{\hbar^2 \sqrt{C_1 C_2}}{q_e^4 \mu_i'} + \dots \right), \quad (31a)$$

$$\tilde{E}_1^{(i)\bar{}} = \frac{q_e^2}{8\sqrt{C_1 C_2}} + \frac{\hbar^2}{q_e^2 \mu_i'} \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{4} \frac{\hbar^2 \sqrt{C_1 C_2}}{q_e^4 \mu_i'} + \dots \right), \quad (31b)$$

$$\tilde{E}_1^{(i)\dagger} = \frac{q_e^2}{8\sqrt{C_1 C_2}} + \frac{\hbar^2}{q_e^2 \mu_i'} \left(\frac{3}{2} - \frac{1}{4} \frac{\hbar^2 \sqrt{C_1 C_2}}{q_e^4 \mu_i'} + \dots \right), \quad (31c)$$

$$\tilde{E}_2^{(i)\bar{}} = \frac{q_e^2}{2\sqrt{C_1 C_2}} + \frac{\hbar^2}{q_e^2 \mu_i'} \left(1 - \frac{1}{6} \frac{\hbar^2 \sqrt{C_1 C_2}}{q_e^4 \mu_i'} + \dots \right), \quad (31d)$$

$$\tilde{E}_2^{(i)\dagger} = \frac{q_e^2}{2\sqrt{C_1 C_2}} + \frac{\hbar^2}{q_e^2 \mu_i'} \left(1 + \frac{5}{6} \frac{\hbar^2 \sqrt{C_1 C_2}}{q_e^4 \mu_i'} + \dots \right), \quad (31e)$$

$$\begin{aligned} \tilde{E}_n^{(i)\bar{}} = \tilde{E}_n^{(i)\dagger} &= \frac{(nq_e)^2}{8\sqrt{C_1 C_2}} + \frac{\hbar^2}{q_e^2 \mu_i'} \left(1 + \frac{1}{n^2 - 1} \right. \\ &\quad \left. \cdot \frac{\hbar^2 \sqrt{C_1 C_2}}{q_e^4 \mu_i'} + \dots \right) \quad (n \geq 3). \end{aligned} \quad (31f)$$

显然, 对于 $n \geq 3$ 的激发态, 奇宇称解和偶宇称解所对应的能级是简并的; 同样, 可得到其基态波函数为^[13]

$$\begin{aligned} \tilde{\psi}_0(p_1', p_2') &= \tilde{\psi}_0(p_1') \cdot \tilde{\psi}_0(p_2') \\ &= ce_0(x, \xi_1) \cdot ce_0(x, \xi_2), \end{aligned} \quad (32)$$

式中

$$\begin{aligned} ce_0(x, \xi_i) &= \frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{2\sqrt{2}} \xi_i \cos 2x \\ &\quad + \frac{1}{16\sqrt{2}} \xi_i^2 \left(\frac{1}{2} \cos 4x - 1 \right) - \dots \end{aligned} \quad (33)$$

由此, 注意到(25)式, 在基态下可以求得

$$\tilde{\psi}_0 |p_1' | \tilde{\psi}_0 = 0, \quad (34)$$

$$\tilde{\psi}_0 |p_1'^2 | \tilde{\psi}_0 = \frac{1}{2} \frac{\hbar^2}{q_e^2} \left[1 - \frac{3}{2} \left(\frac{C_1}{C_2} \right)^{1/4} \left(\frac{\hbar^2 C_2}{q_e^4 L_1} \right)^2 + \dots \right], \quad (35)$$

$$\tilde{\psi}_0 |p_2'^2 | \tilde{\psi}_0 = \frac{1}{2} \frac{\hbar^2}{q_e^2} \left[1 - \frac{3}{2} \left(\frac{C_2}{C_1} \right)^{1/4} \left(\frac{\hbar^2 C_1}{q_e^4 L_2} \right)^2 + \dots \right]. \quad (36)$$

由(34)–(36)式并利用(12)式的逆变换, 即可得到在其基态下该介观电感耦合电路各个回路中电流的平均值和方均值; 这时不难看到, 在考虑了电荷的量子效应后, 对于本文所研究的电感耦合电路, 在其基态下每个回路中电流的平均值都为零, 但它们的方均值均不为零, 即每个回路中的电流都存在着量子涨落, 但其涨落的大小又不同于我们在文献[8]中所给出的结果(参见文献[8]的(16)式和(18)–(19)式中 $n_1 = n_2 = 0$ 的情况); 其原因在于, 在文献[8]中仅考虑的是当电源 $\epsilon(t) = 0$ 时的情况, 而这里对电源作了绝热近似处理, 并且已取 $\varphi = 0$, 更为主要的原因在文献[8]中将电荷视为连续变量, 而没有考虑电荷应是量子化的这一基本事实, 而这里考虑了该介观电感耦合电路中电荷的量子效应。

5 结 论

本文在考虑了介观电感耦合电路中电荷应是量子化的这一基本事实的前提下, 给出了介观电感耦合电路的量子化方案和量子理论, 得到了该电路的库仑阻塞条件, 并给出了在该介观电路处于基态时各回路中电流的量子涨落. 其结果表明, 对于本文所研究的介观电感耦合电路, 在其基态下各回路中的电流都存在着量子涨落, 但其涨落的大小又不同于我们在文献[8]中所得到的结果, 其主要原因在于, 文献[8]将电荷视为了连续变量, 而没有考虑电荷是量子化这一基本事实, 而本文考虑了该电感耦合电路中电荷的量子效应. 我们认为, 在介观电路中必须应注意注意到电荷的不连续性这一量子效应, 只有这样才能是关于介观电路的全量子理论. 以上结果对于理解介观量子态的控制^[14]和量子信息及量子计算会有所帮助.

- [1] Y. Srivastava ,A. Widom ,*Phys. Rep.* ,**148**(1987) ,1 .
- [2] F. A. Bout ,*Phys. Rep.* ,**234**(1993) 73 .
- [3] R. G. Garcia ,*Appl. Phys. Lett.* ,**60**(1992) ,1960 .
- [4] R. Landauer ,*IBM J. Res. Dev.* ,**1**(1957) ,223 .
- [5] W. H. Louisell ,*Quantum Statistical Properties of Radiation* (John Wiley ,New York ,1973) ,Chapter 4 .
- [6] Ji-Suo Wang , Chang-Yong Sun , *Acta Physica Sinica* , **46** (1997) 2007 (in Chinese) 王继锁、孙长勇 ,*物理学报* ,**46** (1997) 2007] .
- [7] J. S. Wang C. Y. Sun ,*Int. J. Theor. Phys.* ,**37**(1998) ,1213 .
- [8] Ji-suo Wang ,Tang-kun Liu ,Ming-sheng Zhan ,*Acta Photonica Sinica* **29**(2000) 22 (in Chinese) 王继锁、刘堂昆、詹明生 ,*光子学报* **29**(2000) 22] .
- [9] Y. Q. Li B. Chen ,*Phys. Rev.* ,**A53**(1996) A027 .
- [10] Y. Q. Li B. Chen ,*Commun. Theor. Phys.* ,**29**(1998) ,139 .
- [11] Bin Chen , You-quan Li *et al.* , *Acta Physica Sinica* , **46** (1997) ,129 (in Chinese) 陈斌、李有泉等 ,*物理学报* ,**46** (1997) ,129] .
- [12] Zhu-xi Wang ,Dun-ren Guo ,*Introduction to Special Functions* (Science Press ,Beijing ,1965) (in Chinese) 王竹溪、郭敦仁 特殊函数概论 (科学出版社 北京 ,1965)] .
- [13] Shi-shi Liu ,Shi-da Liu ,*Special Functions*(Atmosphere Press , Beijing ,1988) (in Chinese) 刘式适、刘式达 ,*特殊函数*(气象出版社 北京 ,1988)] .
- [14] Y. Nakamura ,Yu A. Pashkin ,J. S. Tsai ,*Nature* ,**398**(1999) , 786 .

COULOMB BLOCKADE AND QUANTUM EFFECTS OF CHARGE IN A NON-DISSIPATIVE MESOSCOPIC INDUCTANCE-COUPLING CIRCUITS*

WANG JI-SUO^{1 2 3}) FENG JIAN^{1 2 3}) ZHAN MING-SHENG¹)

1) State Key Laboratory of Magnetic Resonance and Atomic and Molecular Physics , Wuhan Institute of Physics and Mathematics , Chinese Academy of Sciences , Wuhan 430071 , China)

2) Laser Spectroscopy Laboratory , Anhui Institute of Optics and Fine Mechanics , Chinese Academy of Sciences , Hefei 230031 , China)

3) Department of Physics , Liaocheng Teachers University , Liaocheng 252059 , China)

(Received 20 July 2000 ; revised manuscript received 4 September 2000)

ABSTRACT

Based on the fact that the charge is quantized in the mesoscopic circuit , the quantum theory of the mesoscopic inductance-coupling circuits and the condition for Coulomb blockade have been given in this paper , and the quantum fluctuations in the mesoscopic inductance coupling circuits have also been shown .

Keywords : mesoscopic circuit , inductance coupling , discreteness of electric charge , Coulomb blockade , quantum fluctuation

PACC : 7335 , 0365

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 19774069 and 19734006) , and the Natural Science Foundation of Shandong Province , China (Grant No. Q99A03) .