

可积模型中孤子相互作用的研究*

阮航宇

(宁波大学物理系, 宁波 315211; 浙江大学近代物理中心, 杭州 310027)

(2000 年 8 月 4 日收到)

从可积模型的双线性形式出发, 可以得到关于方程场变量或某种势所存在的所有方向都是指数局域的 dromion 解或除一个方向外指数衰减的“Soliton”解. 以 $(1+1)$ 维和 $(2+1)$ 维 KdV 类型方程为例, 对孤子(dromions 或“Soliton”)间的相互作用进行了详细的研究, 发现孤子间的相互作用规律与方程的维数和类型无关. 只要方程的多孤子解形式符合 Hirota 标准形式(所有耦合系数均不为零), 孤子之间的碰撞是弹性的, 否则就是非弹性的.

关键词: 可积模型, 孤子相互作用, 双线性方法

PACC: 0230, 0340

1 引 言

自从反散射方法发展以来, 人们已获得了许多 $(1+1)$ 维和 $(2+1)$ 维可积模型及相应的孤子激发模式. 这种激发模式的局域性和稳定性, 引起人们对该现象的极大兴趣.

虽然 $(1+1)$ 维可积模型的孤子结构和性质已被了解得较为透彻, 但高维模型中的孤子结构尤其是相互作用性质有待进一步研究. 最近, 由于 Boiti, Leon, Martina 和 Pempinelli^[1] 的开拓性工作, 关于 $(2+1)$ 维模型中, 称为 dromion 的指数局域孤子解的研究已引起了不少物理学家和数学家的兴趣. 一般而言, dromion 解由两个或更多个非平行的直线隐形孤子形成. 如对于 Davey 和 Stewartson(DS)^[2] 及 Nizhnik-Novikov-Veselov(NNV)^[3] 方程, 它们的 dromion 解由两个垂直的隐线孤子^[1,4] 形成. 而对于 Kadomtsev-Petviashvili(KP) 方程^[5,6], dromion 解则由两个非垂直的隐线孤子构成. 又对某些非线性模型而言, 如 DS, NNV 和反对称的 NNV^[7] 方程, dromion 解存在于物理场本身. 而对另外一类像 KP 和破裂孤子方程这样的非线性模型, 则 dromion 解只对某种势场才存在^[5,8]. 不久前更普遍的由曲线和直线孤子形成的 dromion 在某些 $(2+1)$ 维非线性模型中被发现^[9,10].

本文研究可积系统中孤子的相互作用. 孤子现象在自然科学, 如等离子体物理学、声学、流体力学、非线性光学、纤维光学、固体物理学等众多领域有着广泛的应用前景. 孤子的相互作用性质是孤子能否更好地实际应用的关键因素. 因此可积模型中孤子相互作用性质的研究是十分有意义的课题. 长期以来人们普遍认为 $(1+1)$ 维可积模型中孤子的相互作用是弹性的, 这意味着在相互作用孤子间没有能量和动量的交换. 由于实际问题所面临的往往是 $(2+1)$ 维和 $(3+1)$ 维局域激发模式, 这些局域激发模式在相遇过程中会有什么现象是本文关注的问题. 虽然这方面工作曾有一些结论不同的报道^[11,12], 然而关于引起相互作用结果的原因却无人问津. 本文试图借助于几何分析方法探究孤子(dromions)间产生不同相互作用的原因, 探究非弹性相互作用发生在 $(1+1)$ 维可积模型中的可能性. 为此, 详细地研究了两个 KdV 类型方程的孤子相互作用.

2 两个 KdV 类型方程的多孤子解

2.1 $(2+1)$ 维 ANNV 方程的多 dromion 解

ANNV 方程

$$(D_y D_t + D_y D_x^3) f \cdot f = 0 \quad (1)$$

可以看作是“不可压缩流体的模型”^[13]. 式中 D 算符

* 国家自然科学基金(批准号: 19875041), 浙江省自然科学基金(批准号: 100033), 教育部基金(批准号: C0001), 宁波市博士基金(批准号: 0011016)资助的课题.

被定义为

$$D_x^n D_y^m D_t^l f \cdot g \equiv (\partial_x - \partial_{x'}) (\partial_y - \partial_{y'})^m \cdot (\partial_t - \partial_{t'})^l f(x, y, t) \times g(x', y', t') |_{(x'=x, y'=y, t'=t)}. \quad (2)$$

文献 [6, 14] 研究了该系统的光谱变换. 该方程也可看作是 Hirota-Satsuma 在文献 [15, 16] 中所得结论的 (2+1) 维推广. Clarkson 和 Mansfield 对该方程的非经典对称性、Painlevé 性质和相似解进行了研究 [17].

可以证明, 如果合适地定义物理场

$$u = L(\partial_x) K(\partial_x) \text{lr}(f) \equiv (a_1 \partial_x + b_1 \partial_y) \chi (a_2 \partial_x + b_2 \partial_y) \text{lr}(f), \quad (3)$$

则 (1) 式拥有单 dromion 解. (3) 式中的 a_1, a_2, b_1, b_2 应该被选为使得线性算符 $L(\partial_x), K(\partial_x)$ 能够湮没两个线孤子

$$f = 1 + \exp(\eta_1) + \exp(\eta_2) + A_{12} \exp(\eta_1 + \eta_2), \quad (4)$$

$$\eta_i = p_i x + q_i y + \omega_i t + \text{const} \equiv \mathbf{P}_i \cdot \mathbf{X}_i + \text{const}, \quad (5)$$

$$P_i = (p_i, q_i, \omega_i) \quad (i = 1, 2), A(P_i) = 0, \quad A_{12} = -\frac{A(P_1 - P_2)}{A(P_1 + P_2)}, \quad (6)$$

亦即在空时 (x_1, y_1, t) 中, 线性算符 $L(\partial_x)$ 和 $K(\partial_x)$ 湮没了两个线孤子, 而在两个线孤子的交叉点上留下了一个 dromion. 即两个非平行的隐线孤子形成了一个 dromion 解. 从 (3)–(5) 式可以看出, 如果作空间变换

$$p_1 x + q_1 y = p x_1, \quad p_2 x + q_2 y = q y_1, \quad \Delta \equiv p_1 q_2 - p_2 q_1 \neq 0, \quad (7)$$

并在方程 (3) 中选定常数 $a_1 = -\frac{q_1 q_2}{\Delta}, b_1 = \frac{p_1 p_2}{\Delta},$

$a_2 = \frac{q_2 p_2}{\Delta}, b_2 = -\frac{p_2 p_2}{\Delta},$ 那么 (3)–(5) 式可变换为

$$u = (a_1 \partial_x + b_1 \partial_y) \chi (a_2 \partial_x + b_2 \partial_y) \text{lr}(f) \equiv \partial_{x_1} \partial_{y_1} \text{lr}(f), \quad (8)$$

$$f = 1 + \exp(\eta_1) + \exp(\eta_2) + A_{12} \exp(\eta_1 + \eta_2), \quad \eta_1 = p x_1 + \text{const}, \quad \eta_2 = q y_1 + \text{const}. \quad (9)$$

采用 Hirota 发展的一般方法 [18], 方程 (1) 的 N 线孤子解可以表示为

$$f = 1 + \sum_{i=1}^n \exp(\eta_i) + \sum_{i < j}^n A_{ij} \exp(\eta_i + \eta_j)$$

$$+ \sum_{i < j < k} A_{ij} A_{jk} A_{ik} \exp(\eta_i + \eta_j + \eta_k) + \dots + \left(\prod_{i < j} A_{ij} \right) \exp \sum_{i=1}^n \eta_i, \quad (10)$$

式中

$$A_{ij} = -\frac{A(P_i - P_j)}{A(P_i + P_j)} = -\frac{(q_i - q_j) \chi (\omega_i - \omega_j + (p_i - p_j)^2)}{(q_i + q_j) \chi (\omega_i + \omega_j + (p_i + p_j)^2)}. \quad (11)$$

显然 a_i, b_i 依赖于 q_i, p_i , 所以 (8) 式给出的多 dromions 解只对特殊形式 (能够湮没所有孤子) 的线性算符 $a_i \partial_x + b_i \partial_y$ 存在. 换言之, 在新的坐标空间, 允许存在的线孤子必垂直于新的坐标轴 x_1, y_1 . 作为例子, 以下写出三个孤子解 f 的确切形式:

$$f = 1 + \exp(\eta_1) + \exp(\eta_2) + \exp(\eta_3) + A_{12} \exp(\eta_1 + \eta_2) + A_{13} \exp(\eta_1 + \eta_3) + A_{23} \exp(\eta_2 + \eta_3) + A_{12} A_{13} A_{23} \exp(\eta_1 + \eta_2 + \eta_3). \quad (12)$$

很容易证明除了 Hirota 标准三孤子解 (12) 式, 方程 (1) 还存在其他形式的三个孤子解:

$$f = 1 + \exp(\eta_1) + \exp(\eta_2) + \exp(\eta_3) + A_{13} \exp(\eta_1 + \eta_3) + A_{23} \exp(\eta_2 + \eta_3) \quad (13)$$

$$p_1 = 0, \quad \omega_i = -p_i^3,$$

$$A_{13} = -\frac{(q_3 - q_2) \chi (q_2 + q_3 - 1)}{(q_2 + q_3) \chi (q_2 - q_1 - q_3)}, \quad A_{23} = -\frac{(q_3 - q_2) \chi (q_2 - q_3)}{(p_2 + p_3) \chi (q_2 + q_3)} \quad (14)$$

和

$$f = 1 + \exp(\eta_1) + \exp(\eta_2) + A_{13} \exp(\eta_1 + \eta_3) + A_{23} \exp(\eta_2 + \eta_3) + m \exp(\eta_1 + \eta_2 + \eta_3), \quad (15)$$

$$\omega_i = -p_i^3, \quad \eta_1 = p_1 x + \omega_1 t, \quad \eta_2 = p_2 x + \omega_2 t,$$

$$\eta_3 = q_2 y, \quad m = (A_{23} - A_{13}) \frac{(p_2 - p_1)}{(p_2 + p_1)}. \quad (16)$$

2.2 (1+1) 维 KdV 类型方程的多孤子解

考察下面这个浅水波中的 (1+1) 维方程 [18]:

$$u_t - u_{xxt} - 3uu_t + 3u_x \int_x^\infty u_t dx + u_x = 0. \quad (17)$$

定义 f 为

$$u = \chi(\log f)_{xx}, \quad (18)$$

方程 (17) 可变换为双线性形式

$$D_x(D_t - D_x D_x^2 + D_x) f \cdot f = 0. \quad (19)$$

方程 (19) 的多孤子解形式可由 (10) 式表达, 但 η_i , ω_i 和 A_{ij} 应具有下述形式:

$$\eta_i = p_i x + \omega_i t + \eta_{i0}, \omega_i = \frac{p_i}{p_i^2 - 1}, \quad (20)$$

$$A_{ij} = -\frac{A(P_i - P_j)}{A(P_i + P_j)} \\ = -[(p_i - p_j) \chi(\omega_i - \omega_j) \\ - (p_i - p_j) \chi(\omega_i + \omega_j) + (p_i + p_j) \chi(\omega_i + \omega_j) \\ + (p_i + p_j) \chi(\omega_i - \omega_j)]. \quad (21)$$

3 Dromions, “Solitoff”和孤子间的相互作用

在 (1+1) 维情况下, 人们认为孤子间的相互作用是弹性的. 这意味着孤子在碰撞过程中不发生能量和动量的交换. 亦即除了位相漂移, 孤子的速度和形状都不发生改变.

我们希望知道发生在 (2+1) 维可积模型中的 dromions 相互作用是否会具有类似的性质? 同时也想确认 (1+1) 维可积模型中是否确实不存在非弹性相互作用? 在 (1+1) 维和 (2+1) 维可积模型中孤子间的相互作用规律是否相同?

由于多 dromion “Solitoff” 解的复杂性, 解析研究 dromion “Solitoff” 和孤子间的相互作用比较困难, 下面采用的图形分析方法, 可以更直接地反映其相互作用现象.

图 1 为 ANNV 方程关于物理场

$$u = \chi(\log f)_{x_1 y_1} \quad (22)$$

的双 dromions 相互作用图, 式中 f 由 (12) 式确定, 形成双 dromions 的三个线孤子由下式表征:

$$\eta_1 = x + \frac{1}{2}y - t = x_1 - t,$$

$$\eta_2 = \frac{3}{2}x + \frac{3}{2}y - \frac{27}{8}t = \frac{3}{2}y_1 - \frac{27}{8}t, \quad (23)$$

$$\eta_3 = \frac{1}{2}x + \frac{1}{4}y - \frac{1}{8}t = \frac{1}{2}x_1 - \frac{1}{8}t.$$

依据 (23) 式参数的选取 (12) 式中的耦合系数 A_{12} , A_{13} 和 A_{23} 均不为零. 在图 1(a)–(c) 中, 时间分别取为 -20, 0, 20. 图 1(d) 为与图 1(a)–(c) 相对应的两个 dromions 相互作用前后的等势截面图.

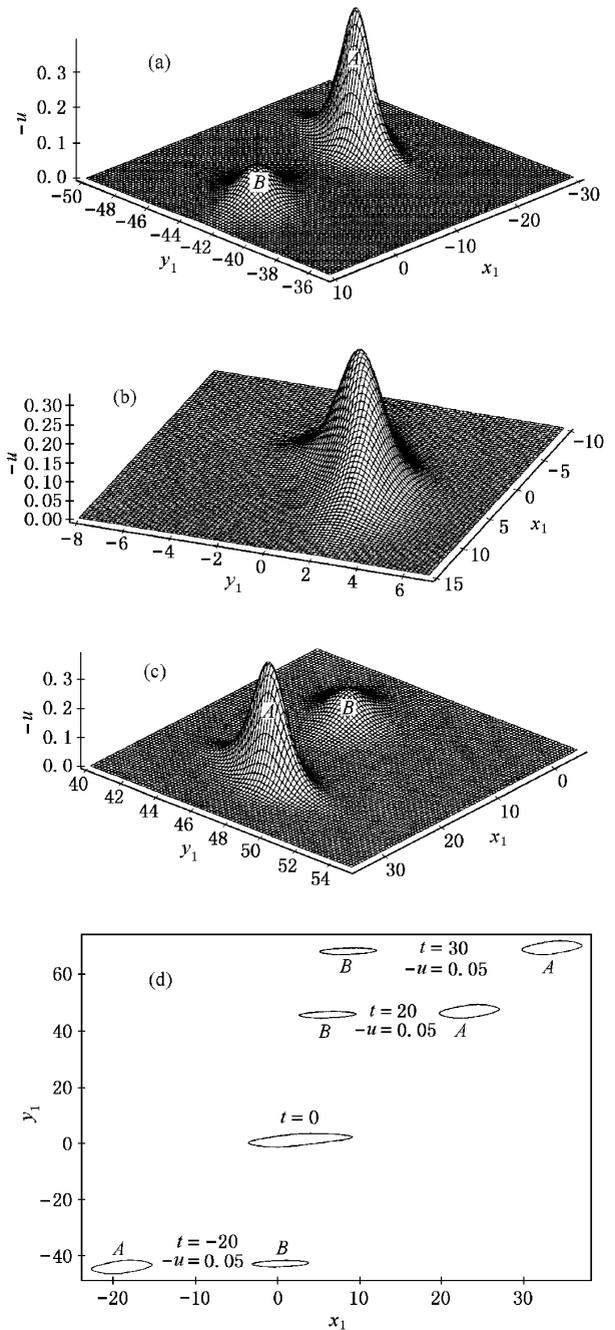


图 1 ANNV 方程关于场量 u (由 (12) 式确定) 的双 dromions 相互作用图. 相应的时间 (a) 为 $t = -20$ (b) 为 $t = 0$ (c) 为 $t = 20$ (d) 为一幅与 (a) (b) 和 (c) 相应的等势截面图 ($u = -0.05$)

从图 1 可清楚地看到两个 dromions 相互作用前后的形状完全相同, 但存在位相的漂移. 这意味着除了位相漂移, dromions 在相互作用过程中没有能量和动量交换, 即碰撞是完全弹性的.

图 2 为 ANNV 方程关于物理场 (22) 式的双 dromion 与 “Solitoff” 相互作用图. (22) 式中函数 f 由 (13) 式确定, 三个隐线孤子由公式

$$\eta_1 = \frac{1}{2}y = \frac{1}{2}y_1,$$

$$\eta_2 = 2x + y - 8t = 2x_1 - 8t, \quad (24)$$

$$\eta_3 = 3x + \frac{3}{2}y - 27t = 3x_1 - 27t$$

确定. 图 2 显示了一个非常有趣的现象, 即相互作用前的一个“Solitoff”和一个 dromion 在相互作用之后合并成一个“Solitoff”.

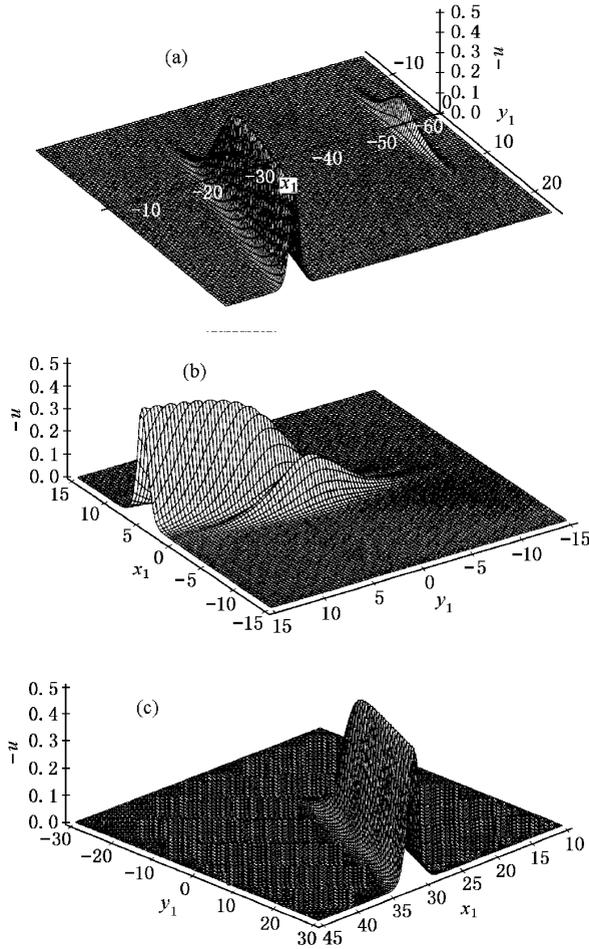


图 2 ANNV 方程关于场量 u (由 (13) 式确定) 的 dromion-“Solitoff”相互作用图. 相应的时间 (a) 为 $t = -6$ (b) 为 $t = 0$, (c) 为 $t = 6$

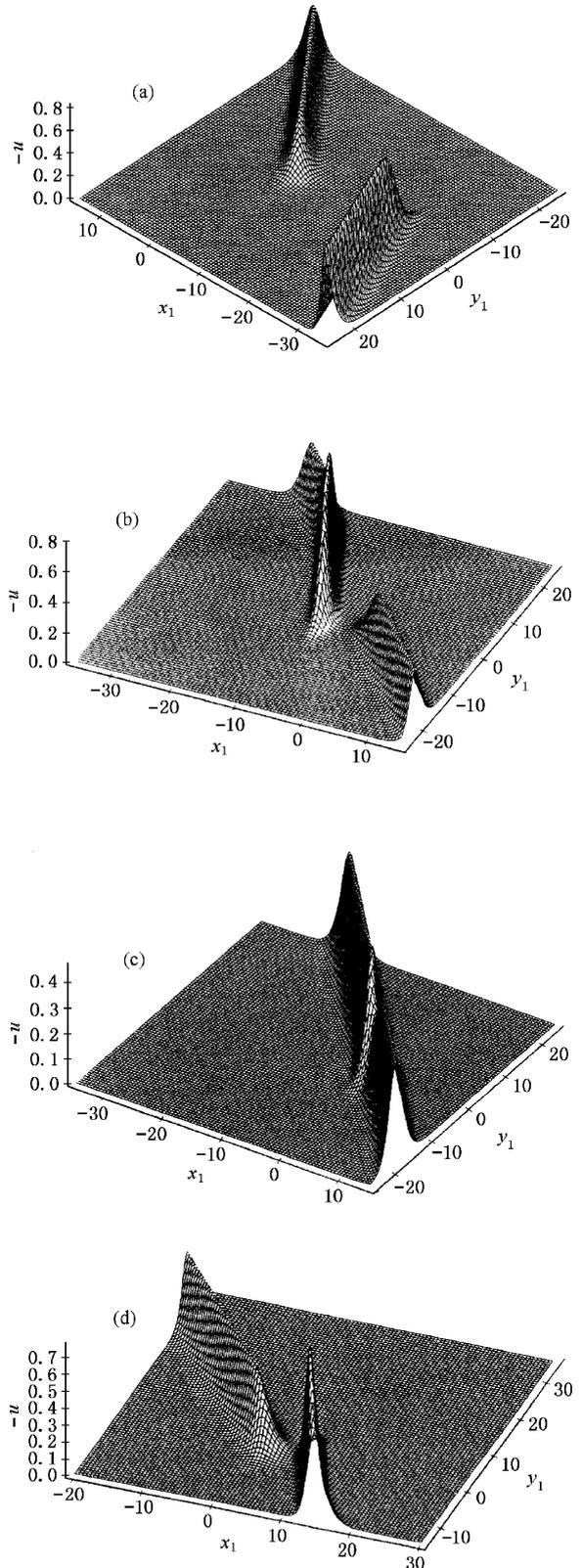
图 3 为 ANNV 方程关于由 (22) 式所确定的 u 的双“Solitoff”相互作用图. 其中函数 f 由 (15) 式确定. (15) 式中已选定 $A_{23} = 1, A_{13} = 3$. 形成双“Solitoff”的三个线孤子被选为

$$\eta_1 = 2x - 8t = 2x_1 - 8t,$$

$$\eta_2 = x - t = x_1 - t, \quad (25)$$

$$\eta_3 = \frac{4}{5}y = \frac{4}{5}y_1.$$

图 4 和图 5 为 (1+1) 维 KdV 类型方程 (17) 关于场量 u 的两个孤子相互作用图. 图 4 中两个孤子选为



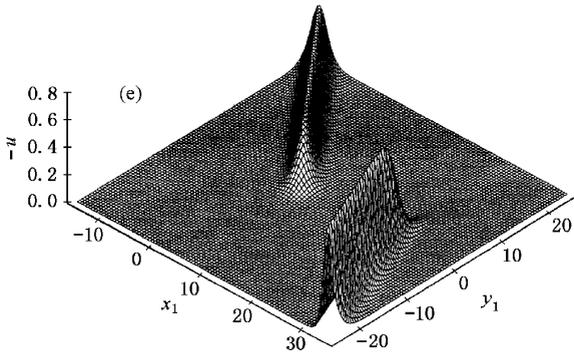


图3 ANNV 方程关于场量 u (由(15)式确定)的“Solitoff” “Solitoff”相互作用图 相应的时间 (a)为 $t = -6$ (b)为 $t = -2$ (c)为 $t = 0$ (d)为 $t = 2$,(e)为 $t = 6$

$$\eta_1 = \frac{2}{3}x - \frac{6}{5}t, \eta_2 = \frac{7}{3}x - \frac{3}{8}t. \quad (26)$$

上述参数的选取使得函数 f 中的相互作用常数 A_{12} 不为零. 图 4(d)为相应场量 u 的时间演化图. 图 4 清晰地显示了一维孤子弹性相互作用的性质. 图 5 中两个孤子由下式确定:

$$\eta_1 = \left(\frac{3}{8} + \frac{\sqrt{3}\sqrt{55}}{8} \right)x + 4 \frac{3 + \sqrt{3}\sqrt{5}\sqrt{10}}{55 + 3\sqrt{3}\sqrt{5}\sqrt{11}}t,$$

$$\eta_2 = \frac{3}{4}x + \frac{2}{5}t. \quad (27)$$

由于(27)式中参数的选择,在两个孤子解中的耦合常数 $A_{12} = 0$. 图 5(d)为场量 u 的时间演化图. 从图 5 可看到两个孤子经过碰撞合并为一个孤子. 这说明孤子间的相互作用是非弹性的.

图 6 和图 7 为方程(17)关于场量 u 的三个孤子相互作用图. 图 6 中三个孤子由下式确定:

$$\eta_1 = \frac{2}{3}x - \frac{6}{5}t, \eta_2 = \frac{3}{4}x - \frac{12}{7}t,$$

$$\eta_3 = \frac{3}{5}x - \frac{10}{21}t. \quad (28)$$

图 7 中三个孤子取为

$$\eta_1 = \left(\frac{3}{8} + \frac{1}{8}\sqrt{3}\sqrt{55} \right)x + 4 \frac{3 + \sqrt{3}\sqrt{5}\sqrt{10}}{55 + 3\sqrt{3}\sqrt{5}\sqrt{11}}t,$$

$$\eta_2 = \frac{2}{5}x - \frac{12}{7}t, \eta_3 = \frac{2}{5}x - \frac{10}{21}t. \quad (29)$$

(28)式所定义三个孤子,使得三个孤子解 f 中的耦合常数 A_{12}, A_{13} 和 A_{23} 均不为零. 图 6(d)为场量 u 的时间演化图. 从图 6 可清楚地看到三个孤子碰撞前后形状完全相同. 由于(29)式参数的选取,在三个孤子解 f 中耦合常数 $A_{12} = 0, A_{13}$ 和 A_{23} 不为零. 图 7(d)为场量 u 的时间演化图. 在图 7 中发现

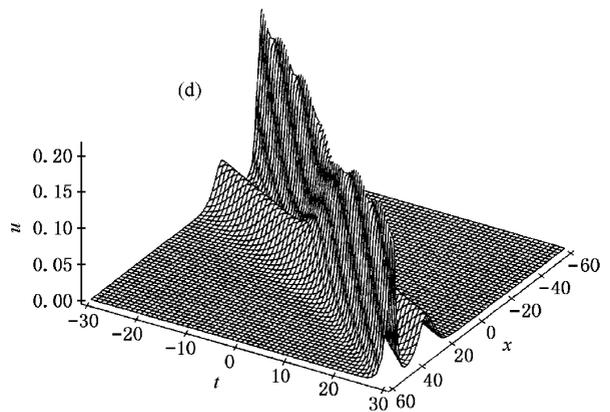
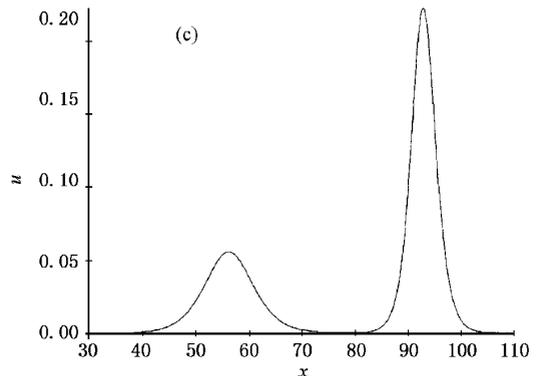
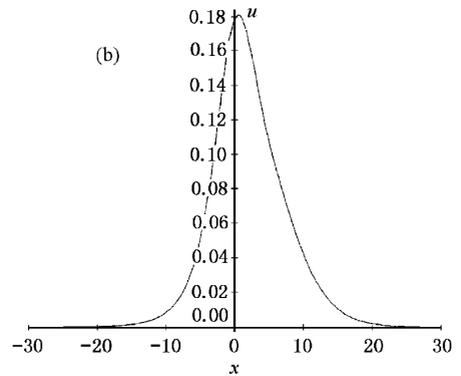
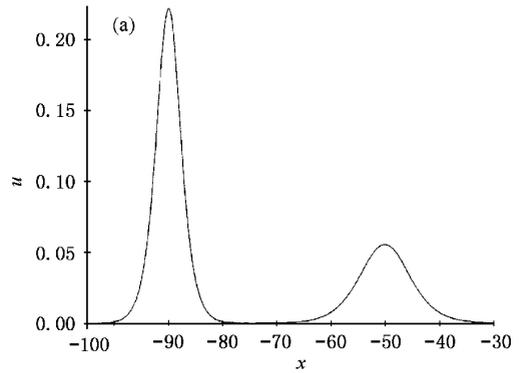


图4 (1+1)维 KdV 类型方程关于场量 u 的双孤子相互作用图 ($A_{12} \neq 0$) 相应的时间 (a)为 $t = -50$ (b)为 $t = 0$ (c)为 $t = 50$ (d)为场量 u 的时间演化图

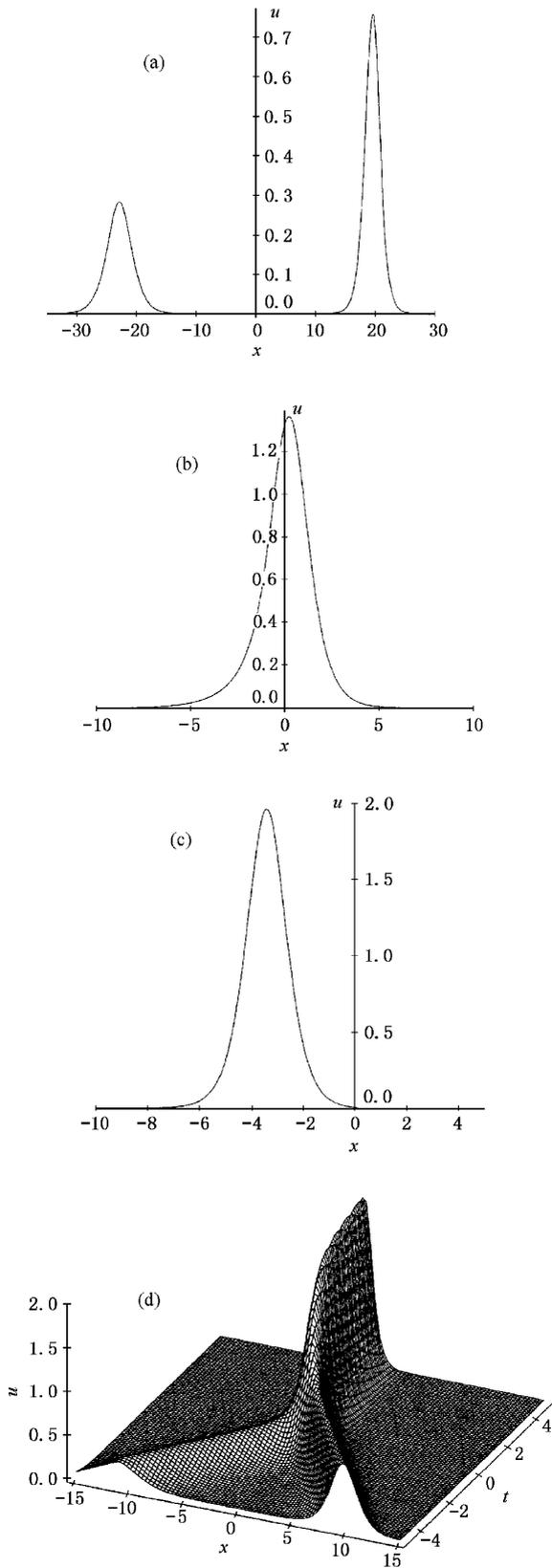


图 5 (1+1) 维 KdV 类型方程关于场量 u 的双孤子相互作用图 ($A_{12} = 0$) 相应的时间 (a) 为 $t = -10$ (b) 为 $t = 0$ (c) 为 $t = 10$ (d) 为场量 u 的时间演化图

三个孤子经过相互作用合并成为两个孤子, 即相互作用是非弹性的.

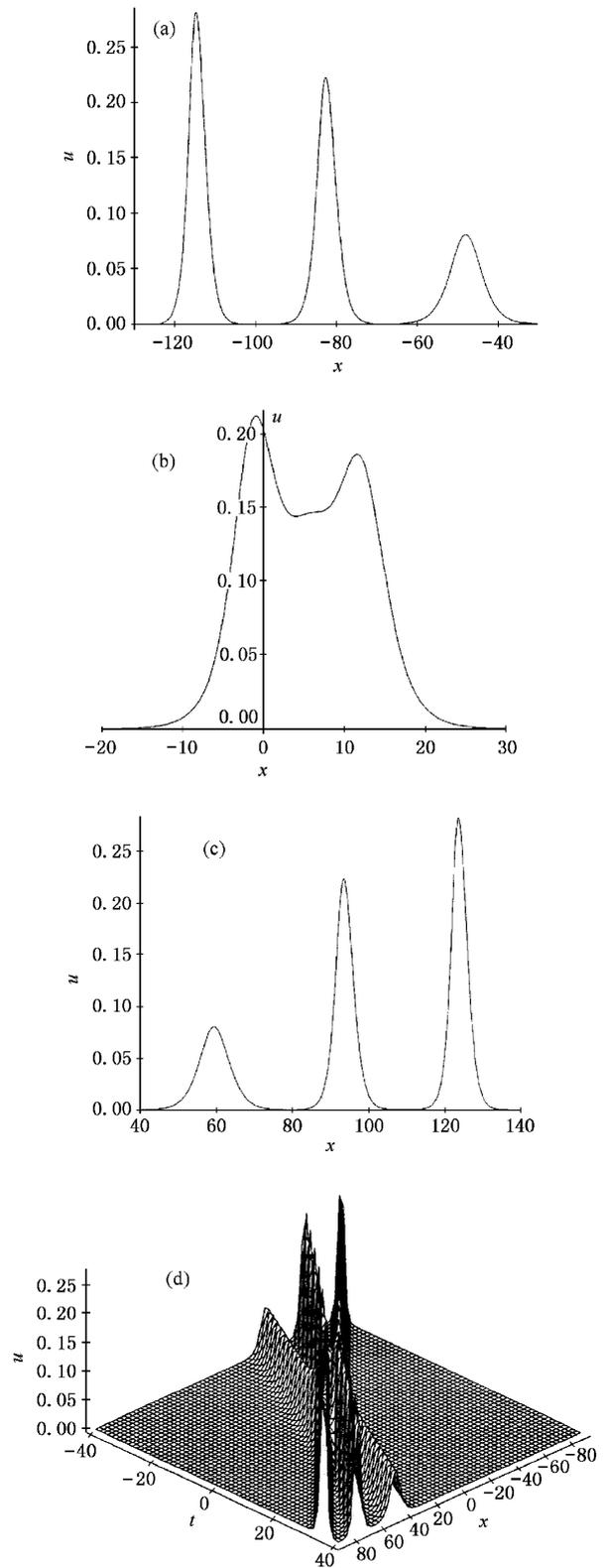


图 6 (1+1) 维 KdV 类型方程关于场量 u 的三个孤子相互作用图 ($A_{12} \neq 0, A_{13} \neq 0, A_{23} \neq 0$) 相应的时间 (a) 为 $t = -50$ (b) 为 $t = 0$ (c) 为 $t = 50$ (d) 为场量 u 的时间演化图

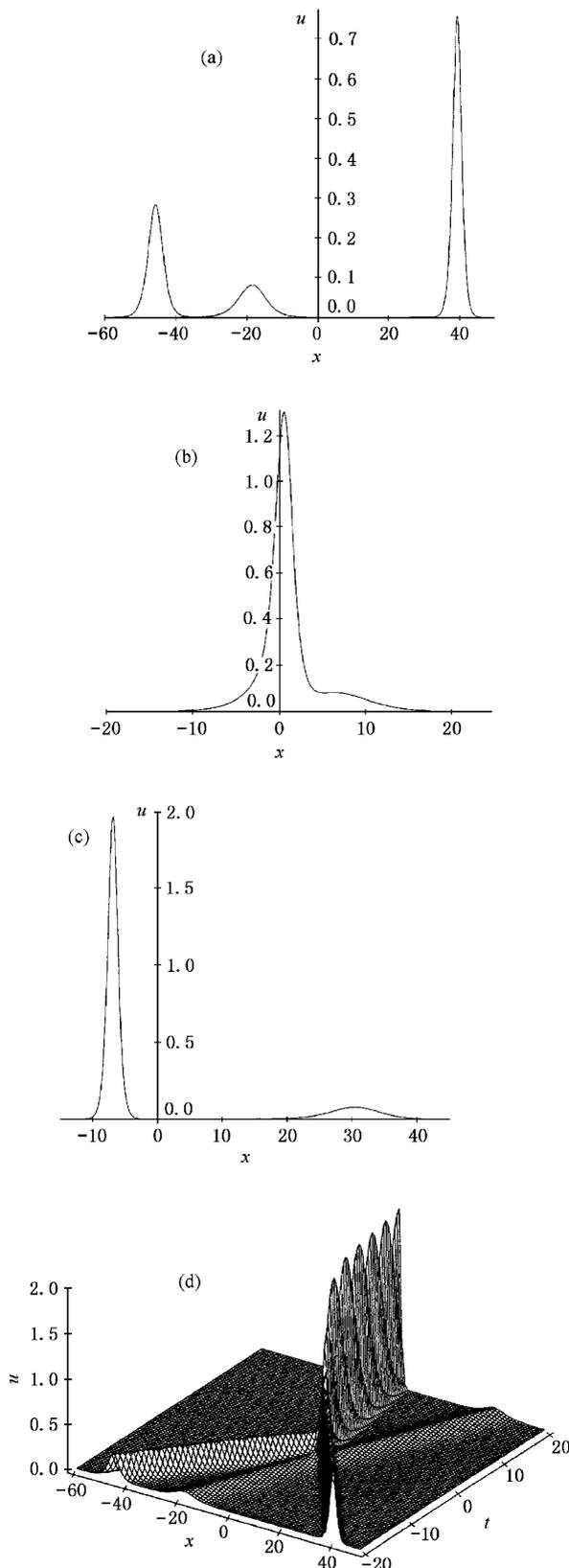


图7 (1+1)维 KdV 类型方程关于场量 u 的三个孤子相互作用图($A_{12} = 0, A_{13} \neq 0, A_{23} \neq 0$) 相应的时间 t 为 $t = -20$ (a) 为 $t = 0$ (b) 为 $t = 20$ (c) 为场量 u 的时间演化图

4 结论与讨论

本文给出了两个 $(n+1)$ ($n=1, 2$) 维 KdV 类型方程的多 dromion 解、多“Solitoff”解和多孤子解形式. 借助于图形分析手段对两个方程的 dromions, dromion 和“Solitoff”; Solitoffs 以及孤子之间的相互作用进行了详细研究, 发现了某些相互作用规律. 如果方程的多孤子解符合 Hirota 标准形式(即在 Hirota 标准解中所有耦合系数均不为零), 则 dromions 或孤子间的相互作用是完全弹性的(除了位相漂移, 没有能量和动量的交换). 如果 Hirota 标准解中某个耦合常数为零(或多孤子解形式偏离 Hirota 标准解), dromions 间或孤子间相互作用是非弹性的. 亦即在这种情况下, dromions 或孤子碰撞后发生了形变. 事实上, 这种非弹性作用可以看作是解的共振现象^[20]. 本文研究表明, 孤子间的相互作用规律与维数无关. 由于绝大部分 $(1+1)$ 维可积模型多孤子解中的耦合系数不允许取为零, 所以模型中只存在弹性相互作用的孤子解. 这就是长期以来人们普遍认为 $(1+1)$ 维孤子的碰撞是弹性的原因. 我们认为这种观点应该进行修正. 不管可积模型的空间维数是多少, 只要 Hirota 标准解中的相互作用常数允许取为零, 一定存在非弹性的孤子相互作用.

众所周知, 双线性方法是寻找非线性演化方程精确解行之有效的手段. 实际上, 非线性演化方程的双线性形式也是判断孤子相互作用性质的一种方便形式, 依据可积模型的双线性形式, 可以判断多孤子解中的相互作用常数是否可以取为零, 由此可推断在该模型中存在的局域激发模式是否存在非弹性的相互作用.

本文给出了两个 KdV 类型方程的相互作用图像. 同一个模型允许存在不同的 dromion(或孤子)的相互作用现象. 这些现象类似于经典粒子的碰撞. 我们知道两个经典粒子的碰撞可以是弹性, 也可以是非弹性, 取决于材料的性质. 本文中发现在 dromion(或孤子)间的相互作用可以是弹性, 也可以是非弹性, 取决于耦合系数是否为零.

虽然本文只给出两个方程 dromions(或孤子)相互作用的例子, 也研究了其他 KdV 类型方程, 如 $(2+1)$ 维 Sawada-Kotera 方程^[12]

$$u_t = \left(u_{xxxx} + 5uu_{xx} + \frac{5}{3}u^3 + 5u_{xy} \right)_x$$

$$-5 \int u_{yy} dx + 5 uu_y + 5 u_x \int u_y dx \quad (30)$$

和(2+1)维 KP 方程^[6]

$$(D_x D_t + D_x^4 - 3D_y^2) f \cdot f \equiv A(D_x, D_y, D_t) f \cdot f = 0 \quad (31)$$

的 dromions 相互作用. 类似的 dromion 解和相同的

相互作用规律可以在方程(30)和(31)中获得. 这意味着上面给出的结论应该适用于所有的(n + 1)维 KdV 类型方程(n = 1, 2). 是否类似的现象可能发生在其他的(n + 1)维可积模型(n = 1, 2)中, 值得进一步研究.

感谢楼森岳教授和陈一新教授的帮助和讨论.

- [1] M. Boiti, J. J. P. Leon, L. M. Martina, F. Pempinelli, *Phys. Lett.* **A132**(1988) 432.
- [2] A. Davey, K. Stewartson, *Proc. Roy. Soc. Lond.*, **A360**(1978) 592.
- [3] L. P. Nizhnik, *Sov. Phys. Dokl.*, **25**(1980) 707; A. P. Veselovand, S. P. Novikov, *Sov. Math. Dokl.*, **30**(1984), 588, 705; S. P. Novikov, A. P. Veselov, *Physica*, **D18**(1986) 267.
- [4] R. Radha, M. Lakshmanan, *J. Math. Phys.* **35**(1994) 4746.
- [5] J. Hietarint, *Phys. Lett.* **A19A**(1990) 133.
- [6] H. Y. Ruan, *Acta Physica Sinica*, **48**(1999), 1781(in Chinese] 阮航宇, *物理学报* **48**(1999), 1781].
- [7] M. Boiti et al., *Inverse Problems* **2**(1986) 271 **3**(1987) 25.
- [8] R. Radha, M. Lakshmanan, *Phys. Lett.* **A197**(1995) 7.
- [9] S. Y. Lou, *J. Phys. A: Math. Gen.* **28**(1995) 7227.
- [10] H. Y. Ruan, Y. X. Chen, *Acta Physica Sinica(Overseas Edition)* **8**(1999) 241.
- [11] J. Hietarinta, R. Hirota, *Phys. Lett.* **A145**(1990) 237.
- [12] H. Y. Ruan, Y. X. Chen, *J. Math. Phys.* **40**(1999) 248.
- [13] P. G. Estévez, S. Leble, *Inverse Problems* **11**(1995) 925.
- [14] M. J. Ablowitz, P. Clarkson, *Solitons, Nonlinear Evolution Equations and Inverse Scattering*(Lecture Notes Series 149) (Cambridge University Press, Cambridge, 1991), p. 269.
- [15] S. B. Leble, N. V. Ustinov, *Inverse Problems* **10**(1991) 617.
- [16] R. Hirota, J. Satsuma, *J. Phys. Soc. Jap.* **40**(1994) 611.
- [17] P. A. Clarkson, E. L. Mansfield, *Nonlinearity* **7**(1994) 795.
- [18] R. Hirota, *Phys. Rev. Lett.* **27**(1971) 1192.
- [19] R. Hirota, J. Satsuma, *J. Phys. Soc. Jap.* **40**(1976) 611.
- [20] C. R. Gilson, *Phys. Lett.* **A161**(1992) 423.

STUDY OF SOLITONS INTERACTION IN INTEGRABLE MODELS*

RUAN HANG-YU

(Institute of Modern Physica, Ningbo University, Ningbo 315211, China ;
Zhejiang Institute of Modern Physics, Zhejiang University, Hangzhou 310027, China)

(Received 4 August 2000)

ABSTRACT

Starting from bilinear form of integrable models, one can obtain a dromion solution that is localized in all directions or a "Solitoff" solution that decays exponentially in all directions except a preferred one for the physical field or a suitable potential. The interactions between dromions, dromion and "Solitoff", solitons are studied in detail through the method of figure analysis for two KdV type equations. Some interactive properties between two dromions(solitons) are revealed for two models. The interactions between two dromion(solitons) may be elastic or inelastic for different form of solutions.

Keywords : integrable models, interactions between solitons, bilinear approach

PACC : 0230, 0340

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 19875041), the Natural Science Foundation of Zhejiang Province, China (Grant No. 100033), the Foundation from Ministry of Education of China (Grant No. C0001), and the Foundation of Doctoral Training from Ningbo, China (Grant No. 0011016).