第 50 卷 第 3 期 2001 年 3 月
1000-3290/2001/50(03)/0416-06

物 理 学 报
ACTA PHYSICA SINICA

Vol. 50, No. 3, March, 2001

强光场中电子系统与多光子的相互作用

马瑾怡　邱锡钧
（上海大学物理系，上海　200436）
（2000 年 7 月 17 日收到）

在非相对论量子场论框架下，给出电子场和光子场相互作用时整个系统的哈密顿量 H_{tot}，研究在强光场中非线性项即 A^2 项的作用. 电子系统用 Fermi-Dirac 统计的 Schrödinger 量子波场描述. 采用'自洽平均场'和'有效质量'近似，并基于位移谐振子的相干态方法，得到电子波-光量子场算子函数的 Lee-Low-Pines 表式 $f(b^+)$，再利用算子函数 $f(b^+)$ 对算子 b^+ 的微商公式，导出了相关理论计算公式，其中包括电子能量 E_k 和波场参量 β_w 的具体表达式. 据此可进一步计算电子自能和重整化电子有效质量等各有关物理量.

关键词：强光场，多光子，非线性光学
PACC：0437

1　引　　言

最近几年，在获取高功率、短脉冲激光的能力上出现了突破性的进展. 目前，在劳仑兹·利弗莫尔国家实验室已建成输出为 1.5PW（$1\mathrm{PW}=10^{15}\mathrm{W}$）的高功率激光系统，它的聚焦辐射强度可达 $10^{20}\mathrm{W/cm^2}$，对应的电场强度约为 $10^{12}\mathrm{V/cm}$ 量级，大大超过介质内部形成的库仑场强，从而开辟了超强激光场与物质相互作用的新领域[1]. 同时，随着同步辐射工程的日益发展，同步辐射光源也可以得到从红外到硬 X 射线连续谱且具极高功率的强脉冲光辐射.

这样强的光束的存在开辟了一种新的物理方向——非线性原子（电子）物理学. 强光场对物质的电离和高离化态离子的产生有重大意义，在强度低于电离阈值及快电离（在几个场周期内发生）时研究稀薄和稠密气体中的不稳定非线性过程也很有意义. 此外，由强光场电离产生的低密度和超稠密激光等离子体特性的研究也已成为当前强场物理学中的一个热点[2].

关于强激光与物质的相互作用的理论研究，近年来已有大量的基于各种物理模型的工作. 其中有从理论上研究短脉冲强激光在等离子体道中传播的动力学[3]，有的则基于非微扰的含时 Schrödinger 方程研究强脉冲激光对分子电离和光解离的作用过程[4]，有些研究组已在非相对论性量子场论基础上研究电子与强光场的相互作用，其中有的工作在理论中包含了光场非线性项即 A^2 项的作用[5]，等等. 同样包含了非线性项，但文献[5]主要针对极化柱波场，而本文针对平面波场，并运用了量子场论的方法.

量子场论是描述微观多体系统的基本理论工具，它能最有效地描述在强光场中多电子系统与光量子场的复杂的相互作用. 本文将研究能量低于 1MeV 的电子系统在强光场中的动力学问题. 故本文将在非相对论量子场论的框架下[6]给出电子场与光量子场相互作用时整个系统的哈密顿量，研究在强光场中除线性项外非线性项即 A^2 项的作用. 电子系统用 Fermi-Dirac 统计的 Schrödinger 量子波场描述. 采用'自洽平均场'和'有效质量'近似，并基于位移谐振子的相干态方法，得到电子波-光量子场函数、电子能谱、电子自能和质量重整化等物理量的有关理论计算公式.

2　系统的哈密顿量及有关公式

2.1　在经典电动力学中，质量为 m，电荷为 e 的粒子，受到矢势为 $\boldsymbol{A}$，标势为 $V(x)$ 的电磁场的作用，其哈密顿函数为

$$H_{\mathrm{cl}}=\frac{1}{2m}\left(\boldsymbol{P}-\frac{e}{c}\boldsymbol{A}(x)\right)^2+V(x). \tag{1}$$

经过一次量子化后，正则动量 $\boldsymbol{P}$ 变成了 $\frac{\hbar}{i}\nabla$，而电磁场不存在一次量子化，所以 $\boldsymbol{A}$，V 不变. 故(1)式变为

$$H_{\mathrm{cl}} \to H_{(1)} = \frac{1}{2m}\left(\frac{\hbar}{i}\nabla - \frac{e}{c}\boldsymbol{A}(x)\right)^2 + V(x)$$
$$= \frac{1}{2m}\left(-\hbar^2\nabla^2 - \frac{\hbar e}{ci}\nabla\cdot\boldsymbol{A} - \frac{\hbar e}{ci}\boldsymbol{A}\cdot\nabla + \frac{e^2}{c^2}\boldsymbol{A}^2\right) + V(x). \tag{2}$$

采用库仑规范$\nabla\cdot\boldsymbol{A}=0$.

因此

$$H_{(1)} = \left(-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2 - \frac{\hbar e}{mci}\boldsymbol{A}\cdot\nabla + \frac{e^2}{2mc^2}\boldsymbol{A}^2\right) + V(x). \tag{3}$$

经过二次量子化后

$$H_{(1)} \to H_{(2)} = \int \psi^+(x)\left\{-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2 - \frac{\hbar e}{mci}\boldsymbol{A}\cdot\nabla + \frac{e^2}{2mc^2}\boldsymbol{A}^2 + V(x)\right\}\psi(x)\mathrm{d}^3x. \tag{4}$$

多电子场的哈密顿量可以写成如下形式：

$$H_{\mathrm{el}} = H_{(2)} + H_{\mathrm{I}} = H_{0,\mathrm{el}} + H_{\mathrm{el,light}} + H_{\mathrm{el,light}}^{(\mathrm{nl})} + H_{\mathrm{I}}, \tag{5}$$

其中

$$H_{0,\mathrm{el}} = \int \psi^+(x)\left\{-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2 + V(x)\right\}\psi(x)\mathrm{d}^3x, \tag{6}$$

$$H_{\mathrm{el,light}} = \int \psi^+(x)\left(-\frac{\hbar e}{mci}\boldsymbol{A}\cdot\nabla\right)\psi(x)\mathrm{d}^3x, \tag{7}$$

$$H_{\mathrm{el,light}}^{(\mathrm{nl})} = \int \psi^+(x)\left(\frac{e^2}{2mc^2}\boldsymbol{A}^2\right)\psi(x)\mathrm{d}^3x, \tag{8}$$

$$H_{\mathrm{I}} = \frac{1}{2}\int \psi^+(x)\psi^+(x')\cdot\frac{e^2}{|x-x'|}\psi(x')\psi(x)\mathrm{d}^3x\mathrm{d}^3x'. \tag{9}$$

(6)—(9)式具有如下意义：$H_{0,\mathrm{el}}$为指电子场不受光场作用时在标势场 $V(x)$中的运动，这里 $V(x)$可以为周期势场或更一般的势场；$H_{\mathrm{el,light}}$为描述电子场和光子场的线性相互作用；$H_{\mathrm{el,light}}^{(\mathrm{nl})}$为描述电子场和光子场的非线性相互作用. 对弱光场而言，这项很小，一般可以忽略. 但在强光场下，量子光场与电子波场相互作用的非线性效应不容忽视. 故本文将给出在此项存在时有关的理论计算公式；H_{I} 为电子间的库仑相互作用项.

整个系统的哈密顿量为

$$H_{\mathrm{tot}} = H_{\mathrm{el}} + H_{\mathrm{light}}, \tag{10}$$
$$= H_{0,\mathrm{el}} + H_{\mathrm{el,light}} + H_{\mathrm{el,light}}^{(\mathrm{nl})} + H_{\mathrm{I}} + H_{\mathrm{light}}, \tag{11}$$
$$= H_0 + H_{\mathrm{el,light}} + H_{\mathrm{el,light}}^{(\mathrm{nl})} + H_{\mathrm{I}}, \tag{12}$$

其中

$$H_0 = H_{0,\mathrm{el}} + H_{\mathrm{light}}. \tag{13}$$

2.2　在展开哈密顿量时，首先必须强调以下几点：

1）　一般可将光场矢势用平面波展开

$$\boldsymbol{A} = \sum_{wj}\sqrt{\frac{\hbar 2\pi c^2}{\omega_w}}\left(\boldsymbol{e}_{wj}\frac{1}{\sqrt{V}}\mathrm{e}^{\mathrm{i}wx}b_{wj} + \boldsymbol{e}_{wj}\frac{1}{\sqrt{V}}\mathrm{e}^{-\mathrm{i}wx}b_{wj}^+\right), \tag{14}$$

其中 ω_w 为单个光波的频率；e_{wj} 为光波的极化矢量. 极化的两个方向是自由的，为了区分两个方向，用下标 $j=1,2$ 表示. 很明显，$\boldsymbol{A}$ 包含两个不同部分：一部分仅包含算符 b，另一部分仅包含算符 b^+，因此可以将 $\boldsymbol{A}$ 写成

$$\boldsymbol{A} = \boldsymbol{A}_b + \boldsymbol{A}_b^+ \tag{15}$$
$$= \sum_{wj}\sqrt{\frac{\hbar 2\pi c^2}{\omega_w}}\boldsymbol{e}_{wj}\frac{1}{\sqrt{V}}\mathrm{e}^{\mathrm{i}wx}b_{wj} + \sum_{wj}\sqrt{\frac{\hbar 2\pi c^2}{\omega_w}}\boldsymbol{e}_{wj}\frac{1}{\sqrt{V}}\mathrm{e}^{-\mathrm{i}wx}b_{wj}^+. \tag{16}$$

2）　用 Fermi-Dirac 统计的 Schrödinger 量子波场描述电子

$$\psi^+(x) = \sum_u a_u^+\varphi_u^*(x),$$
$$\psi(x) = \sum_u a_u\varphi_u(x). \tag{17}$$

3）　由于光场算符仅作用于光场，电子波场算符仅作用于电子波场，故当一类场的算符作用于另一类场时，其对易子为零，即

$$[\psi(x'),A(x)] = 0,\quad [\psi(x'),\Pi(x)] = 0,$$
$$[\psi^+(x'),A(x)] = 0,\quad [\psi^+(x'),\Pi(x)] = 0, \tag{18}$$

其中 $\Pi(x)$为 $A(x)$共轭正则动量. 如果用电子的产生湮没算符 a_u^+，a_u 和光量子算符 b_{wj}^+，b_{wj} 表示，则

$$[a_u,b_{wj}] = 0,\quad [a_u,b_{wj}^+] = 0,$$
$$[a_u^+,b_{wj}] = 0,\quad [a_u^+,b_{wj}^+] = 0. \tag{19}$$

2.3　至此(12)式中各部分哈密顿量展开为[6]

$$H_0 = H_{0,\mathrm{el}} + H_{\mathrm{light}} = \sum_u E_u a_u^+ a_u + \sum_{wj}\hbar\omega_w b_{wj}^+ b_{wj}, \tag{20}$$

$$H_{\mathrm{el,light}} = \int\psi^+(x)\left[\left(-\frac{\hbar e}{mci}\right)\sum_{wj}\sqrt{\frac{\hbar 2\pi c^2}{\omega_w}}\right.$$

$$\cdot \frac{1}{\sqrt{V}} e_{wj} \left(\mathrm{e}^{\mathrm{i}wx} b_{wj} + \mathrm{e}^{-\mathrm{i}wx} b_{wj}^{+} \right) \nabla \Big] \psi(x) \mathrm{d}^3 x$$

$$= \hbar \int \psi^{+}(x) \sum_{wj} \left(-\frac{e}{m} \sqrt{\frac{2\pi}{V\hbar\omega_w}} \right) \left(\mathrm{e}^{\mathrm{i}wx} b_{wj} + \mathrm{e}^{-\mathrm{i}wx} b_{wj}^{+} \right) \frac{\hbar}{i} \nabla_j \psi(x) \mathrm{d}^3 x$$

$$= \int \psi^{+}(x) \hbar \sum_{wj} g_w \left(\mathrm{e}^{\mathrm{i}wx} b_{wj} + \mathrm{e}^{-\mathrm{i}wx} b_{wj}^{+} \right) \frac{\hbar}{i} \nabla_j \psi(x) \mathrm{d}^3 x, \tag{21}$$

其中

$$g_w = -\frac{e}{m} \sqrt{\frac{2\pi}{V\omega_w \hbar}}, \tag{22}$$

$$H_{\mathrm{el,light}}^{(\mathrm{nl})} = \int \psi^{+}(x) \left\{ \frac{e^2}{2mc^2} \left[\sum_{wj} \sqrt{\frac{\hbar 2\pi c^2}{\omega_w}} \frac{1}{\sqrt{V}} \cdot \left(\boldsymbol{e}_{wj} \mathrm{e}^{\mathrm{i}wx} b_{wj} + \boldsymbol{e}_{wj} \mathrm{e}^{-\mathrm{i}wx} b_{wj}^{+} \right) \right]^2 \right\} \psi(x) \mathrm{d}^3 x$$

$$= \int \psi^{+}(x) \left(\frac{e^2 \hbar \pi}{mV} \right) \sum_{wjw'j'} \frac{1}{\sqrt{\omega_w \omega_{w'}}} \boldsymbol{e}_{wj} \cdot \boldsymbol{e}_{w'j'} \left[\mathrm{e}^{\mathrm{i}(w-w')x} b_{wj} b_{w'j'}^{+} + \mathrm{e}^{-\mathrm{i}(w-w')x} b_{wj}^{+} b_{w'j'} + \mathrm{e}^{\mathrm{i}(w+w')x} b_{wj} b_{w'j'} + \mathrm{e}^{-\mathrm{i}(w+w')x} b_{wj}^{+} b_{w'j'}^{+} \right] \psi(x) \mathrm{d}^3 x$$

$$= \int \mathrm{d}^3 x \psi^{+}(x) \psi(x) \hbar \sum_{wjw'} q_{ww'} \cdot \left[\mathrm{e}^{\mathrm{i}(w-w')x} b_{wj} b_{w'j}^{+} + \mathrm{e}^{-\mathrm{i}(w-w')x} b_{wj}^{+} b_{w'j} + \mathrm{e}^{\mathrm{i}(w+w')x} b_{wj} b_{w'j} + \mathrm{e}^{-\mathrm{i}(w+w')x} b_{wj}^{+} b_{w'j}^{+} \right], \tag{23}$$

其中

$$q_{ww'} = \frac{e^2 \pi}{mV} \frac{1}{\sqrt{\omega_w \omega_{w'}}}. \tag{24}$$

3 Schrödinger 量子场方程求解

现在求解如下量子化态的 Schrödinger 方程：

$$H_{\mathrm{tot}} \phi = E \phi. \tag{25}$$

求解(25)式可以获得关于系统的所有定态问题的信息. 但由于(25)式哈密顿量中既含有电子的产生、湮没算符 a_u^{+}, a_u，又含有光量子算符 b_{wj}^{+}, b_{wj}，严格的计算很困难，因此必须考虑适当的近似或采用合理简化的物理模型. 这里所关心的是电子系统在强光场作用下的运动变化，为了简化理论计算，将对电子而言舍弃二次量子化，并且采用通常的 Schrödinger 方程. 为此电子状态函数可取如下形式：

$$\phi = \int \cdots \int f(x_1, \cdots x_N; \{b_w^{+}\}) \psi^{+}(x_1) \cdots \psi^{+}(x_N) \cdot \phi_{0,\mathrm{el}} \mathrm{d}^3 x_1 \cdots \mathrm{d}^3 x_N, \tag{26}$$

其中 $\phi_{0,\mathrm{el}}$ 为电子的真空态；在 f 中的 $\{b_w^{+}\}$ 意味着 f 依赖所有 b_w^{+} 算符，

$$f = \frac{1}{\sqrt{V}} \mathrm{e}^{\mathrm{i}kx} u(x_1, x_2, \cdots, x_N; \{b_w^{+}\}) \phi_0, \tag{27}$$

其中 u 为算符 $\{b_w^{+}\}$ 的函数，它作用在光子场的基态 ϕ_0 上. 波函数 f 中的 k 为对应电子运动的平面波波矢. f 满足在组态空间的 Schrödinger 方程，得

$$\left\{ \sum_{n=1}^{N} \left[-\frac{\hbar^2}{2m} \Delta_n + V(x_n) + \sum_{i<j} \frac{e^2}{|x_n - x_m|} \right] + \sum_{wj} \hbar \omega_w b_{wj}^{+} b_{wj} + \hbar \sum_{n=1}^{N} \sum_{wj} g_w \left(\mathrm{e}^{\mathrm{i}wx_n} b_{wj} + \mathrm{e}^{-\mathrm{i}wx_n} b_{wj}^{+} \right) \frac{\hbar}{i} \nabla_j + \hbar \sum_{n=1}^{N} \sum_{ww'j} q_{ww'} \cdot \left[\mathrm{e}^{\mathrm{i}(w-w')x_n} b_{wj} b_{w'j}^{+} + \mathrm{e}^{-\mathrm{i}(w-w')x_n} b_{wj}^{+} b_{w'j} + \mathrm{e}^{\mathrm{i}(w+w')x_n} b_{wj} b_{w'j} + \mathrm{e}^{-\mathrm{i}(w+w')x_n} b_{wj}^{+} b_{w'j}^{+} \right] \right\} \cdot f(x_1, \cdots, x_N; \{b_\omega^{+}\}) = E f(x_1, \cdots, x_N; \{b_\omega^{+}\}). \tag{28}$$

在另一篇论文中将利用激子模型处理哈密顿量中既有光量子产生和湮没算符，又有电子的产生和湮没算符的复杂情况.

作为一级近似，电子与原子核和电子之间的库仑相互作用可用自洽平均场代替，并进而取有效质量近似，把电子裸质量改为有效质量，则上列复杂方程可简化为如下 Schrödinger 方程：

$$\left\{ -\frac{\hbar^2}{2m^*} \Delta + \hbar \sum_{wj} \omega_w b_{wj}^{+} b_{wj} + \hbar \sum_{wj} g_w \left(\mathrm{e}^{\mathrm{i}wx} b_{wj} + \mathrm{e}^{-\mathrm{i}wx} b_{wj}^{+} \right) \frac{\hbar}{i} \nabla_j + \hbar \sum_{ww'j} q_{ww'} \left[\mathrm{e}^{\mathrm{i}(w-w')x} b_{wj} b_{w'j}^{+} + \mathrm{e}^{-\mathrm{i}(w-w')x} b_{wj}^{+} b_{w'j} + \mathrm{e}^{\mathrm{i}(w+w')x} b_{wj} b_{w'j} + \mathrm{e}^{-\mathrm{i}(w+w')x} b_{wj}^{+} b_{w'j}^{+} \right] \right\} f = E f. \tag{29}$$

为求解(29)式，可以推广位移谐振子的相干态方法. 为此，设电子波-光场函数取如下的特殊形式——类似于 Lee-Low-Pines 表达式作为试探波函数：

$$f = \frac{1}{\sqrt{V}} \mathrm{e}^{\mathrm{i}kx} N \exp \left\{ \sum_{w} \beta_w b_w^{+} \mathrm{e}^{-\mathrm{i}wx} \right\} \phi_0, \tag{30}$$

其中 $N = \exp\left\{ -\frac{1}{2} \sum_{\omega} |\beta_\omega|^2 \right\}$ 为归一化因子；k 为描述电子运动的平面波波矢；V 为相应的归一化体积；ϕ_0 为光量子的真空态. 利用算子函数 $f(b^{+})$ 对

算子 b^+ 的微商公式：

$$bf(b^+)-f(b^+)b=\frac{\partial f(b^+)}{\partial b^+}=\sum_w \beta_w \mathrm{e}^{-\mathrm{i}wx}f. \tag{31}$$

计算(29)式,得

$$\Big[\frac{\hbar^2k^2}{2m^*}-\frac{\hbar^2k}{m^*}\sum_{wj}w\beta_w\mathrm{e}^{-\mathrm{i}wx}b^+_{wj}+\frac{\hbar^2}{2m^*}\sum_{ww'j}ww'\cdot\beta_w\beta_{w'}\mathrm{e}^{-\mathrm{i}(w+w')x}b^+_{wj}b^+_{w'j}+\frac{\hbar^2}{2m^*}\sum_{wj}w^2\beta_w\mathrm{e}^{-\mathrm{i}wx}b^+_{wj}\Big]$$
$$+\Big[\hbar\sum_{wj}\omega_w\beta_w\mathrm{e}^{-\mathrm{i}wx}b^+_{wj}\Big]+\Big[\hbar^2k\sum_w g_w\beta_w-\hbar^2\sum_{ww'j}w'\cdot g_w\beta_w\beta_{w'}\mathrm{e}^{-\mathrm{i}w'x}b^+_{w'j}+\hbar^2k\sum_{wj}g_w\mathrm{e}^{-\mathrm{i}wx}b^+_{wj}$$
$$-\hbar^2\sum_{ww'j}w'g_w\beta_{w'}\mathrm{e}^{-\mathrm{i}(w+w')x}b^+_{wj}b^+_{w'j}\Big]$$
$$+\Big[\hbar\sum_{ww'j}q_{ww'}\beta_w\mathrm{e}^{-\mathrm{i}w'x}b^+_{w'j}+\hbar\sum_{ww'j}q_{ww'}\beta_{w'}\mathrm{e}^{-\mathrm{i}wx}b^+_{wj}$$
$$+\hbar\sum_{ww'}q_{ww'}\beta_{w'}\beta_w+\hbar\sum_{ww'j}q_{ww'}\mathrm{e}^{-\mathrm{i}(w+w')x}b^+_{wj}b^+_{w'j}\Big]=E_k. \tag{32}$$

观察(32)式,要使等式成立,必须使 b^+,b^+b^+ 之前的系数为零,常数项等于 E_k,于是可列出以下三个等式：

$$\frac{\hbar^2k^2}{2m^*}+\hbar^2k\sum_w g_w\beta_w+\hbar\sum_{ww'}q_{ww'}\beta_{w'}\beta_w=E_k, \tag{33}$$

$$-\frac{\hbar^2k}{m^*}\sum_w w\beta_w+\frac{\hbar^2}{2m^*}\sum_w w^2\beta_w+\hbar\sum_w\omega_w\beta_w$$
$$+\hbar^2k\sum_w g_w+2\hbar\sum_{ww'}q_{ww'}\beta_{w'}-\hbar^2\sum_{ww'}wg_{w'}\beta_w\beta_{w}{}'=0, \tag{34}$$

$$\frac{\hbar^2}{2m^*}\sum_{ww'}ww'\beta_w\beta_{w'}-\hbar^2\sum_{ww'}w'g_w\beta_{w'}+\hbar\sum_{ww'}q_{ww'}=0. \tag{35}$$

整理(35)式,得 $\beta_w\beta_{w'}=\dfrac{\hbar^2w'g_w\beta_{w'}-\hbar q_{ww'}}{\dfrac{\hbar^2}{2m^*}ww'}$,代入(34)式,得

$$\beta_\omega=-\frac{\hbar^2kg_w+2m^*\hbar\sum\limits_{w'}\dfrac{1}{w'}g_{w'}q_{ww'}}{\dfrac{\hbar^2}{2m^*}w^2-\dfrac{\hbar^2k}{m^*}w+\hbar\omega_w-2m^*\hbar^2g_w\sum\limits_{w'}g_{w'}+2\hbar\sum\limits_{w'}q_{ww'}}. \tag{36}$$

将(36)式代入(33)式,得

$$E_k=\frac{\hbar^2k^2}{2m^*}+\sum_w\frac{-\Big(\hbar^2kg_w+2m^*\hbar\sum\limits_{w'}\dfrac{1}{w'}g_{w'}q_{w'w}\Big)^2}{\dfrac{\hbar^2}{2m^*}w^2-\dfrac{\hbar^2k}{m^*}w+\hbar\omega_w-2m^*\hbar^2g_w\sum\limits_{w'}g_{w'}+2\hbar\sum\limits_{w'}q_{ww'}}-2m^*\sum_{ww'}\frac{q^2_{ww'}}{ww'}$$
$$=\frac{\hbar^2k^2}{2m^*}-\frac{2\pi e^2\hbar\sqrt{\varepsilon}}{m^{*2}Vc}\sum_w\frac{\Big[\hbar k+\dfrac{2\pi e^2\sqrt{\varepsilon}}{Vc}\sum\limits_{w'}\dfrac{1}{w'^2}\Big]^2}{w\Big[\dfrac{\hbar^2}{2m^*}w^2+\Big(\dfrac{\hbar c}{\sqrt{\varepsilon}}-\dfrac{\hbar^2k}{m^*}\Big)w-\dfrac{2\pi e^2\hbar\sqrt{\varepsilon}}{m^*Vc}\dfrac{1}{\sqrt{|w|}}\sum\limits_{w'}\dfrac{1}{\sqrt{|w'|}}\Big]}$$
$$-\frac{2\pi^2e^4\varepsilon}{m^*V^2c^2}\sum_{ww'}\frac{1}{w^2w'^2}. \tag{37}$$

为了从能量表达式 E_k 求得电子自能和重整化电子有效质量,可把(37)式中的 w 的求和改为对 w 的积分,积分限从 $-\infty\rightarrow+\infty$. 考虑到各种固体激光器脉冲波形的高斯分布(只有在 $\lambda_1\rightarrow\lambda_2$ 波长范围内的光才对系统能量有很强的贡献,而在小于 λ_1 或大于 λ_2 的波长范围中,相对光强与 $\lambda_1\rightarrow\lambda_2$ 范围内的相对光强比小得多,因此可以忽略.)以及无穷限积分可能带来的发散效应,把积分限定为 $w_2\rightarrow w_1$.

$$E_k=\frac{\hbar^2k^2}{2m^*}\Big[1-\frac{e^2\sqrt{\varepsilon}}{c\hbar\pi^2}I(w_1,w_2)\Big]$$
$$-\frac{e^4\varepsilon}{m^*c^2}\frac{1}{(2\pi)^5}(w_1-w_2)^2\cdot\Big[1+\frac{e^2\sqrt{\varepsilon}}{c\hbar\pi}I(w_1,w_2)\Big]+O(k^4), \tag{38}$$

其中

$$I(w_1,w_2)=\int_{w_2}^{w_1}\frac{\mathrm{d}w}{w+\dfrac{2m^*c}{\hbar\sqrt{\varepsilon}}-\dfrac{e^2\sqrt{\varepsilon}}{\hbar c}\dfrac{1}{5\pi^2}\dfrac{1}{w\sqrt{|w|}}(w_1^{5/2}-w_2^{5/2})}, \tag{39}$$

自能

$$E_{k=0} = -\frac{e^4 \varepsilon}{m^* c^2} \frac{1}{(2\pi)^5} (w_1 - w_2)^2 \cdot \left[1 + \frac{e^2 \sqrt{\varepsilon}}{c\hbar\pi} I(w_1, w_2)\right], \quad (40)$$

重整质量

$$m^{**} = m^* \left[1 + \frac{e^2 \sqrt{\varepsilon}}{c\hbar\pi^2} I(w_1, w_2)\right]. \quad (41)$$

根据(40)和(41)式,对于具体的物理模型可以直接计算出电子自能和重整化电子有效质量.

4 讨 论

包含场算符的哈密顿算符(20)和(21)式与描述电子和晶格振动相互作用的哈密顿算符有着相似之处.不同点为:1)描述电子和晶格振动相互作用时哈密顿量中的产生、湮没算符指的是声子的.2)本文中的耦合常数是电子和光场的耦合常数,它与电子和晶格振动相互作用时的耦合常数有着完全不同的物理意义.3)电子和晶格振动相互作用时电子是在周期势场中运动,而这里的 $V(x)$ 完全是任意的.此外,对于电子波场参量 β_w 的表达式(36)和能量 E_k 表达式(37),如果略去哈密顿量中 A^2 项的贡献,则它们与电子-晶格振动系统中只考虑二级微扰的电子波场参量的表达式和能量表达式(见文献[6]中(35.12)和(35.13))在形式上非常相似.这种相似的物理根源是因为我们所研究的物理系统与电子-晶格振动系统两者都被考虑为费米子准粒子-振动玻色子系统,但显然这两类系统相互作用的物理意义是完全不同的.

以上理论推导结果表明,本文所用的基于自洽平均场和有效质量近似以及位移谐振子的相干态方法,对于形如(14)式的用平面波展开的光场矢势求解电子系统与强光场相互作用的 Schrödinger 方程是很方便可行的.由此可以求得电子在强光场中自能 $E_{k=0}$,并可求得重整化电子有效质量 m^{**}.对于具体的事例,可直接计算出它们的量值,并与实验进行比较.

衷心感谢中国科学院上海光学精密机械研究所强光光学开放实验室对本工作的有力支持,并感谢徐至展院士和李儒新博士研究员对本工作的指导和帮助.

[1] G. A. Mourou *et al.*, *Phys. Today*, **51**(1998),22;C. P. J. Barty, *Laser Focus World*, **32**(1996),93.

[2] M. Borghesi *et al.*, *Phys. Rev.*, **E57**(1998), R4899;H. R. Lange *et al.*, *Opt. Lett.*, **23**(1998),120;H. M. Milchberg *et al.*, *Phys. Plasmas*, **3**(1996),2149;T. R. Clark, H. M. Milchberg, *Phys. Rev. Lett.*, **78**(1997),2773;K. Krushelnick *et al.*, *Phys. Rev. Lett.*, **78**(1997),4047;S. X. Meng, *Progress in Physics*, **19**(1999),236(in Chinese)[孟绍贤,物理学进展, **19**(1999),236].

[3] P. Sprangle *et al.*, *Phys. Rev. Lett.*, **82**(1999),1173;P. Sprangle, E. Esarey, B. Hafizi, *Phys. Rev. Lett.*, **79**(1997),1046;*Phys. Rev.*, **E56**(1997),5894.

[4] E. Charron, A. Giusti-Suzor, F. H. Mies, *Phys. Rev. Lett.*, **75**(1995),2815;*J. Chem. Phys.*, **103**(1995),7359;A. Giusti-Suzor, F. H. Mies *et al.*, *J. Phys. B*:*At. Mol. Opt. Phys.*, **28**(1995),309.

[5] Dong-Sheng Guo, G. W. F. Drake, *Phys. Rev.*, **A45**(1992),6622.

[6] H. Haken, Quantum Field Theory of Solids (North-Holland Publishing Company, Amsterdam, New York, Oxford, 1976).

INTERACTION BETWEEN AN ELECTRONIC SYSTEM AND MULTIPHOTONS IN A STRONG LASER FIELD

MA JIN-YI QIU XI-JUN
(*Department of Physics*, *Shanghai University*, *Shanghai* 200436, *China*)
(Received 17 July 2000)

ABSTRACT

Under the framework of nonlinear quantum field theory, we show the total Hamiltonian operator H_{tot} for the interaction between an electron field and a photon field, and study the contribution of the nonlinear term A^2 in the strong laser field. In this paper, we describe electrons with the Schrödinger quantum wave field of Fermi-Dirac statistics. By applying "self-consistent mean field"; "effective mass" approximation and the displaced harmonic oscillator coherent theory, we derive the Lee-Low-Pines expression $f(b^+)$ of electron wave-photon field operator function. Then using the differential formula of $\frac{\partial f(b^+)}{\partial b^+}$, we derive some relevant calculating formulas, including detailed expressions of electron energy E_k and wave field parameter β_w. Furthermore, we also derive self-energy $E_{k=0}$ and renormalized mass m^{**} of electrons according to these expressions.

Keywords: strong laser field, multiphoton, nonlinear optics
PACC: 0437