

# 小波函数反馈法实现对强流束晕-混沌的有效控制\*

方锦清

(中国原子能科学研究院, 北京 102413)

高 远 翁甲强 罗晓曙

(广西师范大学物理与电子科学系, 桂林 541004)

陈关荣

(美国休斯顿大学电子与计算机工程系, 休斯顿 TX77204-4793 美国)

(2000 年 8 月 25 日收到; 2000 年 11 月 15 日收到修改稿)

提出小波函数反馈控制法, 分别实现了在四种不同的初始质子分布情形下对强流质子束的束晕-混沌的有效控制. 控制后束晕强度因子变为零, 束均方根半径、束横向动量平方和的平均值和相对平均发射度比控制前都减少至 1/2—1/3. 结果表明该方法十分有效, 具有应用前景.

关键词: 小波函数反馈法, 束晕-混沌, 强流质子束

PACC: 0545 A265J 2990

## 1 引 言

强流离子束有极其重要的应用, 而它的束晕-混沌现象已成为应用中最关键的问题之一<sup>[1-6]</sup>. 必须深入研究这类束晕-混沌的特性及其产生的物理机理, 以及对束晕-混沌的控制方法与新技术. 从混沌控制的策略出发<sup>[7-9]</sup>, 我们已经讨论了束晕-混沌产生的某些物理机理, 并提出了非线性反馈控制策略方法<sup>[1-3]</sup>, 实现了对束晕-混沌的初步控制. 然而, 束晕-混沌是极其复杂的时空混沌, 这个课题研究还刚刚开始. 本文提出了小波函数反馈控制法, 在 4 种不同初始质子束分布情形下都实现了对束晕-混沌的满意的控制. 而小波基也已应用于一般时间混沌的控制<sup>[10]</sup>.

根据文献 [1—3] 分析, 为了控制在周期性聚焦磁场通道中质子运动的束晕-混沌, 可以将反馈控制器  $G$  加到质子径向受力方程的右边, 则有

$$F_r = -q\nabla\phi(r, z) + G, \quad (1)$$

式中  $G$  为外部控制器,  $\phi$  为空间电位. 已经从理论和数值上都证明利用非线性反馈函数进行束晕-混沌控制的必要性与有效性<sup>[1-3]</sup>. 本文构造的小波函数反馈控制形式, 就是一种特殊的非线性函数. 数值

模拟结果将再次证明了我们的论断.

## 2 用于 4 种质子束分布的小波反馈函数形式和选择依据

提出作为控制用的小波函数形式为

$$f_{ab}(x) = -\frac{2}{a} [1 - (x - b)^2] e^{-(x-b)^2/a}, \quad (2)$$

式中伸缩参数  $a$  和平移参数  $b$  可以进行调整和选择, 以达到期望的控制效果.

选取小波函数作为控制器是因为它不仅具有很强的非线性逼近能力, 而且波形随  $|x|$  的增大而迅速减少, 具有良好的局域特征. 为简单起见, 这里只考虑  $b = 0$  情形, 则构造的小波函数反馈控制器为

$$G = gu = g[f_{ab}(r_{\text{rms}}) - f_{ab}(a_m)], \quad (3)$$

式中  $g$  为增益因子,  $r_{\text{rms}}$  为粒子束的均方根半径, 它作为反馈变量;  $a_m$  为束匹配半径, 它是欲实现的束晕-混沌的控制目标. 当  $r_{\text{rms}} \rightarrow a_m$  时, 则达到控制束晕-混沌的目的. 选择  $r_{\text{rms}}$  作为函数的反馈变量的主要根据在于: 第一,  $r_{\text{rms}}$  是束粒子半径的统计平均宏观量, 无论系统受控与否, 相比于粒子的最大半径  $r_{\text{max}}$  的剧烈振荡,  $r_{\text{rms}}$  的变化要平稳得多. 要使大量粒子的横向半径限制在所允许某个稳定的范围内,

\* 国家自然科学基金(批准号: 19875080)资助的课题.

首先要使粒子的统计平均量(如均方根半径  $r_{rms}$ ) 趋于一个所允许的稳定的变化范围,或近似的稳定状态.第二,由于束晕-混沌是一种特殊的时空混沌,对外界的干扰(包括不匹配因子,电磁干扰等等)极为敏感.因此,企图用一个对外界变化振动幅度不大的  $r_{rms}$  理应有较强的抗干扰性,这样去控制束晕-混沌可以降低受控系统对外界的敏感程度,从而提高受控系统的稳定性.第三,强流质子束在周期性聚焦磁场通道中的空间电荷效应与失匹配等复杂因素的非线性相互作用,导致质子分布函数随时空不断地变化.因此,采用了网格中多粒子模拟(PIC程序)研究束晕-混沌的统计特性.

### 3 束晕-混沌的控制主要结果与讨论

设计了4种不同的参数  $a$  对应的小波反馈函

数,都有效地实现了对强流质子束的束晕-混沌的控制.在模拟中采用50 000粒子,主要的参数如下:调谐衰减因子  $\eta = 0.8$ ,失匹配因子  $M = 2$ ,相移  $\sigma_0 = 115^\circ$ ,于是,算得束匹配半径  $a_m = 0.7891642$ ,导流系数  $k = 0.9032079$ .应用4种不同的上述小波反馈函数控制束晕-混沌的主要结果概述如下.

#### 3.1 束晕-混沌特性控制前后的变化

根据(2)和(3)式设计好了4种不同参数的小波函数反馈控制器,对质子束在每周期聚焦磁场通道中的运动进行连续控制.表1给出不同小波函数反馈控制前后束晕-混沌特性的变化.表1中符号  $P_{av}^2$  表示横向截面上的动量平方和的平均值,由于对称性  $x$  向和  $y$  向的相对平均发射度(这里是与初始发射度的比值)  $\epsilon_x$  和  $\epsilon_y$  两者基本相同,只取其一.

表1 不同小波函数反馈控制前后束晕特性的变化(小波控制器固定参数  $b = 0, g = 9.5$ )

初始质子分布形式	小波函数的参数 $a$	$H$ 控制前/后	$r_{max}/a_m$ 控制前/后	$\epsilon_x$ 或 $\epsilon_y$ 控制前/后	$P_{av}^2$ 控制前/后	简单评论
KV 分布*	2.8	0.29/0.00	5.20/2.00	2.84/1.00	3.63/1.31	很好
	2.0—2.6	0.43/0.00	5.20/2.10	2.88/1.00	3.62/1.31	更好
3- $\sigma$ Gauss 分布	2.0	0.28/0.00	4.32/1.31	2.89/1.11	3.09/1.61	很好
完全 Gauss 分布	0.7	0.31/0.00	4.95/1.40	2.91/1.04	3.68/2.94	很好
水袋分布	2.0—2.6	0.298/0.0	4.24/2.00	2.87/1.25	2.58/1.40	很好

\* KV 为 Kapchinsky-Vladimirsky 缩写.

从表1可见:

(1)束晕强度因子  $H$  是束晕-混沌控制效果的一种定量测度,它被定义为在束包络半径  $r_b = 1.75r_0(0)$  以外的粒子数目与参与模拟的所有粒子之比,显然,  $H$  越小,控制效果越好;  $H \rightarrow 0$ , 则达到对束晕的完全控制,反之则越差.从表1看到,几种小波函数反馈控制都可以十分有效地减小束晕强度因子  $H$ ,在经过1000周期控制后,  $H$  均变为零,几乎达到了对束晕的完全控制.

(2)质子在横向截面上的动量平方和的平均值  $P_{av}^2$  (相当于横向能量)控制后被减少到  $1/2$  至  $1/3$ , 即质子在横向能量被大大减少了.因此,控制后横向质子散射半径就大大地减少了,  $r_{max}/a_m$  在控制后 ( $P = 1000$  处)比控制前也被压缩到  $1/2$  至  $1/3$ . 这表明方程(1)中采取的控制策略,符合最小能量控制原理<sup>[11]</sup>,对横向质子受力进行控制目的是以减少横向质子的能量,抑制横向质子散射,这正是束晕-混

沌产生的主要机理.因此,小波非线性控制能够很好地达到对束晕-混沌的稳定控制效果.

(3)质子束的相对平均发射度,不论  $x$  向,还是  $y$  向,控制后都大大减少了,在控制后 ( $P = 1000$  处)比控制前也被减少  $1/2$  强.

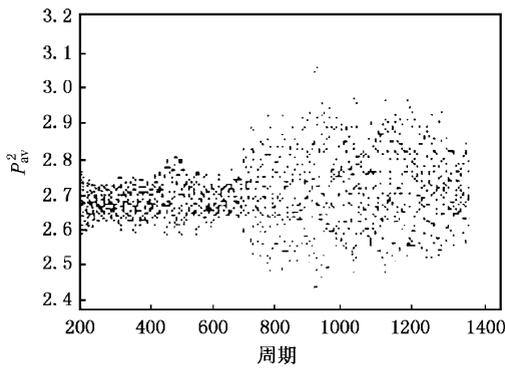
(4)所有的束晕-混沌特性的统计平均量控制后都达到很好的状态.

#### 3.2 控制前后质子束统计平均量变化的比较

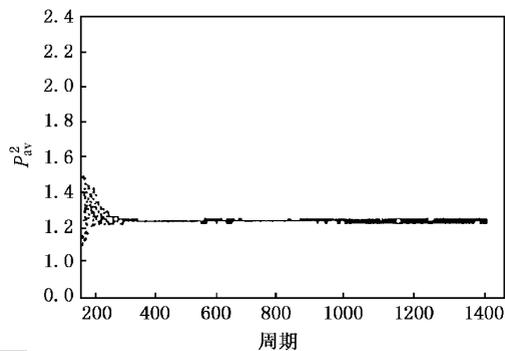
这里只给出在KV质子束分布下小波函数反馈控制前后的有关统计平均量的比较,进一步显示了经控制后,束晕-混沌特性的所有的统计平均量都得到了全面的改善,达到十分理想的结果.而其他质子束分布情形下受控的详细结果将另文发表.

1)质子束横向动量平方和的平均值变化的比较

图1(a)和(b)分别示出对于初始质子束满足KV分布时,在小波反馈控制器控制前后,质子束横向动量平方和的平均值  $P_{av}^2$  变化的比较.



(a) 控制前



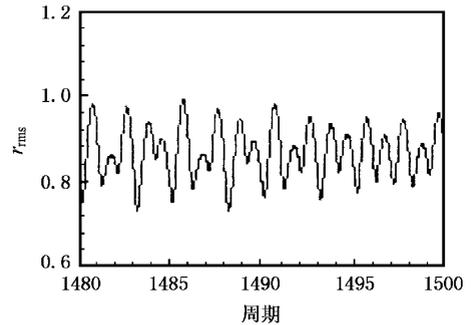
(b) 控制后

图1 对于初始质子束KV分布情形,应用小波函数反馈控制前后质子束横向动量平方和的平均值  $P_{av}^2$  变化的比较

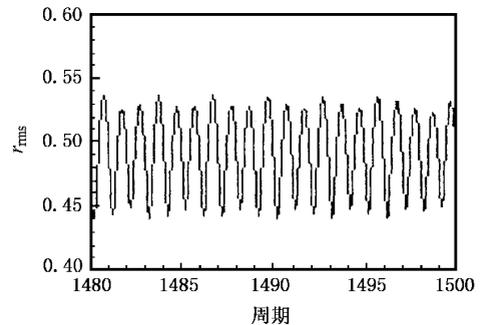
从图1可见,控制前质子横向动量平方和的平均值  $P_{av}^2$  不仅数值很大,而且无规涨落,说明粒子处于混沌和横向杂乱散射状态.但是经过小波函数反馈控制后,  $P_{av}^2$  立即大幅度下降,并达到比较恒定的变化,这说明加在(1)式质子径向的小波控制器  $G$  很好地抑制了强流电荷空间排斥效应,从而粒子混沌和横向杂乱散射状态得到了有效的控制.

2) 质子束均方根半径变化的比较 图2示出对于KV分布情形,应用小波反馈控制器,质子束均方根半径  $r_{rms}$  控制前与控制后变化的比较.

从图2可见,控制前质子均方根半径  $r_{rms}$  的变化处于混沌状态,并且幅度变化很大,完全无规.但是经过小波函数反馈控制后,质子均方根半径的变化几乎呈周期震荡,而且震荡幅度大大变小了.这表明,质子均方根半径随周期聚焦通道的变化从统计上达到比较平稳准周期震荡状态.本文及文献[12]利用质子束均方根半径作为小波函数的变量,使质子束均方根半径趋向束匹配半径,这个控制思想和目标在这里得到了体现.这也正是我们选择的小波函数反馈控制的优越性所在.



(a) 控制前



(b) 控制后

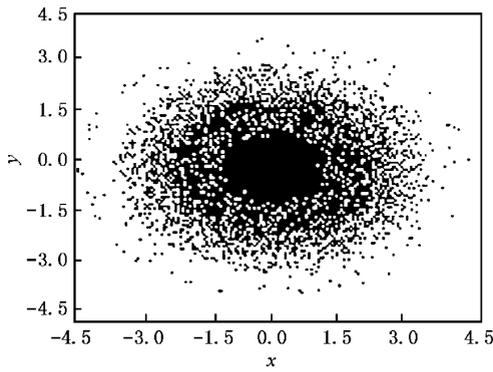
图2 对于初始质子束KV分布情形,应用小波反馈控制器控制前后,质子束均方根半径  $r_{rms}$  演化的比较

同时,质子束平均最大半径控制前变化相当激烈,处于混沌状态.但是经过小波函数反馈控制后,虽然质子束平均最大半径的震荡还是有点无规状态,但是震荡幅度大大变小了,并趋于恒定.从统计上分析,整个束包络半径都得到了有效的控制.

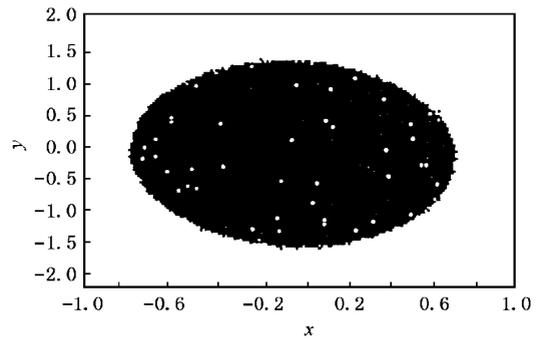
### 3.3 控制前后束晕-混沌相图的比较

分别研究了在四种质子初始分布函数下,通过周期聚焦通道经小波反馈控制后最终相图都达到与控制前的分布几乎一样的结果,其中以对于初始质子具有KV分布函数情形被控制得最好,控制前后相图的比较,如图3所示.

比较图3可见,它们的相图面积控制前后在周期  $P=1200$  处分别被压缩到十分之一.相图分布与初始质子分布函数一样,达到了完全控制束晕现象.参数  $a$  取值有一定的范围,例如  $a \in (2.0, 2.6)$ ,束晕强度因子在控制后很快趋于零.这个控制结果比文献[3]中应用的控制器,例如  $G = -0.15 \sin(r_{max} - a_m)$  等形式控制效果更好.并且用同一个小波反馈控制器可同时实现对4种质子分布下束晕-混沌运动的有效控制.由于小波技术发展已比较成熟,这



(a) 控制前



(b) 控制后

图3 对于KV质子分布情形,质子束控制前后在周期 $P=1200$ 截面上的束晕-混沌的比较

对开展实验研究及设计均有一定的指导意义。

本文再次证实了非线性反馈控制方法对束晕-

混沌控制的有效性及其应用可能性。

- [1] J. Q. Fang, *Ziran Zazhi*, **22**(2000), 63 [in Chinese] 方锦清, *自然杂志*, **22**(2000), 63.
- [2] J. Q. Fang, G. R. Chen, *High Power Laser and Particle Beams*, **12**(2000), 647 [in Chinese] 方锦清、陈关荣, *强激光与粒子束*, **12**(2000), 647.
- [3] J. Q. Fang, G. R. Chen, L. L. Zhou, J. J. Huang, *Progress in Nature Science*, **11**(2000), 6 [both in English and Chinese] 方锦清、陈关荣、周刘来、黄继杰, *自然科学进展*, **11**(2000), 113.
- [4] Editor S. Y. Lee, *Space Charge Dominated Beams and Applications of High Brightness Beams* (AIP Press, Woodbury, New York, 1996).
- [5] R. L. Gluckstern, A. V. Fedotov, S. S. Kurennoy *et al.*, *Phys. Rev.*, **E58**(1998), A977.
- [6] F. T. S. Wang, *Phys. Rev.*, **E61**(1999), 855.
- [7] J. Q. Fang, *Progress in Physics*, **16**(1996), 137. (in Chinese)

[方锦清, *物理学进展*, **16**(1996), 137].

- [8] J. Q. Fang, Y. G. Hong, G. Chen, *Phys. Rev.*, **E59**(1999), R2523.
- [9] J. Q. Fang, M. K. Ali, Control and Synchronization of Spatiotemporal Chaos, in: G. Chen eds., *Controlling Chaos and Bifurcation in Engineering Systems* (CRC Press, New York, 1999), pp. 107–130.
- [10] Z. Y. Wang, Y. L. Cai, D. Jia, *Acta Physica Sinica*, **48**(1999), 206 [in Chinese] 王忠勇、蔡远利、贾冬, *物理学报*, **48**(1999), 206.
- [11] X. S. Luo, J. Q. Fang, L. H. Wang *et al.*, *Acta Physica Sinica (Overseas Edition)*, **8**(1999), 895.
- [12] J. Q. Fang *et al.*, *Ziran Zazhi*, **22**(2000), 368 [in Chinese] 方锦清等, *自然杂志*, **22**(2000), 368.

# CONTROLLING BEAM HALO-CHAOS USING WAVELET FUNCTION FEEDBACK METHOD\*

FANG JIN-QING

(*China Institute of Atomic Energy ,Beijing 102413 , China*)

GAO YUAN WENG JIA-QIANG LUO XIAO-SHU

(*Department of Physics and Electronic Science ,Guangxi Normal University ,Guilin 541004 ,China*)

CHEN GUAN-RONG

(*Department of Electrical and Computer Engineering ,University of Houston ,Houston ,Texas 77204 - 4793 ,USA*)

(Received 25 August 2000 ; revised manuscript received 15 November 2000)

## ABSTRACT

The wavelet function feedback method is proposed for controlling beam halo-chaos for high intensity proton beam in a periodic-focusing channel. After control for four different primary proton distributions ,the halo intensity factor become zero ,other statistical physical quantities ( such as  $r_{\text{rms}}$  and  $P_{\text{av}}^2$  ) and relative average emittances are more than doubly reduced. Simulation results show that the method is very effective and has its prospect for application.

**Keywords** : feedback control with wavelet function ,beam halo-chaos ,high-intensity proton beam

**PACC** : 0545 , 4265J , 2990

---

\* Project supported by the National Natural Science Foundation of China ( Grant No. 19875080 ).