

# 连续时间耦合系统中时空混沌的自适应模糊控制\*

薛月菊 冯汝鹏

(哈尔滨工业大学惯导中心 哈尔滨 150001)

(2000 年 6 月 25 日收到 2000 年 9 月 9 日收到修改稿)

对模型未知的子系统是多维的连续时间耦合系统的时空混沌提出了自适应模糊控制方法,该方法综合了自适应模糊系统的逼近能力和滑模控制鲁棒性强的优点,并用 Lyapunov 方法证明了该方法的稳定性.对模型未知的连续时间耦合 Duffing 振子时空混沌控制进行了仿真研究,仿真结果证明了所提方法的有效性.

关键词:时空混沌,自适应模糊控制,滑模控制

PACC: 0545, 4752

## 1 引 言

随着对混沌控制研究不断深入,对更为复杂的混沌系统控制,如时空混沌、超混沌的控制问题开始引起人们的兴趣.有关超混沌控制的研究结果有所报道<sup>[1]</sup>,而对时空混沌控制的研究则刚刚开始,公开报道较少.耦合系统时空混沌是由大量子系统耦合而成的表现出混沌行为的复杂系统产生的.时空混沌不仅在时间上表现为混沌行为,而且在系统长时间发展后,空间广延上也表现出混沌行为.过去人们认为:要完全描述空间动态特性,必须用偏微分方程组,而近年来发现有些简单离散空间模型也展现出时空混沌.一些时空混沌的偏微分方程,能严格等价于有限的但是高维的常微分方程组,这为时空混沌的控制打下了理论基础<sup>[2]</sup>.汪小帆等人<sup>[3]</sup>对子系统是一维的离散的 Logistic 时空混沌进行了神经网络控制,但它只局限于子系统为一维的、离散的耦合时空混沌,对子系统是多维的、连续的耦合时空混沌情况就无法控制.对此类时空混沌控制问题,至今还没有很好解决.在控制时空混沌时,建立精确的数学模型是比较困难或不可能的.为此,本文提出了一类模型未知的连续时间耦合系统时空混沌自适应模糊控制方法.该方法结合了自适应模糊逻辑系统的逼近能力和滑模控制能克服模型逼近误差及克服外界干扰的优点,并用 Lyapunov 方法证明了所提方法的

稳定性.利用该方法对连续时间的、模型未知的耦合 Duffing 振子时空混沌进行了控制仿真研究,仿真结果证实了所提方法的有效性.

## 2 非线性系统的模糊滑模控制器设计

考虑由  $m$  个子系统组成的非线性系统

$$\begin{aligned} \dot{x}_i &= f_i(x) + g_i(x_i)u_i, \\ y_i &= h_i(x), \quad i = 1, \dots, m, \end{aligned} \quad (1)$$

其中  $x_i \in R^{n_i}$  ( $n_1 + \dots + n_m = n$ ) 是第  $i$  个子系统的状态向量,  $u_i$  是输入,  $y_i$  是输出, 非线性函数  $f_i, g_i \in R^{n_i}, h_i \in R$  是光滑的, 且状态  $x_i \in R^{n_i}$ , 输出  $y_i$  可测量. 控制任务为求一反馈控制率使系统输出  $y_i$  跟踪有界参考信号  $y_{di}$ . 也就是寻找控制率使跟踪误差  $e_i = y_i - y_{di}$  收敛于某一小的零域内.

若非线性系统(1)式具有向量相对阶  $\rho_1, \dots, \rho_m$ , 对系统(1)式输入-输出线性化, 得<sup>[4]</sup>

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} y_1^{(\rho_1)} \\ \vdots \\ y_m^{(\rho_m)} \end{bmatrix} &= A(x) + B(x) \begin{bmatrix} u_1 \\ \vdots \\ u_m \end{bmatrix}, \quad (2) \\ A(x) &= \begin{bmatrix} L_{f_1}^{\rho_1} h_1(x) \\ \vdots \\ L_{f_m}^{\rho_m} h_m(x) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_1(x) \\ \vdots \\ a_m(x) \end{bmatrix}, \end{aligned}$$

其中

\* 黑龙江省自然科学基金(批准号: F9811)资助的课题.

$$B(x) = \begin{bmatrix} L_{g_1} L_{f_1}^{\rho_1-1} h_1(x) & 0 \dots & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & 0 \dots & L_{g_m} L_{f_m}^{\rho_m-1} h_m(x) \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} b_1(x) & 0 \dots & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & 0 \dots & b_m(x) \end{bmatrix}.$$

假设 1 相对阶  $\rho_1 + \dots + \rho_m \leq n$ , 当  $\rho_1 + \dots + \rho_m < n$ , 系统 (2) 式具有稳定的零动态子系统.

假设 2 对任意  $x \in R^n$ ,  $B(x)$  非奇异, 且  $b_i(x) \geq b_{i0}$ ,  $b_{i0}$  为正常数.

如果  $f_i, g_i, h_i$  已知, 则  $A(x), B(x)$  已知, 控制率为

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ \vdots \\ u_m \end{bmatrix} = B^{-1}(x) \left\{ - \begin{bmatrix} a_1(x) \\ \vdots \\ a_m(x) \end{bmatrix} + u_d - K \operatorname{sgr}(S) \right\}, \quad (3)$$

其中

$$u_d = \begin{bmatrix} u_{d1} \\ \vdots \\ u_{dm} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_{d1}^{(\rho_1)} \\ \vdots \\ y_{dm}^{(\rho_m)} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^{\rho_1-1} c_{1i} e_1^{(\rho_1-i)} \\ \vdots \\ \sum_{i=1}^{\rho_m-1} c_{mi} e_m^{(\rho_m-i)} \end{bmatrix}, \quad (4)$$

常数  $c_{ij}$  ( $j = 1, \dots, \rho_i$ ) 使多项式  $H_i(\lambda) = \lambda^{\rho_i} + c_{i1}\lambda^{(\rho_i-1)} + \dots + c_{i\rho_i}$  ( $i = 1, \dots, m$ ) 为 Hurwitz 多项式,  $K = [k_1 \dots k_m]^T$  为符号函数增益,  $S$  为滑模向量,  $S \in R^m$ :  $S = 0$ ,

$$S = \begin{bmatrix} s_1 \\ \vdots \\ s_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e_1^{(\rho_1-1)} + \sum_{i=1}^{\rho_1-1} c_{1i} e_1^{(\rho_1-i-1)} \\ \vdots \\ e_m^{(\rho_m-1)} + \sum_{i=1}^{\rho_m-1} c_{mi} e_m^{(\rho_m-i-1)} \end{bmatrix}. \quad (5)$$

本文考虑  $f_i, g_i$  未知,  $h_i$  已知, 即  $A(x), B(x)$  未知, 也就是  $a_i(x), b_i(x)$  ( $i = 1, \dots, m$ ) 未知的情况, 就难以实现控制率 (3) 式, 因此, 构造模糊逻辑系统<sup>[5]</sup>来逼近未知函数  $a_i(x), b_i(x)$ .

$$a_i(x) = \hat{a}_i(x | \theta_{1i}^*) + \omega_{1i}^* = \theta_{1i}^{*T} p_i(x) + \omega_{1i}^*,$$

$$\hat{a}_i(x) = \hat{a}_i(x | \hat{\theta}_{1i}) + \tilde{\omega}_{1i} = \hat{\theta}_{1i}^T p_i(x) + \tilde{\omega}_{1i}, \quad (6)$$

$$b_i(x) = \hat{b}_i(x | \theta_{2i}^*) + \omega_{2i}^* = \theta_{2i}^{*T} p_i(x) + \omega_{2i}^*,$$

$$\hat{b}_i(x) = \hat{b}_i(x | \hat{\theta}_{2i}) + \tilde{\omega}_{2i} = \hat{\theta}_{2i}^T p_i(x) + \tilde{\omega}_{2i}, \quad (7)$$

其中  $\theta_{1i}^*, \theta_{2i}^*$  和  $\omega_{1i}^*, \omega_{2i}^*$  分别是最优参数向量和最优误差值,  $\hat{\theta}_{1i}, \hat{\theta}_{2i}$  和  $\tilde{\omega}_{1i}, \tilde{\omega}_{2i}$  分别是估计参数向量和估计误差值. 定义

$$a_i(x) - \hat{a}_i(x) + (b_i(x) - \hat{b}_i(x)) u_i$$

$$= (-\tilde{\theta}_{1i}^T p_i(x) - \tilde{\omega}) (-\tilde{\theta}_{2i}^T p_i(x) - \tilde{\omega}) u_i$$

$$= -\tilde{\Theta}_i^T P_i - \tilde{\omega}_i, \quad (8)$$

其中  $\tilde{\theta}_{1i} = \hat{\theta}_{1i} - \theta_{1i}^*, \tilde{\theta}_{2i} = \hat{\theta}_{2i} - \theta_{2i}^*, \tilde{\Theta}_i^T = [\tilde{\theta}_{1i}^T, \tilde{\theta}_{2i}^T]$ ,  $P_i = [1 u_i]^T p_i(x)$ ,  $\tilde{\omega}_{1i} = \tilde{\omega}_{1i} - \omega_{1i}^*, \tilde{\omega}_{2i} = \tilde{\omega}_{2i} - \omega_{2i}^*, \tilde{\omega}_i = [\tilde{\omega}_{1i}, \tilde{\omega}_{2i}]^T [1 u_i]^T$ . 参数向量和误差值的调节率分别为

$$\dot{\hat{\theta}}_{1i} = \beta_1 p_i(x) s_i, \quad \dot{\hat{\theta}}_{2i} = \beta_1 p_i(x) u_i s_i, \quad (9)$$

$$\dot{\tilde{\omega}}_{1i} = \beta_2 s_i, \quad \dot{\tilde{\omega}}_{2i} = \beta_2 u_i s_i, \quad (10)$$

其中调节因子  $\beta_1, \beta_2$  是正常数.

假设 3 对任意  $x \in R^n$  存在已知函数  $F_i(x), G_i(x)$  满足

$$|a_i(x) - \hat{a}_i(x)| \leq F_i(x),$$

$$|[b_i(x) - \hat{b}_i(x)] u_i| \leq G_i(x), \quad (11)$$

则控制率为

$$u = \hat{B}^{-1}(x) \left\{ -\hat{A}(x) + u_d - K \operatorname{sgr}(S) \right\}. \quad (12)$$

对  $S$  求导得

$$\dot{A} = A(x) + B(x)u - u_d$$

$$= A(x) + [B(x) + \hat{B}(x) - \hat{B}(x)]$$

$$\cdot [ \hat{B}^{-1}(x) \{ -\hat{A}(x) + u_d - K \operatorname{sgr}(S) \} ] - u_d$$

$$= [A(x) - \hat{A}(x)] + [B(x) - \hat{B}(x)]u$$

$$- K \operatorname{sgr}(S),$$

则

$$\dot{s}_i = a_i(x) - \hat{a}_i(x) + [b_i(x) - \hat{b}_i(x)] u_i$$

$$- k_i \operatorname{sgr}(s_i). \quad (13)$$

定理 假设 1—3 成立, 对系统 (1) 式应用控制率 (12) 式, 参数向量、误差调节率分别为 (9) 和 (10) 式, 符号函数增益为  $k_i = [F_i(x) + G_i(x)] / b_{i0}$ , 则全局稳定, 且系统跟踪误差渐近收敛于零.

证明 取 Lyapunov 函数  $V(t) = V_1(t) + \dots + V_m(t)$ , 其中第  $i$  个子系统的 Lyapunov 函数为

$$V_i(t) = \frac{1}{2} s_i^2 + \frac{1}{2\beta_1} \tilde{\theta}_i^T \tilde{\theta}_i + \frac{1}{2\beta_2} (\tilde{w}_{1i}^T \tilde{w}_{1i} + \tilde{w}_{2i}^T \tilde{w}_{2i}),$$

对  $V_i$  求导, 则

$$\begin{aligned} \dot{V}_i(t) &= s_i \dot{s}_i + \frac{1}{\beta_1} \tilde{\theta}_i^T \dot{\tilde{\theta}}_i + \frac{1}{\beta_2} \tilde{w}_{1i}^T \dot{\tilde{w}}_{1i} + \frac{1}{\beta_2} \tilde{w}_{2i}^T \dot{\tilde{w}}_{2i} \\ &= s_i [a_i(\mathbf{x}) - \hat{a}_i(\mathbf{x}) + (b_i(\mathbf{x}) - \hat{b}_i(\mathbf{x}))u_i - k_i \text{sgn}(s_i)] \\ &\quad + \frac{1}{\beta_1} \tilde{\theta}_i^T \dot{\tilde{\theta}}_i + \frac{1}{\beta_2} \tilde{w}_{1i}^T \dot{\tilde{w}}_{1i} + \frac{1}{\beta_2} \tilde{w}_{2i}^T \dot{\tilde{w}}_{2i} \\ &= -\tilde{\theta}_{1i}^T (p_i(\mathbf{x})s_i - \frac{1}{\beta_1} \dot{\tilde{\theta}}_{1i}) - \tilde{w}_{1i} \left( s_i - \frac{1}{\beta_2} \dot{\tilde{w}}_{1i} \right) \\ &\quad + \left\{ -\tilde{\theta}_{2i}^T \left[ p_i(\mathbf{x})u_i s_i - \frac{1}{\beta_1} \dot{\tilde{\theta}}_{2i} \right] - \tilde{w}_{2i} \left( u_i s_i - \frac{1}{\beta_2} \dot{\tilde{w}}_{2i} \right) \right\} - k_i |s_i| \\ &\leq 0, \end{aligned} \quad (14)$$

所以  $V(t) < 0$ , 定理成立.

以上讨论  $f, g$  都未知的情况. 当  $f$  未知、 $g$  已知时只是上述情况的一种特例,  $A(\mathbf{x})$  与上种情况相同,  $B(\mathbf{x})$  的表达式如下:

$$B(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} \frac{\partial L_{f_1}^{\rho_1 - 1} h_1(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} g_1 & 0 \dots & 0 \\ & \ddots & \dots \\ 0 & 0 \dots & \frac{\partial L_{f_m}^{\rho_m - 1} h_m(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} g_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1(\mathbf{x}) & 0 \dots & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & 0 \dots & b_m(\mathbf{x}) \end{bmatrix}.$$

由于  $f$  未知, 虽然  $g$  已知,  $A(\mathbf{x})$  和  $B(\mathbf{x})$  仍未知, 与  $f, g$  都未知的情况控制方法基本相同, 也用(15)式进行控制.

注1: 一些具有系统(1)式形式的非线性系统表现出混沌行为, 甚至时空混沌行为, 如光子-玻色子元耦合激光系统<sup>[6]</sup>、耦合 Duffing 振子时空混沌<sup>[7]</sup>等.

注2: 为了消除颤动, 往往以下列控制率代替(12)式:

$$u = \hat{B}^{-1}(\mathbf{x} - \hat{A}(\mathbf{x}) + u_d - K \text{sa}(S/\phi)), \quad (15)$$

其中  $\phi$  是边界宽度, 饱和函数

$$\text{sa}(S/\phi) = \begin{cases} -1, & S/\phi < -1, \\ S/\phi, & |S/\phi| \leq 1, \\ 1, & S/\phi > 1. \end{cases}$$

### 3 耦合 Duffing 振子时空混沌的控制仿真研究

描述受迫非线性波传播的一维偏微分方程<sup>[7]</sup>

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} = -\gamma \frac{\partial \Phi}{\partial t} - \delta_1 \Phi^3 + \delta_2 \Phi + \delta \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} + \eta \sin(\omega t), \quad (16)$$

其中  $\delta_1, \delta_2$  是空间的无限延展的扩散系数,  $\gamma$  是介质阻尼,  $\Phi = \Phi(z, t)$  是介质的局部位置,  $\delta$  是与波的群速有关的物理量,  $\eta, \omega$  是外力的增益、频率, 上述偏微分方程的数值解可用一维空间离散化的常微分方程代替,  $z \rightarrow i, \Phi(z, t) \rightarrow x^i(t), \partial^2/\partial z^2 \rightarrow D_2 = x^{i+1} - 2x^i + x^{i-1}$ ,  $i$  是代表不同空间各元素,  $x_1^i$  代表第  $i$  个位置,  $D_2$  是二阶差分运算符. 可得到下列耦合 Duffing 振子的常微分方程组:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1^i &= x_2^i, \\ \dot{x}_2^i &= -\gamma x_2^i - \delta_1 [x_1^i(t)]^3 + \delta_2 x_1^i(t) + \eta \sin(\omega t) \\ &\quad + \delta [x_1^{i+1}(t) - 2x_1^i(t) + x_1^{i-1}(t)], \quad (17) \\ i &= 1, \dots, N, \end{aligned}$$

其中状态  $x_1^i, x_2^i$  分别是第  $i$  个子系统的位移和速度,  $\delta$  是各子系统间的耦合强度. 当  $\gamma=1, \delta_1=100, \delta_2=10, \eta=1, \omega=3.5, N=10$  随耦合强度  $\delta(0 < \delta < 20)$  不同, 耦合 Duffing 振子不仅对状态初始条件敏感, 而且对参数变化也非常敏感, 表现出极为丰富非线性特性: 混沌、周期、准周期态等. 在此讨论  $\delta=7$  的情况, 此时耦合系统表现出复杂的时空混沌,  $x_1^2, x_1^4, x_1^6, x_1^8, x_1^{10}$  分别如图 1 所示. 当对耦合系统施加控制时,

$$\begin{aligned} \dot{x}_1^i &= x_2^i, \\ \dot{x}_2^i &= f_i(x_1^{i-1}, x_1^i, x_2^i, x_1^{i+1}) + u_i, \quad (18) \\ i &= 1, \dots, 10, \end{aligned}$$

其中  $f_i(x_1^{i-1}, x_1^i, x_2^i, x_1^{i+1}) = -\gamma x_2^i - \delta_1 [x_1^i(t)]^3 + \delta_2 x_1^i(t) + \eta \sin(\omega t) + \delta [x_1^{i+1}(t) - 2x_1^i(t) + x_1^{i-1}(t)]$  (18) 式即为定理中函数  $g_i(x_i)$  为常数向

量的简单情况. 本文讨论系统阶数已知, 状态可测量, 而非线性函数  $f_i(x_1^{i-1}, x_1^i, x_2^i, x_1^{i+1})$  未知的情况下时空混沌的控制问题, 即消除混沌的问题.

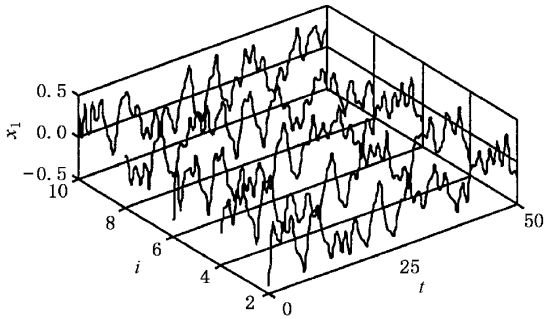


图1 Duffing 振子时空混沌

设计控制器时, 取输出  $y_i = x_1^i, \dot{y}_i = x_2^i$ , 如果对所有的子系统都施加控制, 各受控系统相对界为 2. 根据(2)式得  $A(x) = [f_1, \dots, f_{10}]^T, B(x) = I_{10 \times 10}$  (为  $10 \times 10$  的单位阵), 由于  $f_i (i = 1, \dots, 10)$  未知, 则  $u = -\hat{A}(x) + u_d - K \text{sat}(S/\phi), \hat{A}(x) = [\hat{f}_1, \dots, \hat{f}_{10}]^T$ , 即用模糊逻辑系统  $\hat{f}_i$  来逼近  $f_i$ . 取  $s_i = (x_1^i - y_{id}) + (x_2^i - \dot{y}_{id})$ , 控制率  $u_i = \hat{f}_i + u_{di} - k_i \text{sat}(s_i/\phi)$ , 模糊逻辑系统  $\hat{f}_i$  的输入为  $x_1^i, x_2^i, x_1^{i-1}, x_1^{i+1}, x_2^i$  分别取 5 个模糊子集,  $x_1^{i-1}, x_1^{i+1}$  分别取 2 个模糊子集, 共需 100 条模糊规则来逼近  $f_i(x_1^{i-1}, x_1^i, x_2^i, x_1^{i+1}, t), \beta_1 = 1.2, \beta_2 = 0.5, \phi = 0.05, k_i = 3$ . 因耦合时空混沌子系统多, 要消除混沌, 可以在某些子系统上施加控制(施加控制的子系统是将其稳化到原点(0,0)), 而另一部分子系统不加控制. 当对偶数子系统进行控制时, 受控系统被稳化到原点, 未施加控制的奇数子系统呈周期 1, 如图 2 所示. 当  $t = 15\text{s}$  时, 对所有的子系统均施加控制, 整个系统被稳化到原点的响应, 如图 3 所示.

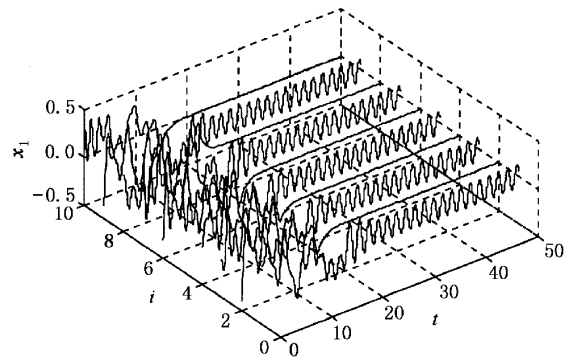


图2 只对偶数的子系统施加控制

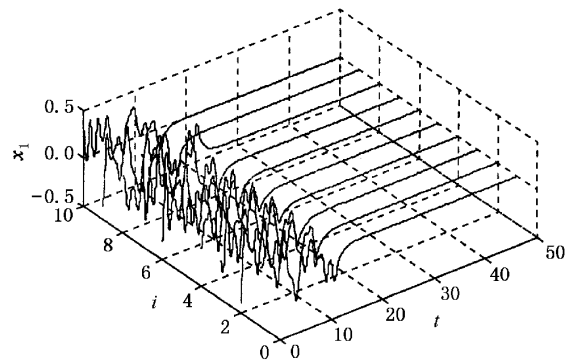


图3 所有子系统施加控制

## 4 结 论

本文对模型未知的子系统是多维的连续的耦合时空混沌, 提出了自适应模糊控制方法. 利用 Lyapunov 方法证明了该方法的稳定性. 并用所提出的方法对连续时间的耦合 Duffing 振子时空混沌控制进行了仿真研究, 仿真结果证明了该方法的有效性.

- [1] X. S. Luo, J. Q. Fang *et al.*, *Acta Physica Sinica* **48**(1999), 589 [in Chinese] 罗晓曙、方锦清等, *物理学报*, **48**(1999), 589.]
- [2] J. Q. Fang, *Progress in Physics* **16**(1996), 137 [in Chinese] 方锦清, *物理学进展*, **16**(1996), 137.]
- [3] X. F. Wang *et al.*, *Control Theory and Applications*, **16**(1999), 283 [in Chinese] 汪小帆等, *控制理论与应用*, **16**

(1999), 283.]

- [4] T. L. Liao, *Int. J. Systems Science* **29**(1998), 731.
- [5] J. T. Spooner, K. M. Passino, *IEEE Tran. Autom. Control*, **41**(1996), 280.
- [6] M. G. He, F. Ou, *Chinese J. Lasers*, **A25**(1998), 533 [in Chinese] 何明高、欧发, *中国激光*, **A25**(1998), 533.]
- [7] Y. C. Lai, R. L. Winslow, *Physica*, **D74**(1994), 353.

# CONTROL OF SPATIO-TEMPORAL CHAOS IN CONTINUOUS TIME COUPLED SYSTEMS BY USING ADAPTIVE FUZZY CONTROL \*

XUE YUE-JU FENG RU-PENG

( *Inertial Navigation Test Equipment Research Center , Harbin Institute of Technology , Harbin 150001 , China* )

( Received 25 June 2000 ; revised manuscript received 9 September 2000 )

## ABSTRACT

An adaptive fuzzy control scheme is presented to control model unknown coupled spatio-temporal chaos composed of high-dimensional continuous-time subsystems. This method integrates the merits of approximate ability of adaptive fuzzy system and robustness of the sliding control. By using Lyapunov method we have proved the stability of the scheme. The effectiveness and the feasibility of the proposed method are demonstrated through simulations on the continuous time coupled Duffing oscillator spatio-temporal chaos.

**Keywords** : spatiotemporal chaos , adaptive fuzzy control , sliding control

**PACC** : 0545 , 4752

---

\* Project supported by the Natural Science Foundation of Heilongjiang Province , China ( Grant No. F9811 ).