

一种改进的一维元胞自动机交通流模型及减速概率的影响*

薛 郁¹⁾²⁾ 董力耘¹⁾ 戴世强¹⁾

¹⁾ (上海大学上海市应用数学与力学研究所 上海 200072)

²⁾ (广西大学物理系 南宁 530003)

(2000 年 7 月 10 日收到)

在 Nagel-Schreckenberg 单车道元胞自动机交通流模型的基础上,考虑车辆之间的相对运动以及车辆减速概率对交通状态的影响,提出了一种改进的单车道元胞自动机交通流模型.并以该模型进行计算机模拟.结果表明,在车流状态的演化过程中,通过确定减速概率与车辆密度的指数 ν 关系来控制车流量,不同的 ν 值车流量不同,对车辆运动出现堵塞相的相变点有影响.当 ν 约为 0.75 时,模拟结果与实测结果符合.随着车辆密度的增加,车辆的局域聚集程度加大,平均速度下降增大,将出现不稳定的车辆聚集的堵塞相.在车辆的运动过程中,车流的运动相与堵塞相交替出现,非常类似于波的波峰和波谷的传播.

关键词:交通流,元胞自动机,减速概率,堵塞相

PACC: 0550, 0520, 6470

1 引 言

交通过程是一个复杂的过程,近年来对交通过程的研究已经引起了人们的重视.其中元胞自动机模型以其简单性和在计算机上的易操作性,越来越多地被应用于交通流的模拟^[1-7].描述高速公路交通流的元胞自动机的最原始形式是 Wolfram 所命名的第 184 号规则元胞自动机交通模型.作为第 184 号规则元胞自动机交通流模型的推广,人们先后提出了 FI 元胞自动机交通流模型和 NS 元胞自动机交通流模型以及二维的 BML^[2]元胞自动机交通流模型. FI 模型是 Fukui 和 Ishibashi 提出的,他们考虑了车的最大速度为 $V_{\max} = M(M > 1)$ ^[4],车辆是可区分的车辆,车辆随机地分布在长度为 L 的一维离散的格点链上,每一格点最多仅能由一辆车所占据,如果一辆车的前方紧邻的 M 个格点全部是空的,则该车辆在每一时步中最多可移动 M 个格点,但若该车辆前方紧邻的空格点数为 $K < M$ 时,则该车辆仅可移动 K 个格点,考虑随机减速机制,在车辆可移动 M 个格点的情况下,它以概率 f 从最大速度减速为 $M - 1$. NS 模型不同于 FI 模型,

对于高速公路的一维交通流, Nagel 和 Schreckenberg (NS) 应用元胞自动机理论进行了较深入的研究^[3],提出了考虑车速度分布和随机加速、随机减速的模型,简称 NS 模型,所作的数值模拟揭示了局域的自组织现象,出现不稳定的车辆聚集的堵塞相. NS 模型考虑了实际过程中车辆具有不同的运动速度,车辆速度分布为 $0 - V_{\max}$,车辆随机的分布在长度为 L 的一维离散的格点链上,每一格点最多仅能由一辆车所占据,同时引进随机加速、随机减速机制,根据每一时步车辆的速度分布对车辆位置进行调整,以 $X_i(t)$ 表示第 i 个车辆在 t 时刻的位置; $V_i(t)$ 表示第 i 个车辆在 t 时刻的速度, V_{\max} 表示最大速度; $\text{gap}_i(t)$ 表示第 i 个车辆在 t 时刻与前方紧邻的车辆的间距 $\text{gap}_i(t) := X_{i-1}(t) - X_i(t) - 1$; p_{noise} 表示车辆具有的减速概率.车辆的演化步骤为^[5]:

1) 确定所有车辆 $t + 1$ 时刻的速度分布:

$$P(V_i(t) \geq \text{gap}_i(t))$$
$$V_i(i) := \begin{cases} \text{gap}_i(t) - 1, & \text{以概率 } p_{\text{noise}} \\ \text{gap}_i(t), & \text{其他} \end{cases}$$

(减速规则)

* 国家自然科学基金(批准号:19872042 和 19932020)资助的课题.

ELSE IF $V_i(t) < V_{\max}$)

$$V_i(t) := \begin{cases} V_i(t), & \text{以概率 } p_{\text{noise}} \\ V_i(t) + 1, & \text{其他} \end{cases}$$

(加速规则)

ELSE $V_i(t) = V_{\max}$ 和 $V_i(t) < \text{gap}_i(t)$)

$$V_i(t) := \begin{cases} V_{\max} - 1, & \text{以概率 } p_{\text{noise}} \\ V_{\max}, & \text{其他} \end{cases}$$

(自由运动规则)

2) 确定所有车辆的位置: $X_i(t+1) = X_i(t) + V_i(t)$, 其中由随机数生成器使具有确定概率的车辆减速, 以模拟车辆的不确定行为. 在交通流理论中, 单一车道元胞自动机的交通流 NS 模型是一个重要的模型, 所进行的数值模拟与真实的交通行为符合得较好. 但是, 用 NS 模型所做的数值模拟中, 在同样条件下, 给出的最大的交通流量小于实测数据, 说明该模型的车辆演化规则尚不能尽如人意. 本文试图改进 NS 模型, 计及车辆运动过程中的相对运动及减速概率与车辆密度的关系, 数值模拟表明改进的模型结果优于 NS 模型.

2 改进的一维元胞自动机交通模型

在上述 NS 模型中, 是通过确定所有车辆的速度分布, 然后再确定所有车辆的位置, 对所有车辆的位置进行同时更新, 而确定车辆间距 $\text{gap}_i(t) := X_{i-1}(t) - X_i(t) - 1$ 是没有考虑车辆运动的相对速度, 在实际过程中, 车辆的运动通常是考虑相对运动来行驶的, 即由第 i 车辆相对于第 $i-1$ 车辆的相对运动的位置来确定车辆的间隔, 然后对速度进行调整. 这种方法类似于二维元胞自动机 GWM (green wave model) 交通模型的方法^[8], 对上述 NS 模型进行修改, 将车辆速度分布为 $0-V_{\max}$ 随机地分布在长度为 L 的一维离散的格点链上, 考虑周期边界条件, 确定间距规则如下所示:

1) 确定所有车辆 $t+1$ 时刻的速度分布:

IF $V_i(t) \geq \text{gap}_i(t) + \Delta X_{i-1}(t)$)

$$V_i(t+1) := \begin{cases} \text{gap}_i(t) + \Delta X_{i-1}(t) - 1, & \text{以概率 } p_{\text{noise}} \\ \text{gap}_i(t) + \Delta X_{i-1}(t), & \text{其他} \end{cases}$$

(跟车/减速规则)

ELSE IF $V_i(t) < V_{\max}$)

$$V_i(t+1) := \begin{cases} V_i(t), & \text{以概率 } p_{\text{noise}} \\ V_i(t) + 1, & \text{其他} \end{cases} \quad (\text{加速规则})$$

ELSE $V_i(t) = V_{\max}$ & $V_i(t) < \text{gap}_i(t) + \Delta X_{i-1}(t)$)

$$V_i(t+1) := \begin{cases} V_{\max} - 1, & \text{以概率 } p_{\text{noise}} \\ V_{\max}, & \text{其他} \end{cases}$$

(自由运动规则)

2) 确定所有车辆的位置: $X_i(t+1) = X_i(t) + V_i(t+1)$, 其中 $\Delta X_{i-1}(t)$ 为相对位置, $\Delta X_{i-1}(t) = X_{i-1}(t+1) - X_{i-1}(t) = V_{i-1}(t+1)$, 这样比较符合真实的车辆(车队)行驶的情况. 通过相对运动位置来计算 $\text{gap}_i(t) + \Delta X_{i-1}(t)$, 再通过上述车辆运动的演化步骤调整车辆的运动速度, 最后确定车辆的位置, 同时进行位置更新.

根据上述模型进行模拟, 可以得到车辆密度与平均速度的 $\rho-V$ 关系曲线、车流量与车辆密度的 $\rho-J$ 关系曲线, 以及平均速度与车流量 $J-V$ 关系曲线, 由此确定车辆密度、减速概率对车流量的影响. 模拟的道路长度 L 为 0.75km , 用 1000 个格点表示, 车辆以速度分布为 $0-V_{\max}$ 随机地分布在 1000 个一维离散的格点上, 边界为周期边界条件, 最大速度 V_{\max}

$= 5$ 相当于 130km/h , 车辆密度 $\rho = \frac{N}{L}$, 平均速度为 $V = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N V_i(t)$, N 为分布在 L 上的车辆数, 平均车流量 $J = \rho V$.

3 通过减速概率对车流量的调整及计算机模拟

考虑车辆减速概率、加速概率与车辆密度的关系, 车辆密度小时, 减速概率小, 加速概率大; 车辆密度大时, 减速概率大, 加速概率小. 因此 p_{noise} 与车辆密度有关, 选择 p_{noise} 与车辆密度的函数关系, 可以达到控制车流量的模拟值与实测值符合的目的. p_{noise} 与车辆密度的函数关系为

$$p_{\text{noise}} \sim \rho^v, \quad (1)$$

其中减速指数 v 为参数. 为了与实测数据一致, 取 v 值为 $0 < v \leq 1$. 否则, 模拟的车流量值将远远大于实测的数据. 图 1 为文献 [7] 中一张平均速度与车流量 $J-V$ 关系的数据图, 其中的每一个数据都是对加利福尼亚一条公路上 6min 内的实测数据取平均而得.

图 2 为本模型平均速度与车流量 $J-V$ 关系曲线图, 指数 $v=1$. 可以发现, 改进的模型车流量增大, 随着车辆密度的增加, 车辆的聚集程度加大, 平均速度下降增加. 图 3 为文献 [7] 中 NS 模型平均速度与车流量图, 其中的每一个数据都是对模型 360

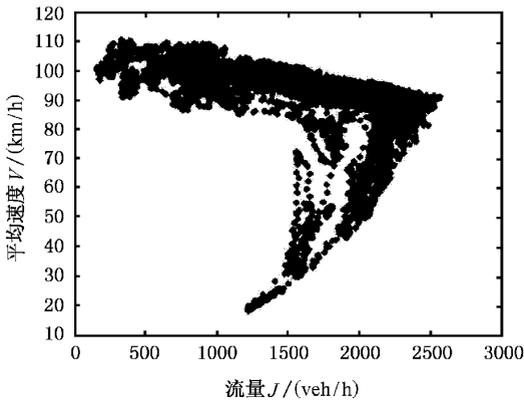


图 1 实测平均速度与流量关系图

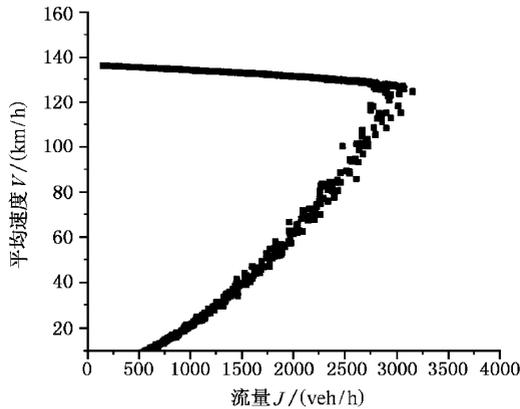


图 2 模拟得到的平均速度与流量关系图

运动有关,考虑相对速度使得车辆的运动加快,流量增加.

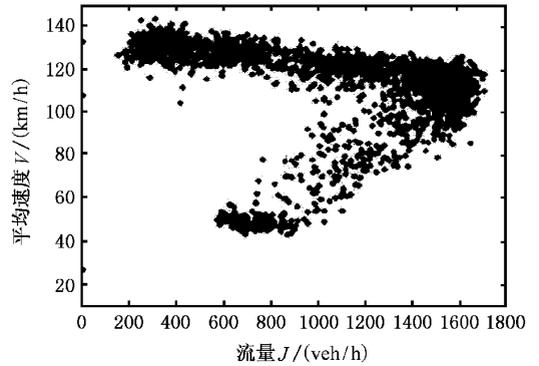


图 3 NS模型的平均速度与流量关系图

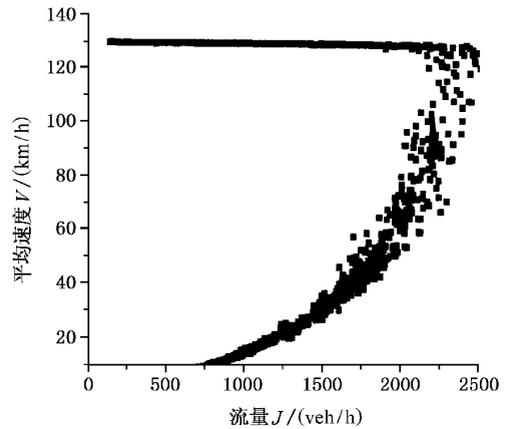


图 4 $p_{noise} = 0.25$ 时模拟得到的平均速度与流量关系图

步内的模拟数据取平均而得.对比可以发现图 1 和图 2 的最大流量几乎是接近的,在车辆密度小时,两图的平均速度(对应的流量范围为 200—2500 veh/h)是线性减小的,在车辆密度较大时,两图的平均速度(对应的流量范围为 2500—1000veh/h)非线性减小.本模型的是 2660veh/h,实测的为 2500 veh/h左右,而最大平均速度为 135.97 km/h,实测的为 110 km/h左右,相差较大,其原因是 p_{noise} 和随机数选取有关,改变 p_{noise} 的取值,对车辆流量的影响很大.图 4 为 p_{noise} 取平均值为 0.25 的平均速度与车流量图.与图 1 的最大流量符合,平均速度在流量 1200 veh/h 时为 20 km/h 与图 1 符合很好,但在车辆密度由小增大时,平均速度不变(对应的流量范围为 200—2500veh/h),与图 1 有所差别,可见 p_{noise} 对车辆流量的影响很大,适当调整 p_{noise} 可以使该模型的结果符合实测.图 2 和图 3 的最大平均速度相同,出现阻塞相的相变点相同,平均速度均为 120 km/h,但最大流量不相同,图 3 中用 NS 模型所得最大流量比实测数据低 25%,原因是与车辆的相对

为了与实测数据一致,根据方程(1),得到在 $v = 0.25, v = 0.75, v = 1.0$ 和 $v = 2.0$ 时的平均速度与车流量 $J-V$ 关系曲线图以及平均速度与车辆密度的 $\rho-V$ 关系曲线图,见图 5 和图 6.与实测数据

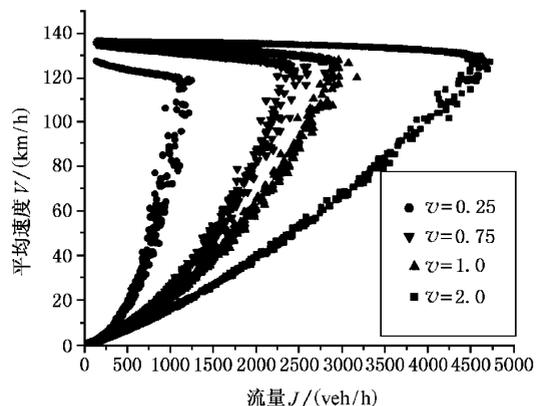


图 5 对应不同 v 的平均速度与流量关系图

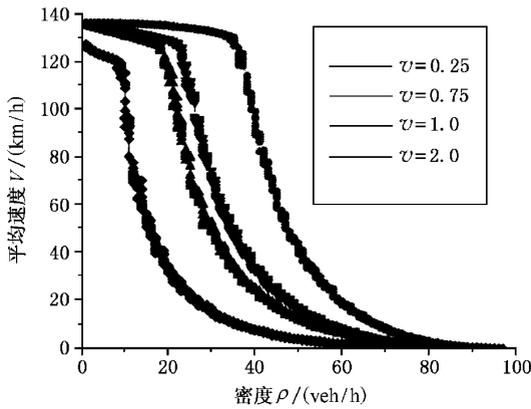


图 6 对应不同 ν 的平均速度与密度关系图

图 1 比较,可以看出 $\nu = 0.75$ 时,平均速度和平均车流量的数据与实测数据接近,而且在 ν 取各种值的情况下,系统出现阻塞的相变点不相同, ν 值小,临界密度小, ν 值大,临界密度大.因此,减速概率对车辆的运动是有影响的,确定减速指数 ν 就可以通过减速概率来对车流进行调整.减速指数 ν 与系统出现阻塞相变的临界密度关系曲线如图 6 所示.在车辆密度较小时,车辆的运动是自由运动,平均速度不变,每辆车的速度 $V_i(t) > 0$.当车辆密

度增大时,车辆的平均速度线性减小,当车辆的速度 $V_i(t) \approx 0$ 时,系统就出现了阻塞相.

为了具体地描述车辆运动的演化过程,模拟了车辆运动过程中车辆位置与运动时间关系图.在 $L = 1000$ 个格点中仅模拟 400 到 800 时步的 600 个格点的位置-时间关系.图 7(a)中密度为 0.09 和图 7(b)中密度为 0.5,车辆从左运动到右(空间位置坐标轴),时间坐标轴由上到下,以黑点表示车辆的位置.图 7(b)显示的黑色区域表示车辆聚集区域,称为堵塞相,浅色区域表示没有车辆,称为运动相.由图 7 可见,从初始条件出发,在车辆密度小时($\rho = 0.09$),车辆的运动是自由运动,随时间的增加,车辆位置增大,位置与时间是线性关系,车辆位置分布是均匀变化的;在车辆密度大时($\rho = 0.5$),车辆自由运动的程度减小,随时间的增加,出现了车辆聚集的堵塞相,位置与时间变为了非线性关系,车辆位置分布的变化是非均匀的,有的区域车辆密集,有的区域没有车辆.车流的运动相与堵塞相交替出现,非常类似于波的波峰和波谷的传播^[10].由于减速概率的作用,相当于把车辆运动延缓,平均速度降低,因此本文出现的堵塞相多于文献[10]的,车辆运动演化的行为是一致的.

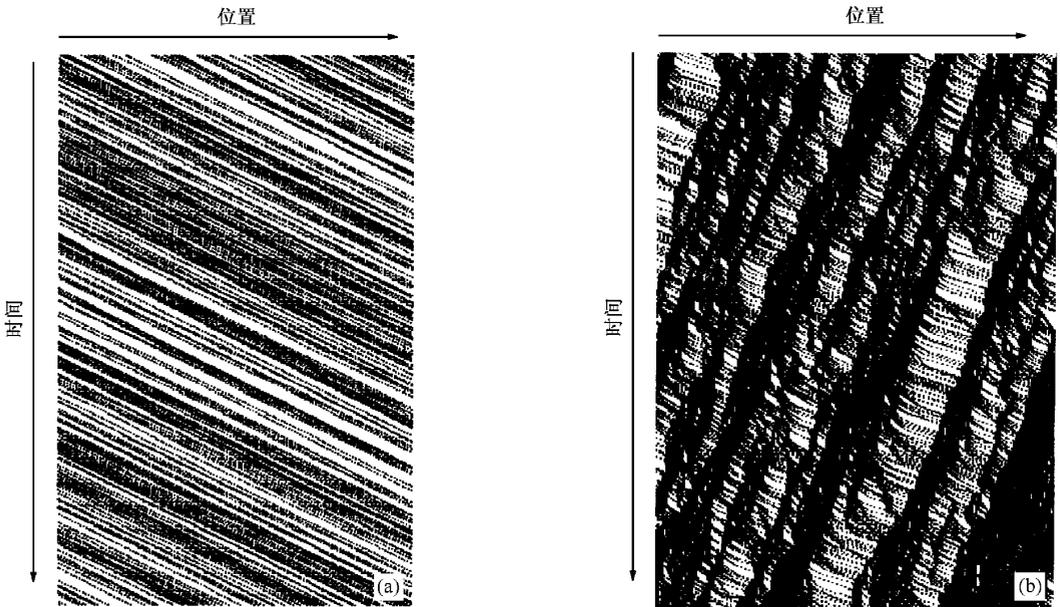


图 7 位置与时间关系图

4 总 结

本文在 NS 单车道元胞自动机交通流模型的基

础上,考虑车辆之间的相对运动所引起的车辆位置变化,提出了一种改进的单车道元胞自动机交通模型,考虑了车辆减速概率、加速概率与车辆密度的关系对交通流的影响,同时进行计算机的模拟,将模拟

结果与 NS 模型以及实测结果进行了分析比较,通过确定减速指数 v 来调整车辆减速概率、车辆密度对交通流的影响. 结果表明,在车流状态的演化过程,通过确定减速概率与车辆密度的指数 v 关系来控制车流量, v 值不同车流量不同,但发生堵塞“相

变”的相变点相同;当 v 约为 0.75 时,模拟结果与实测结果符合. 对车辆的时空关系研究表明,车辆在运动过程中随车辆密度增大,出现了车辆聚集的堵塞相,其时间演化呈波动性,该现象类似于交通波的传播.

- [1] S. Wolfram, *Theory and Application of Cellular Automata* (World Scientific, Singapore, 1986).
- [2] O. Biham, A. A. Middleton, D. Levine, *Phys. Rev.*, **A46** (1992), R6124.
- [3] K. Nagel, M. Schreckenberg, *J. Physique I France*, **2**(1992) 2221.
- [4] Y. Ishibashi, M. Fukui, *J. Phys. Soc. Japan*, **63**(1994), 2882.
- [5] K. Nagel, P. Stretz, M. Pieck *et al.*, *Transims Traffic Flow Characteristics* (October 21, 1997), Preprint.
- [6] B. H. Wang, Y. F. Woo, P. M. Hui, *J. Phys. A: Math. Gen.*, **29**(1996), L31.
- [7] B. H. Wang, Y. F. Woo, P. M. Hui, *Acta Physica Sinica*, **47** (1998), 906 [in Chinese] 汪秉宏、邝乐棋、许伯铭, *物理学报*, **47**(1998), 906].
- [8] J. Török, J. Kertész, *Physica*, **A231**(1996), 515.
- [9] P. Wagner, *Traffic Simulations Using Cellular Automata: Comparison with Reality*. In D. E. Wolf, M. Schreckenberg, A. Bachem, editors, *Traffic and Granular Flow* (World Scientific, Singapore, 1996), p. 193.
- [10] M. Schreckenberg, A. Schadschneider, K. Nagel, N. Ito, *Phys. Rev.*, **E51**(1994), 2939.

AN IMPROVED ONE-DIMENSIONAL CELLULAR AUTOMATON MODEL OF TRAFFIC FLOW AND THE EFFECT OF DECELERATION PROBABILITY*

XUE YU^{1,2)} DONG LI-YUN¹⁾ DAI SHI-QIANG¹⁾

¹⁾ *Shanghai Institute of Applied Mathematics and Mechanics, Shanghai University, Shanghai 200072, China*

²⁾ *Department of Physics, Guangxi University, Nanning 530003, China*

(Received 10 July 2000)

ABSTRACT

Based upon the single-lane traffic cellular automaton (CA) model introduced by Nagel and Schreckenberg, an improved single-lane traffic CA model has been proposed by the consideration of the relative motion of vehicles and the relation of deceleration probability with the density. Numerical simulations have been carried out. The results show the complicated evolution process of traffic flow. The flow of vehicles can be controlled by the definition of the relation between deceleration probability and the exponent v of density $p_{\text{noise}} \sim \rho^v$. Different values of v have different effect on the critical point from free phase to jam phase. The simulation agrees with the measurement as v is about 0.75. With the increase of vehicles and the evolution process of traffic flow, the free and jam phases will become unsteady and appear alternatively, similar to the propagation of wave.

Keywords : traffic flow, cellular automaton, probability of deceleration, jam phase

PACC : 0550, 0520, 6470