

压缩真空场与耦合双原子 Raman 相互作用 过程中光场的量子特性

黄春佳 厉江帆 贺慧勇

(长沙电力学院物理与信息工程系,长沙 410077)

(2000 年 9 月 15 日收到)

研究了单模压缩真空场与耦合双原子 Raman 相互作用过程中光场的非经典性质,运用数值方法讨论了系统耦合常数和初始状态对光场量子特性的影响.

关键词:压缩真空场,耦合双原子,Raman 相互作用,光场的量子特性

PACC:4250

1 引 言

光场与原子相互作用系统的量子性质是近代量子光学研究的中心内容.近几十年来,人们利用 Jaynes-Cummings(J-C)模型^[1]对光场与原子相互作用系统的许多量子特性进行了广泛深入的研究,并作了多种形式的推广^[2-9].但 J-C 模型没有考虑原子间的相互作用,因而无法揭示原子间相互作用对原子和光场的量子行为所产生的影响.近年来,描述光场与两个全同的二能级原子相互作用的 Tavis-Cummings(T-C)模型^[10]引起了人们广泛的兴趣.研究表明,原子间的相互作用对原子和光场的量子特性具有非常重要的影响^[11-17].另一方面,压缩光在光通信中具有十分重要的应用价值,而压缩真空态反映了压缩态的本质属性.因此,深入研究压缩真空态光场与耦合双原子相互作用系统的动力学非常有意义.本文研究了单模压缩真空场与有偶极-偶极相互作用的耦合双原子 Raman 相互作用过程中光场的非经典性质.运用数值方法,着重分析了光场的初始压缩因子、原子的初始状态、原子间偶极-偶极相互作用强度和原子-光场耦合常数对光场量子特性的影响.

2 理论模型与计算公式

考虑通过偶极-偶极相互作用耦合的两个全同二能级原子与单模光场的共振 Raman 相互作用,即

具有两个简并能级 $|g\rangle$ 和 $|e\rangle$ 的原子从一个能级吸收(或发射)一个光子跃迁到一个虚能级 $|J\rangle$,并发射(或吸收)一个共振光子跃迁到另一个能级而与单模光场发生的相互作用.设两个原子与光场之间具有相同的耦合常数 ϵ ,两个原子间偶极-偶极相互作用的耦合常数为 g ,在旋波近似下,单模光场与耦合双原子共振 Raman 相互作用系统的哈密顿量为^[15]

$$H = \omega a^+ a + \epsilon \sum_{i=1}^2 a^+ a [S_+^{(i)} + S_-^{(i)}] + g [S_+^{(1)} S_-^{(2)} + S_-^{(1)} S_+^{(2)}], \quad (1)$$

式中 a^+ 和 a 分别为频率为 ω 的光场的产生和湮没算符, $S_+^{(i)}$ 和 $S_-^{(i)}$ 为第 i 个原子的自旋算符.

可将系统的哈密顿量改写为

$$H = H_0 + H_1, \quad (2)$$

式中

$$H_0 = \omega a^+ a, \quad (3)$$

$$H_1 = \epsilon \sum_{i=1}^2 a^+ a [S_+^{(i)} + S_-^{(i)}] + g [S_+^{(1)} S_-^{(2)} + S_-^{(1)} S_+^{(2)}], \quad (4)$$

H_1 为系统内光场-原子和原子-原子相互作用能量.

设初始时刻 ($t=0$) 原子处于相干叠加态

$$|\psi_A(0)\rangle = \cos(\theta/2) |e\rangle_e + \sin(\theta/2) e^{-i\varphi} |g\rangle_g, \quad (5)$$

而光场处于压缩真空态^[18]

$$|\psi_F(0)\rangle = \sum_{n=0}^{\infty} f_n |n\rangle, \quad (6)$$

式中

$$f_n = \frac{1}{\sqrt{\cosh r}} \frac{(-e^{i\xi} \tanh r)^n \sqrt{(2n)!}}{n! 2^n}, \quad (7)$$

式中 $\zeta = r e^{i\xi}$ 为复压缩参数, r 为表征光场压缩程度的压缩因子, ξ 为压缩方向角, 为简便起见, 本文取 $\xi = 0$.

设在任意时刻 t , 系统的状态演化为

$$|\psi^j(t)\rangle = \sum_{n=0}^{\infty} [a_n(t)|e\rangle\langle m| + b_n(t)|g\rangle\langle m| + c_n(t)|e\rangle\langle g| + d_n(t)|g\rangle\langle e|], \quad (8)$$

在(5)–(7)式给定的初始条件下, 求解系统的薛定谔方程, 得到下列结果:

$$a_n(t) = \frac{1}{2} f_n \left[\cos\left(\frac{\theta}{2}\right) - e^{-i\varphi} \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \right] + \frac{1}{4\alpha} \left\{ e^{-\frac{1}{2}gt} f_n \left[\cos\left(\frac{\theta}{2}\right) + \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) e^{-i\varphi} \right] \cdot [2\alpha \cos(at) + ig \sin(at)] \right\}, \quad (9)$$

$$b_n(t) = -\frac{1}{2} f_n \left[\cos\left(\frac{\theta}{2}\right) - e^{-i\varphi} \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \right] + \frac{1}{4\alpha} \left\{ e^{-\frac{1}{2}gt} f_n \left[\cos\left(\frac{\theta}{2}\right) + \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) e^{-i\varphi} \right] \cdot [2\alpha \cos(at) + ig \sin(at)] \right\}, \quad (10)$$

$$c_n(t) = d_n(t) = -\frac{i}{\alpha} n \epsilon f_n \left[\cos\left(\frac{\theta}{2}\right) + \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) e^{-i\varphi} \right] e^{-\frac{1}{2}gt} \sin(at), \quad (11)$$

式中

$$\alpha = \frac{1}{2} \sqrt{g^2 + 16n^2 \epsilon^2}. \quad (12)$$

3 光场的压缩性质

定义单模光场的两个缓变的正交厄密算符

$$U_1 = \frac{1}{2}(a e^{i\omega t} + a^\dagger e^{-i\omega t}), \quad (13)$$

$$U_2 = \frac{1}{2i}(a e^{i\omega t} - a^\dagger e^{-i\omega t}), \quad (14)$$

则有

$$[U_1, U_2] = i/2, \quad (15)$$

$$(\Delta U_1)(\Delta U_2)^2 \geq 1/16, \quad (16)$$

式中

$$(\Delta U_j)^2 = U_j^2 - U_j^2 \quad (j = 1, 2). \quad (17)$$

对于给定的状态, 若光场 $U_j (j = 1, 2)$ 分量的涨落函数 $F_j (j = 1, 2)$ 满足

$$F_j = (\Delta U_j)^2 - \frac{1}{4} < 0 \quad (j = 1 \text{ 或 } 2), \quad (18)$$

则称光场的 $U_j (j = 1, 2)$ 分量被压缩. 由(8)式容易得到

$$F_1(t) = \frac{1}{2} \sum_{n=0}^{\infty} n [|a_n(t)|^2 + |b_n(t)|^2 + |c_n(t)|^2 + |d_n(t)|^2] + \frac{1}{2} \sum_{n=0}^{\infty} \sqrt{(n+1)(n+2)} \cdot \text{Re} [a_n^*(t) a_{n+2} + b_n^*(t) b_{n+2} + c_n^*(t) c_{n+2} + d_n^*(t) d_{n+2}] - \left\{ \sum_{n=0}^{\infty} \sqrt{(n+1)} \text{Re} [a_n^*(t) a_{n+1}(t) + b_n^*(t) b_{n+1}(t) + c_n^*(t) c_{n+1}(t) + d_n^*(t) d_{n+1}(t)] \right\}^2, \quad (19)$$

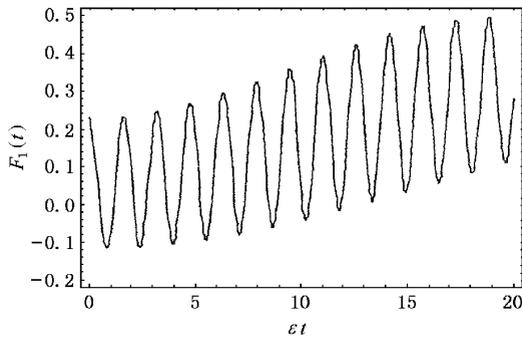
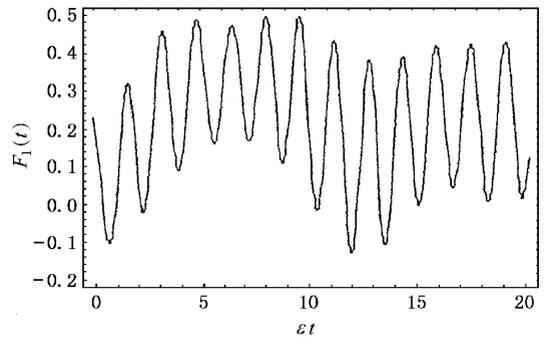
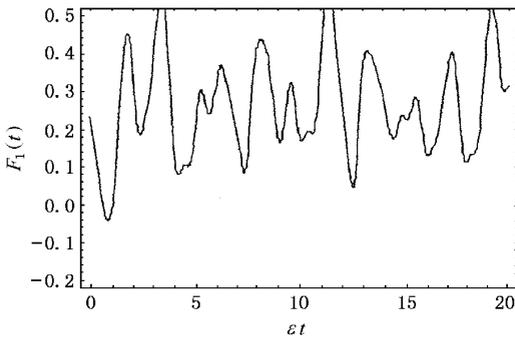
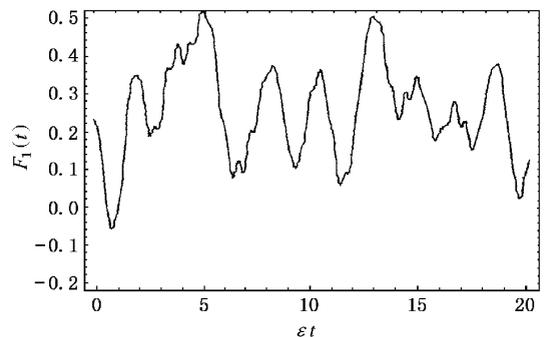
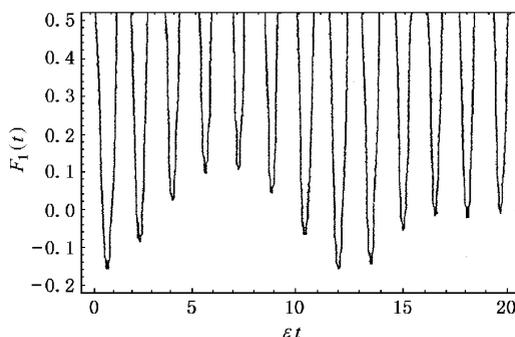
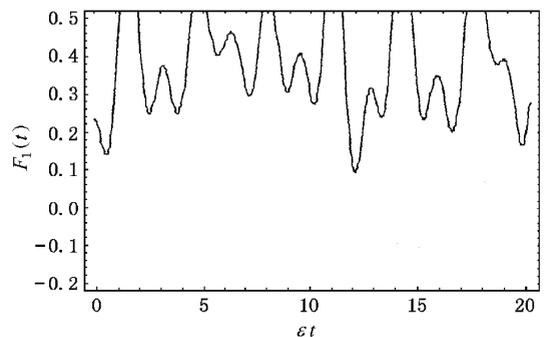
$$F_2(t) = \frac{1}{2} \sum_{n=0}^{\infty} n [|a_n(t)|^2 + |b_n(t)|^2 + |c_n(t)|^2 + |d_n(t)|^2] - \frac{1}{2} \sum_{n=0}^{\infty} \sqrt{(n+1)(n+2)} \cdot \text{Re} [a_n^*(t) a_{n+2} + b_n^*(t) b_{n+2} + c_n^*(t) c_{n+2} + d_n^*(t) d_{n+2}] - \left\{ \sum_{n=0}^{\infty} \sqrt{(n+1)} \text{Im} [a_n^*(t) a_{n+1}(t) + b_n^*(t) b_{n+1}(t) + c_n^*(t) c_{n+1}(t) + d_n^*(t) d_{n+1}(t)] \right\}^2. \quad (20)$$

将(9)–(12)式代入(18)–(20)式, 即可得到 $F_1(t)$ 和 $F_2(t)$ 的具体表达式. 采用数值方法可以揭示出光场的正交压缩特性. 有关 $F_1(t)$ 的计算结果由图1给出. 不难看出, 光场的压缩明显依赖于原子间偶极-偶极相互作用强度 g 与原子-光场耦合常数 ϵ 的比值 (g/ϵ), 也与光场的初始压缩因子 r 和原子的初始状态 (θ, φ) 有关.

从图1可以看出, 当原子初始时刻处于相干叠加态时, 光场 U_1 分量的涨落可以被压缩. 当原子间的偶极-偶极相互作用较弱 (g/ϵ 较小) 时, $F_1(t)$ 的时间演化曲线为较规则的振荡曲线. 随着时间的推移, 光场的压缩逐渐变浅, 如图1(a)所示. 当原子间的偶极-偶极相互作用较强 (g 和 ϵ 大小相近) 时, 光场的压缩先逐渐变浅随后又逐渐变深, 如图1(b)所示. 进一步的计算表明, 即使当 g/ϵ 较小时, 情况也是如此, 只是压缩由深变浅而后由浅变深的变化周

期更长而已. 图 1(c)–(d)表明, 当原子间的偶极-偶极相互作用很强时, 光场 U_1 分量的涨落不能被压缩. 比较图 1(b)和(e), 不难看出, 光场的初始压缩因子 r 越大, 光场的压缩越深, 而每次压缩的时

间越短. 当原子初始时刻处于激发态或基态时, 光场 U_1 分量的涨落不能被压缩, 如图 1(f)所示. 对 $F_2(t)$ 也可作类似讨论.

(a) $r=1, \theta=\pi/2, g/\epsilon=0.2$ (b) $r=1, \theta=\pi/2, g/\epsilon=1$ (c) $r=1, \theta=\pi/2, g/\epsilon=5$ (d) $r=1, \theta=\pi/2, g/\epsilon=10$ (e) $r=1.5, \theta=\pi/2, g/\epsilon=1$ (f) $r=1, \theta=0 \text{ (或 } \pi), g/\epsilon=1$ 图 1 $F_1(t)$ 的时间演化规律 ($\varphi - \xi = 0$)

4 光场的二阶相干性质

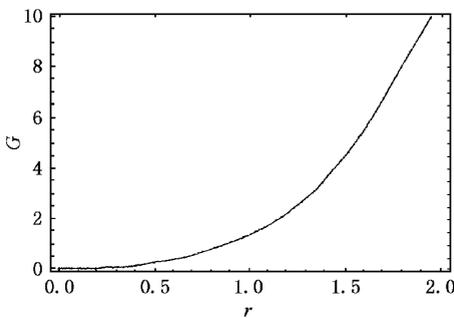
引入函数

$$G = \frac{(\Delta N)^2}{N} - 1 = \frac{a^{+2}a^2 - a^+ a^2}{a^+ a}, \quad (21)$$

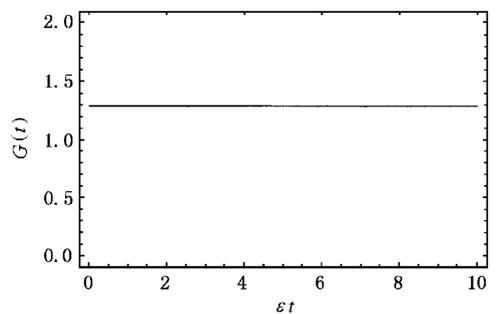
若 $G=0$, 则光场是二阶相干的; 若 $G>0$, 测光子呈现聚束效应; 反之, 若 $G<0$, 则光子呈现反聚束效应. 由(8)式容易求得

$$G(t) = \frac{\sum_{n=0}^{\infty} n(n-1) [|a_n(t)|^2 + |b_n(t)|^2 + |c_n(t)|^2 + |d_n(t)|^2]}{\sum_{n=0}^{\infty} n [|a_n(t)|^2 + |b_n(t)|^2 + |c_n(t)|^2 + |d_n(t)|^2]} - \sum_{n=0}^{\infty} n [|a_n(t)|^2 + |b_n(t)|^2 + 2 |c_n(t)|^2 + |d_n(t)|^2]. \quad (22)$$

对(22)式所作的数值计算结果表明,不论初始时刻系统处于何状态,也不论系统耦合强度如何,均满足 $G > 0$,即光子总呈现聚束效应.从图2(a)可以看出,光子的聚束效应随光场的初始压缩因子 r 的增大而增强.而当 r 一定时,光子的聚束效应的强度不随系统的耦合常数和初始状态改变,也不随时间变化,如图2(b)所示.



(a) $G-r$ 曲线 ($\epsilon t = 5$)



(b) $G-\epsilon t$ 曲线 ($r = 1$)

图2 $G(t)$ 的时间演化规律 ($\varphi = \xi = 0$)

5 结 论

采用全量子理论和数值计算方法,研究了耦合双原子与单模压缩真空场 Raman 相互作用过程中光场的非经典特性,分析了原子间偶极-偶极相互作用强度和原子-光场耦合常数以及光场的初始压缩因子和原子的初始状态对光场的压缩性质和二阶相干性质的影响.数值计算结果表明:

1. 当原子初始时刻处于适当的相干叠加态时,光场正交分量的涨落可以被压缩.当原子间的偶极-

偶极相互作用不太强时,光场的压缩深度随时间周期性变化.当原子间的偶极-偶极相互作用很强,或原子初始时刻处于激发态或基态时,光场的涨落不能被压缩.

2. 在光场与原子相互作用过程中,不论初始时刻系统处于何状态,也不论系统耦合强度如何,光子均呈现聚束效应.光子的聚束效应随光场的初始压缩因子 r 的增大而增强,当 r 一定时,光子的聚束效应的强度不随系统的耦合常数和初始状态改变,也不随时间变化.

[1] E. T. Jaynes, F. W. Cummings, *Proc. IEEE* **51**(1963) 89.
 [2] B. Buck, C. V. Sukumar, *Phys. Lett.* **A81**(1981),132.
 [3] W. K. Lai, V. Buzek, P. L. Knight, *Phys. Rev.*, **A44**(1991), 6043.
 [4] J. S. Peng, G. X. Li, *Phys. Rev.*, **A47**(1993) 3167.
 [5] Z. D. Liu, *Acta Physica Sinica*, **36**(1987),1645 (in Chinese)
 [刘正东 物理学报 **36**(1987),1645]

[6] P. Zhou, J. S. Peng, *Acta Optica Sinica*, **10**(1990), 837 (in Chinese) 周 鹏、彭金生 光学学报 **10**(1990) 837].
 [7] X. X. Yang, Y. Wu, K. L. Gao, *Acta Optica Sinica*, **18**(1998) 837 (in Chinese) 杨晓雪、吴 颖、高克林 光学学报, **18**(1998),1050].
 [8] Y. H. Tian, J. S. Peng, *Acta Physica Sinica*, **48**(1999) 2060 (in Chinese) 田永红、彭金生 物理学报 **48**(1999) 2060]

- [9] C. J. Huang, M. Zhou *et al.*, *Acta Physica Sinica*, **49**(2000), 1490 [in Chinese] 黄春佳、周 明等, *物理学报*, **49**(2000), 1490]
- [10] M. Tavis, F. W. Cummings, *Phys. Rev.*, **170**(1968) 379.
- [11] G. S. Agarwal, *Opt. Commun.*, **36**(1981) 285.
- [12] R. D. Griffin, S. M. Harris, *Phys. Rev.*, **A25**(1982) 1538.
- [13] Z. Ficek, B. C. Sanders, *Quant. Opt.*, **2**(1990) 269.
- [14] A. Joshi, R. P. Puri, S. V. Lawande, *Phys. Rev.*, **A44**(1991), 2135.
- [15] Z. F. Luo, Z. Z. Xu, L. Xu, *Acta Physica Sinica*, **41**(1992), 1950 [in Chinese] 罗振飞、徐至展、徐 磊, *物理学报*, **41**(1992), 1950]
- [16] Y. H. Tian, J. S. Peng, *Acta Physica Sinica*, **49**(2000) 67 [in Chinese] 田永红、彭金生, *物理学报*, **49**(2000) 67]
- [17] C. J. Huang, M. Zhou *et al.*, *Acta Physica Sinica*, **49**(2000) 2159 [in Chinese] 黄春佳、周 明等, *物理学报*, **49**(2000), 2159]
- [18] J. S. Peng, G. X. Li, Introduction of Modern Quantum Optics (Science Press, Beijing, 1996) p. 184 [in Chinese] 彭金生、李高翔著, *近代量子光学导论* (科学出版社, 北京, 1996) 第 184 页]

QUANTUM PROPERTIES OF LIGHT OF SQUEEZED VACUUM FIELD RAMAN INTERACTING WITH TWO COUPLED ATOMS

HUANG CHUN-JIA LI JIANG-FAN HE HUI-YONG

(Department of Physics and Information Engineering, Changsha University of Electric Power, Changsha 410077, China)

(Received 15 September 2000)

ABSTRACT

The squeezing and coherence properties of the light produced by the Raman interaction of single-mode squeezed vacuum field with two coupling atoms are studied by means of quantum theory. Using the numerical method, the relation between the quantum properties of the light and the coupling parameter and initial state of the system is discussed.

Keywords : squeezed vacuum field, two coupling-atoms, Raman interaction, quantum properties of light

PACC : 4250