

Kerr 类非线性介质周期结构中的慢 Bragg 孤子

李松茂 王 奇 吴 中 卫 青

(上海大学理学院 上海 200436)

(2000 年 7 月 16 日收到 2000 年 9 月 28 日收到修改稿)

在耦合模理论的基础上,给出了维无限大 Kerr 类非线性介质周期结构中的孤波解,并且指出,孤波的振幅依赖于入射频率以及脉宽两个参数。同时也证明,在布拉格共振极限条件下,孤波解可以简化成所谓的“隙孤子”解或是“慢布拉格孤子”解。

关键词:孤波,慢布拉格孤子,隙孤子,耦合模理论

PACC:4265S, 4265, 0340K

1 引 言

周期结构由于其结构的特殊性——存在禁带、通带,结构色散在系统中占主导地位^[1],材料色散和波导色散等因素可被忽略不计,人们可以通过控制其结构参数而控制电磁波的传播特性,因此一直受到人们的重视,很早就被应用在多种微波器件中。而当电磁波传播在非线性的周期结构中时,会出现光的双稳输出^[2,3]及“隙孤子”(gap soliton)^[4-11]等现象,这是线性周期结构中所没有的新效应。

在描述周期结构中传播的电磁波时,人们一般用耦合模理论来处理^[12],前提条件是周期性的微扰作用较弱,入射频率又比较接近布拉格频率。这时,人们将试解写作一个前行波与一个返波之和,只考虑线性作用时,只有同步的波之间才能发生耦合作用。但当激光出现后,入射光的强度已达到可与原子内部场强相比或更高的水平,微扰还变得与强度有关(比如部分光学系统所显示的 Kerr 效应),于是耦合方程便将是非线性的。在非线性情况下,多个模式之间还可以通过交叉相位调制(XPM)作用发生耦合。

在非线性周期结构中,当周期结构的空间周期与入射波长可比拟时,可形成隙孤子在此结构中传播。我们知道,在均匀非线性介质中,群速度色散效应和非线性效应分别使频率产生正负啁啾,这两者的平衡就形成了“常规孤子”。而在非线性周期介质中,形成“隙孤子”的机理与此类似,区别只在于:在均匀介质中,群速度色散主要来自于均匀介质本身;

而在周期介质中,则是由周期变化的线性介电常量所造成的通带、禁带结构在群速度色散效应中起着主导作用^[1]。由于在制造工艺上可对周期结构的参数进行控制,于是我们便可以根据所感兴趣的光孤子的行为来设计、制造一些结构,这在基础研究和工程应用方面都有着广泛的应用前景。

本文将按以下步骤进行讨论,首先导出周期结构中基本的耦合方程,然后在线性情况下讨论周期结构的禁带,最后给出“隙孤子”的解析解。

2 基本耦合模方程

考虑一维非线性周期结构。从波动方程 $\frac{\partial^2 E}{\partial z^2} - \frac{\epsilon(z)}{c^2} \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = 0$ 出发,将 $\epsilon(z)$ 改写作 $\epsilon(z) = \epsilon_l(z) + \epsilon_n(z)$, 其中 $\epsilon_l(z)$ 为线性部分,包括均匀介质和线性周期微扰两部分,记作 $\epsilon_l(z) = n_1^2 \approx n_0^2 + 2n_0n_1 \cos(2k_B z)$, $k_B = \pi/\Lambda$, Λ 为空间周期。 $\epsilon_n(z)$ 为非线性部分,对 Kerr 介质有 $\epsilon_n(z) = n_0n_2 |E|^2$ 。考虑周期微扰和非线性作用都比较小的情况,即有 $0 < n_1 \ll n_0, n_2 \ll n_0$ 。

取试解 $E(z, t) = E_+(z, t)e^{-i(\omega t - kz)} + E_-(z, t)e^{-i(\omega t + kz)}$, 其中 $E_{\pm}(z, t)$ 为时间和空间上的慢变函数。将其代入波动方程,利用慢变振幅近似后,可以得到如下两个偏微分方程:

$$\begin{aligned} & \left[\frac{\partial E_+}{\partial z} + \frac{1}{v_{g0}} \frac{\partial E_+}{\partial t} \right] + \kappa E_- e^{-2i\delta z} \\ & + \gamma(|E_+|^2 + 2|E_-|^2)E_+ = 0, \quad (1a) \end{aligned}$$

$$-\left[\frac{\partial E_-}{\partial z} - \frac{1}{v_{g0}} \frac{\partial E_-}{\partial t} \right] + \kappa E_+ e^{2i\delta z} \\ + \gamma (|E_-|^2 + 2|E_+|^2) E_- = 0, \quad (1b)$$

其中 $v_{g0} = c/n_0$ 是不考虑色散因素时波传播在均匀线性介质 n_0 中的群速度. $\kappa = \pi n_1/\lambda_0$, κ 项代表周期性微扰所带来的线性耦合作用 $\delta = \frac{n_0}{c}(\omega - \omega_B)$,

$\omega_B = \frac{\pi c}{n_0 \Lambda}$ 为布拉格频率 δ 项代表入射频率偏离布拉格频率的程度; $\gamma = \pi n_2/\lambda_0$, γ 项代表非线性的作用 其中包括一份自相位调制作用和两份交叉相位调制作用.

3 周期结构的禁带

首先 我们忽略非线性作用, 即略去 γ 项, 于是方程(1)简化为线性的耦合方程

$$\left[\frac{\partial E_+}{\partial z} + \frac{1}{v_{g0}} \frac{\partial E_+}{\partial t} \right] + \kappa E_- e^{-2i\delta z} = 0, \quad (2a)$$

$$-\left[\frac{\partial E_-}{\partial z} - \frac{1}{v_{g0}} \frac{\partial E_-}{\partial t} \right] + \kappa E_+ e^{2i\delta z} = 0. \quad (2b)$$

通过变量代换和一系列变形, 最后可得 E_\pm 所满足的方程

$$\frac{\partial^2 E_+}{\partial z^2} - \frac{1}{v_{g0}^2} \frac{\partial^2 E_+}{\partial t^2} - \kappa^2 E_+ \\ + 2i\delta \left[\frac{\partial E_+}{\partial z} + \frac{1}{v_{g0}} \frac{\partial E_+}{\partial t} \right] = 0, \quad (3a)$$

$$\frac{\partial^2 E_-}{\partial z^2} - \frac{1}{v_{g0}^2} \frac{\partial^2 E_-}{\partial t^2} - \kappa^2 E_- \\ - 2i\delta \left[\frac{\partial E_-}{\partial z} - \frac{1}{v_{g0}} \frac{\partial E_-}{\partial t} \right] = 0. \quad (3b)$$

这是两个形式类似的二阶常系数偏微分方程, 假设其解的形式为 $e^{(K_\pm z - \Omega_\pm t)}$, 代入(3)式后可得 K_\pm 所满足的特征方程

$$K_+ = -\delta \pm \sqrt{(\delta + \Omega_+/v_{g0})^2 - \kappa^2}, \quad (4a)$$

$$K_- = \delta \pm \sqrt{(\delta + \Omega_-/v_{g0})^2 - \kappa^2}. \quad (4b)$$

从(4)式可以看出, 当 $-\kappa < (\delta + \Omega_\pm/v_{g0}) < \kappa$ 时, K_\pm 将出现虚部, 此时电场将出现衰减或增幅. 所以 线性周期结构的禁带范围为 $-\frac{c}{n_0}\kappa + \omega_B < \omega_\pm < \frac{c}{n_0}\kappa + \omega_B$, 其中的 ω_\pm 为前行波和返波的频率. 当满足条件 $|\delta| < \kappa$ 时, 入射波频率处于禁带, 禁带宽度为 $2\frac{c}{n_0}\kappa$. 图1为线性周期结构的禁带.

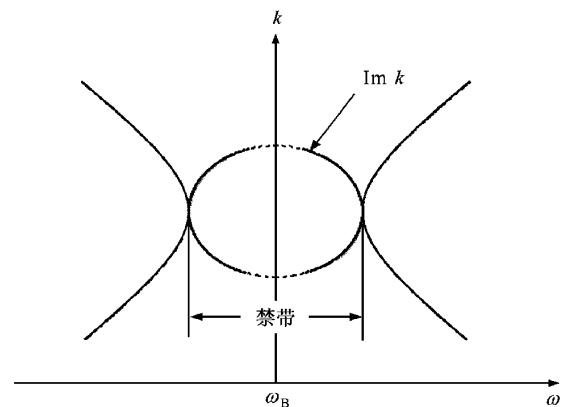


图1 线性周期结构的禁带

4 孤 波 解

作变量代换 $E_\pm(z, t) = \mathcal{E}_\pm(z, t) e^{\mp i\delta z}$, 于是可获得关于 $\mathcal{E}_\pm(z, t)$ 的耦合方程

$$-\left[\frac{\partial \mathcal{E}_+}{\partial z} + \frac{1}{v_{g0}} \frac{\partial \mathcal{E}_+}{\partial t} \right] \\ = \delta \mathcal{E}_+ + \kappa \mathcal{E}_- + \gamma (|\mathcal{E}_+|^2 + 2|\mathcal{E}_-|^2) \mathcal{E}_+, \quad (5a)$$

$$\left[\frac{\partial \mathcal{E}_-}{\partial z} - \frac{1}{v_{g0}} \frac{\partial \mathcal{E}_-}{\partial t} \right] \\ = \delta \mathcal{E}_- + \kappa \mathcal{E}_+ + \gamma (2|\mathcal{E}_+|^2 + |\mathcal{E}_-|^2) \mathcal{E}_-. \quad (5b)$$

采用运动坐标系 $T = t - \frac{z}{v_g} = t - \frac{1}{v_r v_{g0}} z$, 其中 v_g 为非线性周期结构中孤波的群速度, v_r 可视作归一化群速度因子, 将电场改写作

$$\mathcal{E}_+(z, t) = A_+(T) e^{i\phi_+(T)}, \\ \mathcal{E}_-(z, t) = A_-(T) e^{i\phi_-(T)},$$

其中 A_\pm 和 ϕ_\pm 都是实数, 且 A_\pm 为慢变振幅函数.

将上述关系式代入偏微分方程组(5), 再根据实部、虚部分别相等的原则后可以得到

$$\frac{1}{v_{g0}} \left(1 - \frac{1}{v_r} \right) A'_+ = \kappa A_- \sin \Delta\phi, \\ -\frac{1}{v_{g0}} \left(1 + \frac{1}{v_r} \right) A'_- = \kappa A_+ \sin \Delta\phi, \\ \left\{ \frac{1}{v_{g0}} \left(1 - \frac{1}{v_r} \right) \phi'_+ - \delta - \gamma (A_+^2 + 2A_-^2) \right\} A_+ = \kappa A_- \cos \Delta\phi, \\ \left\{ \frac{1}{v_{g0}} \left(1 + \frac{1}{v_r} \right) \phi'_- - \delta - \gamma (2A_+^2 + A_-^2) \right\} A_- = \kappa A_+ \cos \Delta\phi,$$

其中 $\Delta\phi = \phi_+ - \phi_-$, 参量右上角的撇号代表对 T 求导.

经过整理、变换, 可以得到

$$\left(1 - \frac{1}{v_r} \right) A_+^2 + \left(1 + \frac{1}{v_r} \right) A_-^2 = C_1,$$

$$\kappa A_+ A_- \cos\Delta\phi + \frac{\delta}{2}(A_+^2 + A_-^2) + \frac{\gamma}{4}(A_+^4 + A_-^4) + \chi(A_+^2 A_-^2) = C_2,$$

其中 C_1, C_2 为积分常数.

考虑无限长情况, 由自然条件 $\lim_{T \rightarrow \pm\infty} A_\pm(T) = 0$ 可推算得上两式中的积分常数 $C_1 = C_2 = 0$, 然后在 $|\delta| < \kappa \sqrt{1 - v_r^2}$ 的条件下, 最终可以算得到

$$A_+ = \left[\frac{\kappa}{\gamma} \frac{\chi(1 + v_r)\sqrt{1 - v_r^2}}{(3 - v_r^2)} \frac{\cos^2\theta}{\sin\theta + \cosh(T/T_0)} \right]^{1/2}, \quad (6a)$$

$$A_- = \left[\frac{\kappa}{\gamma} \frac{\chi(1 - v_r)\sqrt{1 - v_r^2}}{(3 - v_r^2)} \frac{\cos^2\theta}{\sin\theta + \cosh(T/T_0)} \right]^{1/2}, \quad (6b)$$

$$\begin{aligned} \phi_+ &= \frac{\psi_0}{2} + \frac{\pi}{2} - \frac{|v_r|}{2} \tan\theta \frac{T}{T_0} - \left(\frac{4|v_r|}{3 - v_r^2} + 1 \right) \\ &\quad \cdot \arctan\left(\frac{\cos\theta}{1 + \sin\theta} \tanh\frac{T}{2T_0}\right), \end{aligned} \quad (6c)$$

$$\begin{aligned} \phi_- &= \frac{\psi_0}{2} - \frac{\pi}{2} - \frac{|v_r|}{2} \tan\theta \frac{T}{T_0} - \left(\frac{4|v_r|}{3 - v_r^2} - 1 \right) \\ &\quad \cdot \arctan\left(\frac{\cos\theta}{1 + \sin\theta} \tanh\frac{T}{2T_0}\right), \end{aligned} \quad (6d)$$

其中

$$\sin\theta = \frac{\delta}{\kappa \sqrt{1 - v_r^2}}, T_0 = \frac{(1 - v_r^2)}{2|v_r| v_{g0} \sqrt{(1 - v_r^2)\kappa^2 - \delta^2}},$$

T_0 为时域的脉冲宽度, ψ_0 为任意位相常数. 于是, 我们可以得到总的电场表达式

$$\begin{aligned} E &= \mathcal{E}_+(z, t) e^{-i(\omega t - k_B z)} + \mathcal{E}_-(z, t) e^{-i(\omega t + k_B z)} \\ &= (A_+ e^{i(\phi_+ + k_B z)} + A_- e^{i(\phi_- - k_B z)}) e^{-i\omega t} \\ &= (e^{i(\phi_+ + k_B z)} + u e^{i(\phi_- - k_B z)}) A_+ e^{-i\omega t} \end{aligned}$$

和总电场能量表达式

$$I = |E|^2 = EE^* = A_+^2 \left\{ (1 + u^2) - 2u \cos \left[2k_B z - 2 \arctan \left(\frac{\cos\theta}{1 + \sin\theta} \tanh \frac{T}{2T_0} \right) \right] \right\}, \quad (7)$$

其中

$$A_+ = \left(\frac{\kappa}{\gamma} V_+ \frac{\cos^2\theta}{\sin\theta + \cosh(T/T_0)} \right)^{1/2},$$

$$V_+ = \frac{\chi(1 + v_r)\sqrt{1 - v_r^2}}{3 - v_r^2}, u = \sqrt{\frac{1 - v_r}{1 + v_r}}.$$

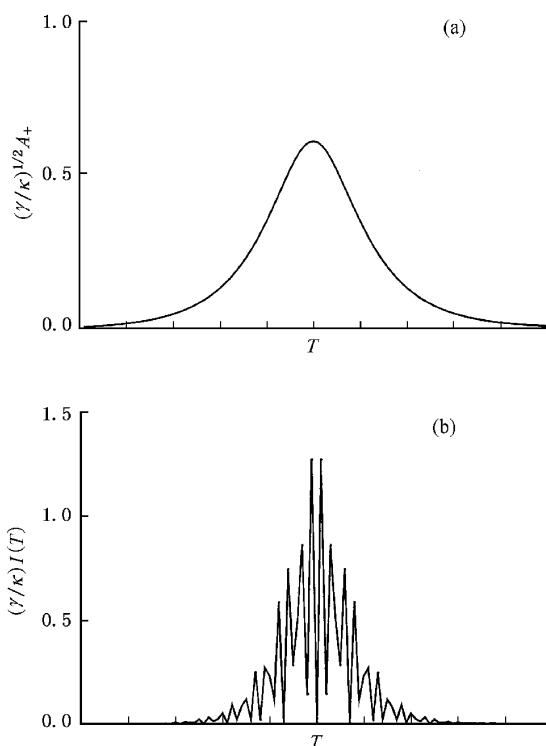


图2 前向波振幅和总电场能量 作图参数的取值: $\kappa = \pi n_1/\lambda_0 = 6 \text{ m}^{-1}$, $v_{g0} = c/n_0 = 2.055 \times 10^8 \text{ m/s}$, $\delta = 3$, $v_r = 0.1$

而由 $T_0 = \frac{(1 - v_r^2)}{2|v_r| v_{g0} \sqrt{(1 - v_r^2)\kappa^2 - \delta^2}}$ 则可以得到 v_r 的表达式

$$v_r = \pm \sqrt{\frac{1 + 2v_{g0}^2 T_0^2 (\kappa^2 - \delta^2) \left[1 - \sqrt{1 - \frac{\delta^2}{v_{g0}^2 T_0^2 (\kappa^2 - \delta^2)^2}} \right]}{1 + 4v_{g0}^2 \kappa^2 T_0^2}}^{1/2}. \quad (8)$$

从上式可以看出, $|v_r| < 1$, 即孤波的群速度 v_g 总是比均匀介质中的波速 v_{g0} 小, 而且, 孤波的群速度可正(前向孤波)可负(后向孤波). 图2为前向波振幅和总电场能量图. 从图3和图4可以看出:

1. 对于不同频率入射的波而言, 随着脉宽 T_0 的增加, 其有效群速度都会迅速下降, 并且最后趋于

一致.

2. 对于相同脉宽的入射波而言, 失谐系数 δ 越小, 即入射频率越接近布拉格频率 ω_B , 则其有效群速度越慢.

3. 当脉宽很宽时, 随着 $\delta \rightarrow 0$, 有 $v_r \rightarrow 0$, 但当脉宽较窄时, $\delta = 0$ 时的群速度并不为零. 这是因为, 当

脉宽较宽时,孤波的峰值强度比较低,于是非线性作用不明显,载波的频率几乎不发生变化,入射时处于禁带中央的波仍将位于禁带中央,所以其群速度接近为零。而对于脉宽较窄的波而言,其峰值强度较高,非线性作用强烈,入射时即使位于禁带中央,在传播过程中其频率也会发生偏移,甚至可以移出禁带,所以脉宽较窄的波的群速度不为零。

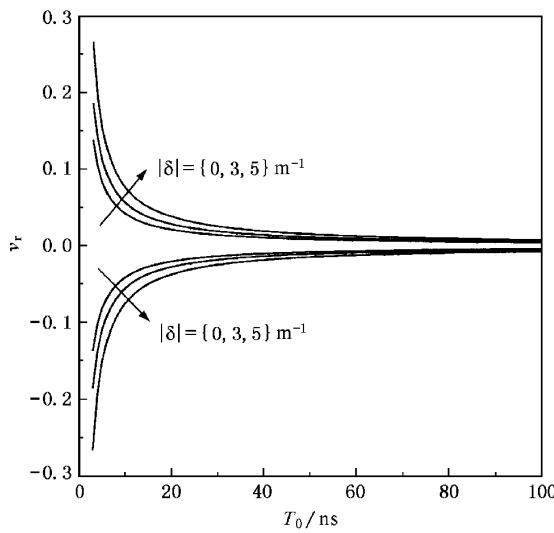


图 3 有效归一化群速度 v_r 与脉宽 T_0 的关系曲线 作图参量的取值 : $\kappa = \pi n_1 / \lambda$, $-0 = 6 \text{ m}^{-1}$, $v_{g0} = c / n_0 = 2.055 \times 10^8 \text{ m/s}$

从(6)式可以看出,慢变振幅函数 A_{\pm} 和位相因子 ϕ_{\pm} 都与入射频率的失谐系数 δ 、归一化的有效群速度因子 v_r 以及脉宽 T_0 等因素有关。而从(8)式则可知,归一化的有效群速度因子 v_r 可由失谐系数

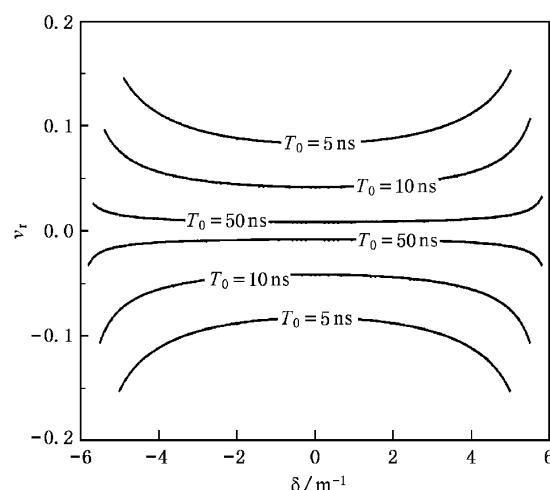


图 4 有效归一化群速度 v_r 与失谐系数 δ 的关系曲线 作图参量取值同图 3

δ 和脉宽 T_0 两个初始参量来决定,亦即慢变振幅函数 A_{\pm} 和位相因子 ϕ_{\pm} 可以由失谐系数 δ 和脉宽 T_0 所决定。

在求解方程过程中,还得到如下关系式:

$$\left(1 - \frac{1}{v_r}\right)A_+^2 + \left(1 + \frac{1}{v_r}\right)A_-^2 = C_1.$$

对无限长非线性周期结构而言,有 $C_1 = 0$,亦即前向波能量、后向波能量以及孤波的有效群速度之间存在关系式 $\frac{A_+^2}{A_-^2} = \frac{1 + v_r}{1 - v_r}$,即当孤波向前传播时,以前向波能量为主,而当孤波反向传播时,则以后向波能量为主。进一步地,将方程(8)代入上述关系式,可以得到

$$\frac{A_+^2}{A_-^2} = \frac{\sqrt{1 + 4v_{g0}^2\kappa^2T_0^2} \pm \sqrt{1 + 2v_{g0}^2T_0^2(\kappa^2 - \delta^2)} \left\{ 1 - \sqrt{1 - \frac{\delta^2}{v_{g0}^2T_0^2(\kappa^2 - \delta^2)^2}} \right\}}{\sqrt{1 + 4v_{g0}^2\kappa^2T_0^2} \mp \sqrt{1 + 2v_{g0}^2T_0^2(\kappa^2 - \delta^2)} \left\{ 1 - \sqrt{1 - \frac{\delta^2}{v_{g0}^2T_0^2(\kappa^2 - \delta^2)^2}} \right\}},$$

式中取上面的符号代表孤波向前传播,取下面的符号则对应于孤波向后传播的情况。

从图 5 和图 6 可以看出:

1. 对于相同脉宽的入射波而言,入射频率靠近禁带边沿时,前向波、后向波峰值之间的差距比较大,孤波的能量以某一个方向的波为主;而当入射波频率接近布拉格频率 ω_B 时,则前向波、后向波的峰值近似为一恒定比值。比如对于脉宽为 5ns 的波而言,前向波、后向波的峰值比值近似为 1.2,而对于 10ns 的波则接近于 1.1。

2. 对于不同频率入射的波而言,随着脉宽 T_0 的增加,前向波、后向波峰值之间的差距会迅速减小,并且最后两个波的峰值趋于相等。

3. 当脉宽比较窄时,前向波、后向波的峰值相差比较大,而当脉宽很宽时,不管入射波频率处于禁带的哪个位置,前向波、后向波的峰值都接近于相等。

当 $T=0$ 时, A_{\pm} 有最大值:

$$A_{+,\max} = \left[\frac{\chi(1 + v_r)}{\chi(3 - v_r^2)} \left(\kappa \sqrt{1 - v_r^2} - \delta \right) \right]^{1/2},$$

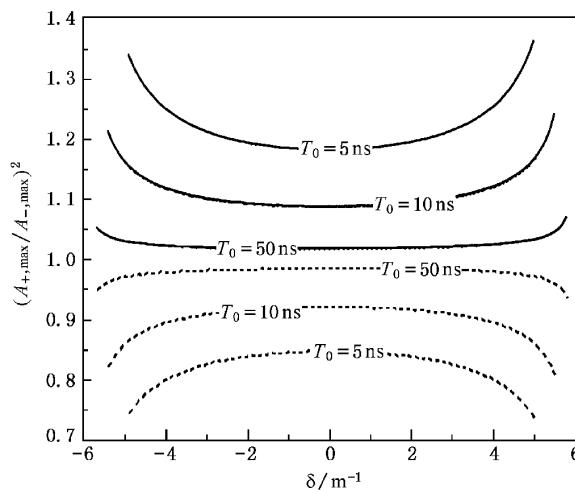


图 5 前向波、后向波峰值与失谐系数 δ 的关系曲线 —— 为孤波向前传播的情况 , ··· 为孤波向后传播的情况 . 作图参数取值同图 3

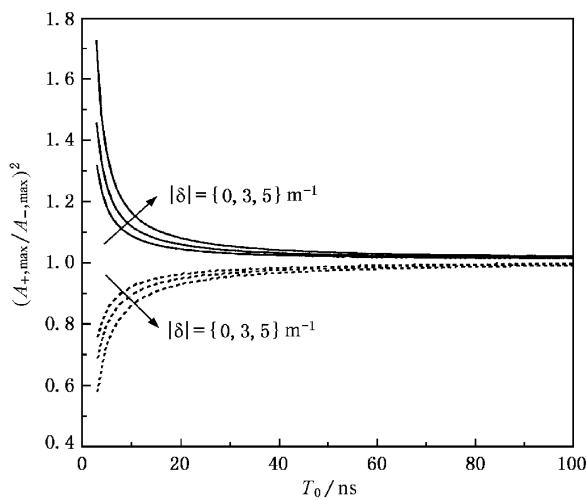


图 6 前向波、后向波峰值与脉宽 T_0 的关系曲线 曲线说明和作图参数取值同图 3

$$A_{-,max} = \left[\frac{\chi(1 - v_r)}{\chi(3 - v_r^2)} \left(\kappa \sqrt{1 - v_r^2} - \delta \right) \right]^{1/2}.$$

从图 7 可以看出 :

1. 慢变振幅函数 A_{\pm} 的最大值明显依赖于失谐系数 δ 和归一化有效群速度因子 v_r .
2. 失谐系数 δ 为负数时的 $A_{+,max}$ 要大于失谐系数为正数时的 $A_{+,max}$, 这主要是因为我们所考虑的是非线性系数为正的情况, 所以, 当入射频率处于禁带低端时要比位于高端需要更多的能量才能使频率移出禁带, 然后在自相位调制作用和群速度色散效应相平衡的情况下形成孤波传播.

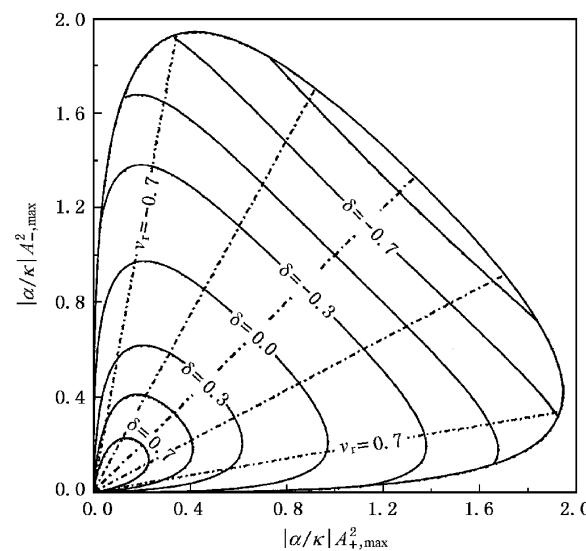


图 7 前向波、后向波振幅峰值与失谐系数 δ 以及有效群速度 v_r 的关系曲线 —— 为 δ 为常量的情况 , ··· 为 v_r 为常量的情况 , 最外层的实线包络则给出了形成隙孤子所允许的临界值 . 作图参数取值同图 3

下面考虑三种近似情况 .

1) 布拉格近似 $\delta \approx 0$ 在这种近似下 $\sin\theta \approx 0, \cos\theta \approx 1$. 于是(6)(7)式可分别变形为

$$\begin{aligned} A_+ &= \left(\frac{\kappa}{\gamma} V_+ \operatorname{sech}(T/T_0) \right)^{1/2}, \\ A_- &= u \left(\frac{\kappa}{\gamma} V_+ \operatorname{sech}(T/T_0) \right)^{1/2}, \\ \phi_+ &= \frac{\psi_0}{2} + \frac{\pi}{2} - \left(\frac{4|v_r|}{3 - v_r^2} + 1 \right) \arctan \left(\tanh \frac{T}{2T_0} \right), \\ \phi_- &= \frac{\psi_0}{2} - \frac{\pi}{2} - \left(\frac{4|v_r|}{3 - v_r^2} - 1 \right) \arctan \left(\tanh \frac{T}{2T_0} \right), \end{aligned}$$

$$I = |E|^2 = A_+^2 \left\{ (1 + u^2) - 2u \cos \left[2k_B z - 2 \arctan \left(\tanh \frac{T}{2T_0} \right) \right] \right\},$$

$$v_r = \pm \left\{ \frac{1}{1 + 4v_{g0}^2 \kappa^2 T_0^2} \right\}^{1/2},$$

$$\text{其中 } V_+ = \frac{\chi(1 + v_r) \sqrt{1 - v_r^2}}{(3 - v_r^2)}, u = \sqrt{\frac{1 - v_r}{1 + v_r}}.$$

这时可以看到, 在入射频率位于禁带内且满足布拉格共振条件下, A_{\pm} 可以具有孤子解 $\operatorname{sech}(\cdot)$ 函数的形式, 所以有时人们就把上述解称为“隙孤子”解^[6,7]. 而考虑到有效群速度 v_g 总是小于均匀介质中的群速度 v_{g0} , 有时人们也把上述解称为“慢布拉格孤子解”^[11]. 图 8 为布拉格共振极限下的前向波振幅和总电场能量.

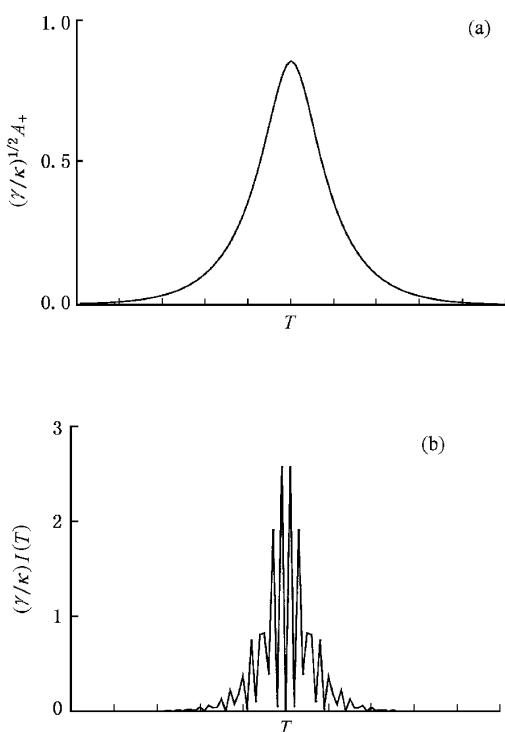


图 8 布拉格共振极限下的前向波振幅和总电场能量 作图参量的取值: $\kappa = \pi n_1 / \lambda_0 = 6 \text{ m}^{-1}$, $v_{g0} = c / n_0 = 2.055 \times 10^8 \text{ m/s}$, $\delta = 0$, $v_r = 0.1$

2) 假设脉宽很宽, 满足不等式 $2\sqrt{\kappa^2 - \delta^2} v_{g0} T_0 \gg 1$ 在这种情况下, $v_r \approx \pm 1 / (4v_{g0}^2(\kappa^2 - \delta^2)T_0^2)^{1/2} \approx 0$, $V_+ \approx \frac{2}{3}$, $u \approx 1$, $\sin\theta \approx \frac{\delta}{\kappa}$, $\cos\theta \approx \sqrt{1 - \left(\frac{\delta}{\kappa}\right)^2}$. 于是 A_+ , $|E|^2$ 的表达式又可变形为

$$A_+ = \left[\frac{2\kappa}{3\gamma} \frac{1 - (\delta/\kappa)^2}{(\delta/\kappa) + \cosh(T/T_0)} \right]^{1/2} = \left[\frac{2\kappa}{3\gamma} \frac{\kappa^2 - \delta^2}{\delta + \kappa \cosh(T/T_0)} \right]^{1/2},$$

$$I = |E|^2 = 2A_+^2 \left\{ 1 - \cos \left[2k_B z - 2\arctan \left(\sqrt{\frac{\kappa - \delta}{\kappa + \delta}} \tanh \frac{T}{2T_0} \right) \right] \right\}.$$

图 9 为脉宽很宽时的前向波振幅和总电场能量.

3) 脉宽很宽且入射频率近似等于布拉格频率在这种情况下, A_+ , $|E|^2$ 的表达式有最简形式

$$A_+ = \left(\frac{2\kappa}{3\gamma} \operatorname{sech}(T/T_0) \right)^{1/2},$$

$$I = |E|^2 = 2A_+^2 \left\{ 1 - \cos \left[2k_B z - 2\arctan \left(\tanh \frac{T}{2T_0} \right) \right] \right\}.$$

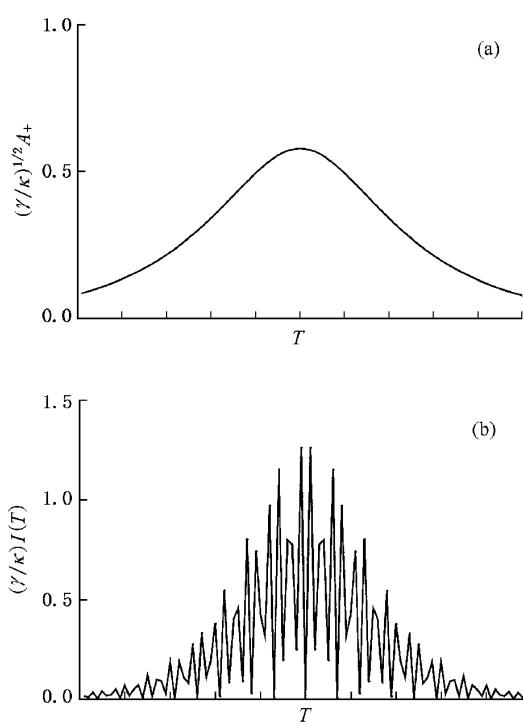


图 9 脉宽很宽时的前向波振幅和总电场能量 作图参量的取值: $\kappa = \pi n_1 / \lambda_0 = 6 \text{ m}^{-1}$, $v_{g0} = c / n_0 = 2.055 \times 10^8 \text{ m/s}$, $\delta = 3$, $T_0 = 10 \text{ ns}$

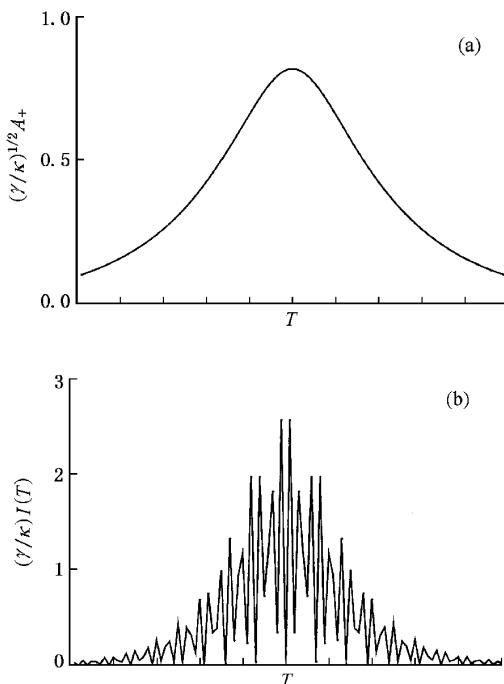


图 10 脉宽很宽且满足布拉格共振极限时的前向波振幅和总电场能量 作图参量的取值: $\kappa = \pi n_1 / \lambda_0 = 6 \text{ m}^{-1}$, $v_{g0} = c / n_0 = 2.055 \times 10^8 \text{ m/s}$, $\delta = 0$, $T_0 = 10 \text{ ns}$

图 10 为脉宽很宽且满足布拉格共振极限时的前向波振幅和总电场能量.

5 结 论

位于禁带内时, 可以存在孤波解. 孤波的振幅、位相与入射频率、脉冲宽度等参量有关. 入射波频率越靠近布拉格频率、脉冲宽度越宽, 则孤波的群速度越慢. 在布拉格共振的极限下, 孤波的振幅可以具有孤子解的形式.

在一维无限大非线性周期结构中, 当入射频率

- [1] H. G. Winful, *Appl. Phys. Lett.*, **46**(1985), 527.
- [2] H. G. Winful, J. H. Marburger, E. Garmire, *Appl. Phys. Lett.*, **35**(1979), 379.
- [3] C. J. Herbert, M. S. Malcuit, *Opt. Lett.*, **18**(1993), 1783.
- [4] J. Feng, F. K. Kneubuhl, *IEEE J. Quantum Electron.*, **29**(1993), 590.
- [5] Wei Chen, D. L. Mills, *Phys. Rev.*, **B36**(1987), 6269.
- [6] Wei Chen, D. L. Mills, *Phys. Rev. Lett.*, **58**(1987), 160.
- [7] D. L. Mills, S. E. Trullinger, *Phys. Rev.*, **B36**(1987), 947.
- [8] J. Feng, *Opt. Lett.*, **18**(1993), 1302.
- [9] C. Martijn de Sterke, J. E. Sipe, *J. Opt. Soc. Am.*, **B6**(1989), 1722.
- [10] M. Dragoman, D. Jäger, *Appl. Phys. Lett.*, **62**(1993), 110.
- [11] D. N. Christodoulides, R. I. Joseph, *Phys. Rev. Lett.*, **62**(1989), 1746.
- [12] C. P. Kuo, U. Osterberg et al., *Opt. Lett.*, **13**(1988), 1032.

SLOW BRAGG SOLITONS IN A PERIODIC STRUCTURE WITH KERR NONLINEARITY

LI SONG-MAO WANG QI WU ZHONG WEI QING

(Department of Physics, Shanghai University, Shanghai 200436, China)

(Received 16 July 2000; revised manuscript received 28 September 2000)

ABSTRACT

On the basis of coupled-mode theory we find a class of solitary solutions for the electromagnetic wave propagating in an infinite one-dimensional periodic structure with an intensity-dependent refractive index. We show that the amplitude of the solitary wave is dependent of the incident frequency and the pulse width. In the Bragg resonance limit, the solitary wave can be simplified to a soliton-like solution which was named as “gap soliton” or “slow Bragg soliton”.

Keywords : solitary wave, slow Bragg solitons, gap solitons, coupled-mode theory

PACC : 4265S, 4265, 0340K