

耦合映象格子中时空混沌的控制

张 旭 沈 柯

(长春光学精密机械学院光学物理系, 长春 130022)

(2000 年 8 月 26 日收到, 2000 年 10 月 23 日收到修改稿)

采用相同的相空间压缩方法, 有效地控制了均匀及非均匀耦合映象格子中的时空混沌. 数值模拟结果表明, 在一定的相空间压缩参数区域内, 控制时空混沌到均匀稳定状态时, 控制结果与控制参数之间存在确定的函数关系. 利用这个控制方程, 选择不同的相空间压缩参数控制耦合映象格子中的时空混沌, 获得了各种所需要的稳定斑图.

关键词: 时空混沌, 耦合映象格子

PACC: 0545

1 引 言

自 1990 年, Ott, Grebogi 和 Yorke^[1]提出控制时间混沌的 OGY 方法之后, 大量的混沌控制方案相继出现, 同时也涌现出许多应用领域的研究成果.

耦合映象格子中时空混沌的控制研究, 始于 1994 年, Hu Gang 和 Qu Zhilinf^[2]利用定点反馈控制方法研究了将耦合映象格子中时空混沌控制到均匀/非均匀定态的问题, 并且成功地将暂态混沌控制到周期态; Auerbach^[3]应用小微扰反馈控制法, 对具有对流不稳定性时空系统实现了稳定控制. 此后, 一些学者对耦合映象格子模型的时空混沌控制问题相继进行了有益的探讨^[4-8], 分别利用反馈技术实现了耦合映象格子中时空混沌的控制. 1998 年 Parekh 等^[9]使用常数定点控制方法又获得耦合映象格子时空混沌的全局和局域控制.

1999 年, 罗晓曙^[10]利用相空间压缩方法实现了时间混沌的控制. 作者采用相同的相空间压缩方法, 成功地控制了耦合映象格子中的时空混沌. 根据数值模拟结果给出控制方程, 并采用不同的相空间压缩方法, 获得了各种所需要的稳定斑图.

2 耦合映象格子中时空混沌的控制与控制方程

耦合映象格子模型最初是由 Kaneko^[11]提出的, 其动力学方程为

$$x_{n+1}(i) = (1 - \epsilon)f[x_n(i)] + \frac{\epsilon}{2}\{f[x_n(i-1)]$$

$$+ f[x_n(i+1)]\}, \quad (1)$$

其中 n 为时间步数, $i = 1, 2, \dots, L$ 为格点坐标, ϵ 为格点间的耦合强度, 周期边界条件取 $x_n(i+L) = x_n(i)$, $f(x_n)$ 代表非线性映象, x_n 是状态变量. 我们以 logistic 映象 $x_{n+1} = f(x_n) = \alpha x_n(1 - x_n)$ 作为非线性映象进行数值实验. 由 logistic 映象的分岔图知, 在 $\alpha \in [3.569\ 9456\dots, 4]$ 范围内, 此映象处于混沌态. 在本文的数值实验中, 取耦合单峰格子(1)式为完全发展湍流态, 其值分布在 $[0, 1]$ 上^[2].

设系统(1)式的奇怪吸引子在相空间中占据有界空间 V , 为了从第 $n+1$ 步开始控制系统(1)式中的时空混沌, 我们选取 V 的一个非空子集 W , $W \subset V$, 将第 n 步的 $x_n(i)$, $i = 1, 2, \dots, L$ 限制在 W 内, 这样 $x_n(i)$ 变为

$$x_n(i) = \begin{cases} x_n(i) & x_n(i)_{\min} < x_n(i) < x_n(i)_{\max}; \\ x_n(i)_{\max} & x_n(i) \geq x_n(i)_{\max}; \\ x_n(i)_{\min} & x_n(i) \leq x_n(i)_{\min}, \end{cases} \quad (2)$$
$$i = 1, 2, \dots, L,$$

其中 $x_n(i)_{\max}, x_n(i)_{\min} \in W$. 对于全局控制, 若采用相同的相空间压缩, 可令 $x_n(i)_{\max} = x_{\max}, x_n(i)_{\min} = x_{\min}, i = 1, 2, \dots, L, x_{\max}, x_{\min} \in W$; 若采用不同的相空间压缩, 对于不同的控制区域, $x_n(i)_{\max}, x_n(i)_{\min}$ 分别取不同的值.

采用相同的相空间压缩方法对均匀耦合单峰格子(1)式中的时空混沌进行控制(系统具有相同的 α 和相同的 ϵ). 取 $\alpha = 4, \epsilon = 0.8, L = 64$, 初始条件为 $[0, 1]$ 间的任意随机数, 舍去前 10000 步作为过渡

过程,并在 10100 步开始起控,控制结果如图 1 所示. 图 1(a)中 $x_{\max} = 0.75, x_{\min} = 0$,系统(1)式被控制到均匀定态: $x_{n+1}(i) = x^* = 0.75, i = 1, 2, \dots, L$;图 1(b)中 $x_{\max} = 1, x_{\min} = 0.9$,系统(1)式

被控制到 $x_{n+1}(i) = 0.36, i = 2, \dots, L-1$,边界 $i = 1, L$ 不等于 0.36,图 1(c)给出了系统(1)式被控制到时间周期 2 行波解的情况($x_{\max} = 0.9, x_{\min} = 0.3$).

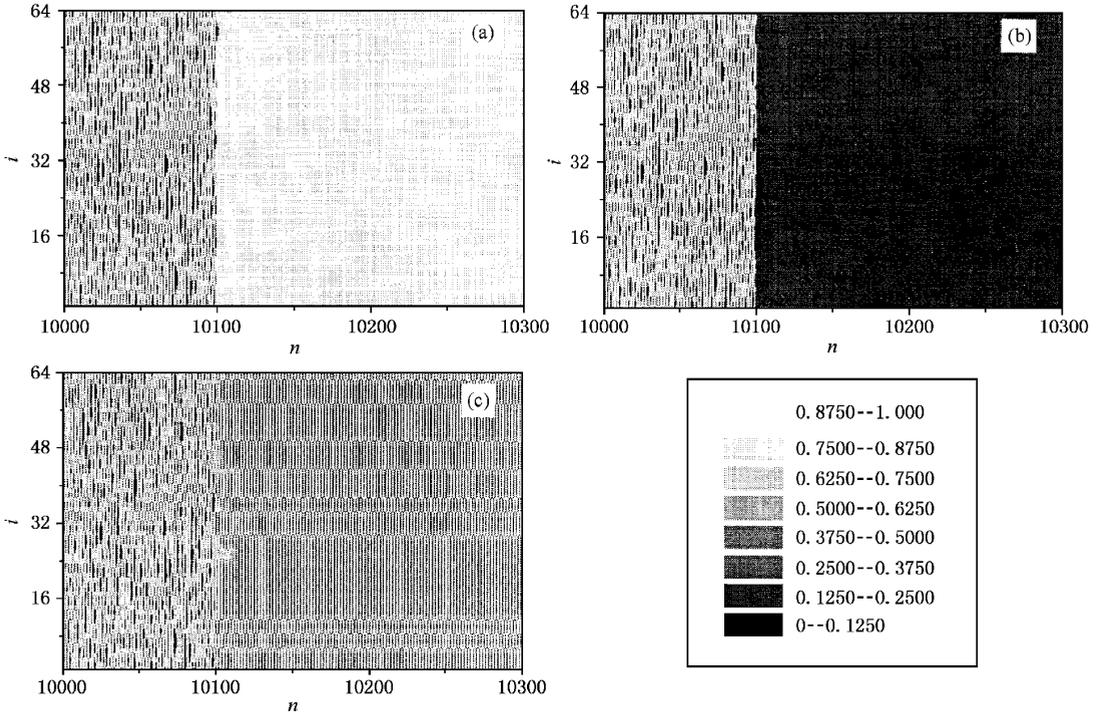


图 1 采用相同的相空间压缩在均匀耦合单峰格子中获得的时空演化图 $\epsilon = 0.8, \alpha = 4, L = 64$,在 10100 步开始起控,控制前系统(1)式处于完全发展湍流态,控制后系统处于 (a)为均匀定态 $x^* = 0.75$ (b)为均匀稳态 $x_c = 0.36$,边界除外 (c)为时间周期 2 的行波解

数值实验中我们发现,当相空间压缩参数取 $x_{\min} = 0, 0 \leq x_{\max} \leq 0.75$ 或 $x_{\max} = 1, 1 \geq x_{\min} \geq 0.75$ 时,系统(1)式中的湍流被控制到均匀稳态 $x_{n+1}(i) = x_c (i = 2, \dots, L-1)$,控制结果 x_c 与控

制参数 x_{\max} 和 x_{\min} 间的曲线见图 2,它们具有如下函数关系:

$$x_c = \alpha x_{\max} (1 - x_{\max}) \text{ 当 } x_{\min} = 0, 0 \leq x_{\max} \leq 0.75; \tag{3a}$$

$$x_c = \alpha x_{\min} (1 - x_{\min}) \text{ 当 } x_{\max} = 1, 1 \geq x_{\min} \geq 0.75, \tag{3b}$$

其中格点 $i = 1, L$ 只有当 $x_c = x^* = 0.75$ 时,与其他格点的控制结果相同,否则,与其他格点的控制结果不相同.

用相同的相空间压缩方法对非均匀耦合单峰格子(1)式中的时空混沌进行控制(系统具有不同的 α 和 / 或不同的 ϵ),控制结果如图 3 所示. 其中图 3(a)取 $\alpha = 4, \epsilon = 0.8 \pm 0.1$,起控后系统(1)式被控制到均匀定态: $x_c = x^* = 0.75$;图 3(b)取 $\alpha = 3.9 \pm 0.1, \epsilon = 0.8$,起控后系统(1)式被控制到空间周期 2 的稳态;图 3(c)取 $\alpha = 3.9 \pm 0.1, \epsilon = 0.8 \pm$

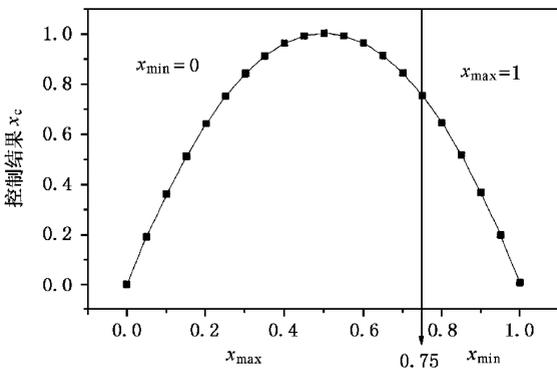


图 2 耦合单峰格子(1)式中控制时空混沌的关系曲线,数据点代表数值实验的计算结果

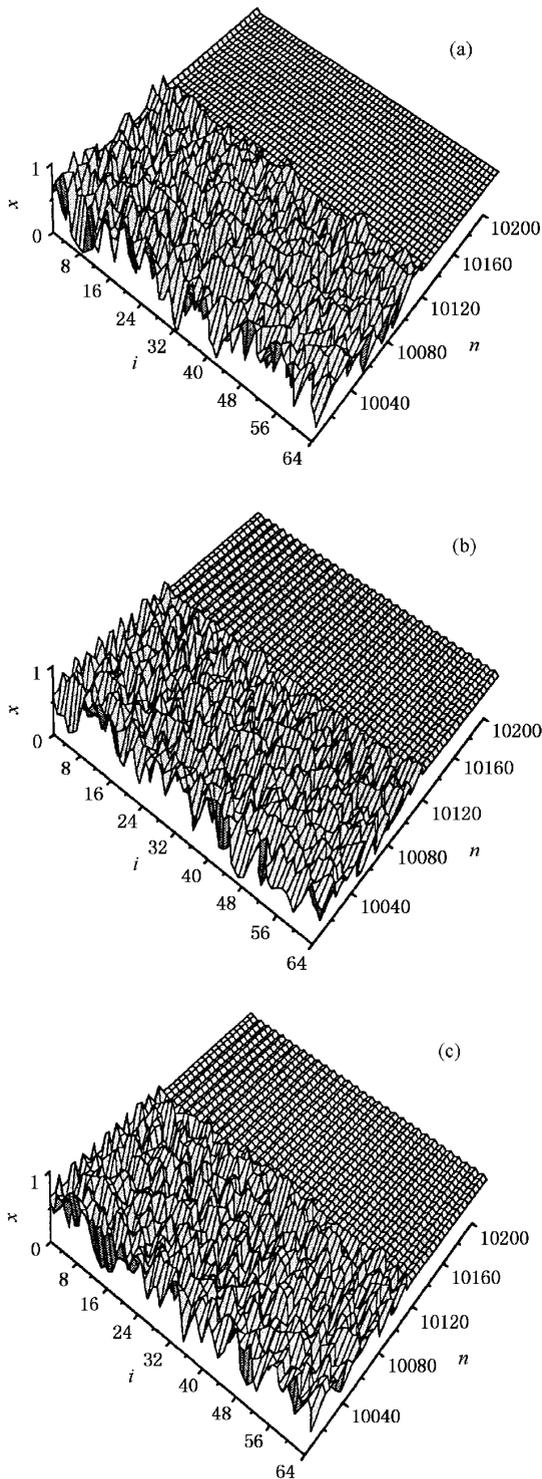


图3 非均匀耦合单峰格子(1)式控制前后的时间-空间振幅演化图($x_{\max} = 0$,其他条件与图1相同)(a)为 $\alpha = 4$, $\varepsilon = 0.8 \pm 0.1$ (b)为 $\alpha = 3.9 \pm 0.1$, $\varepsilon = 0.8$;(c)为 $\alpha = 3.9 \pm 0.1$, $\varepsilon = 0.8 \pm 0.1$

0.1,起控后系统(1)式亦被控制到空间周期2的稳定态,其他条件与图1相同.图3的控制结果表明相

同的相空间压缩方法对控制非均匀耦合单峰格子中的时空混沌同样有效.数值实验结果还证明(a)当 $x_{\min} = 0, 0 \leq x_{\max} \leq 0.75$ 或 $x_{\max} = 1, 1 \geq x_{\min} \geq 0.75$ (b)当 $x_{\min} = 0, 0 \leq x_{\max} \leq 1 - 1/3.8$ 或 $x_{\max} = 1, 1 \geq x_{\min} \geq 1 - 1/3.8$ (c)当 $x_{\min} = 0, 0 \leq x_{\max} \leq 1 - 1/3.8$ 或 $x_{\max} = 1, 1 \geq x_{\min} \geq 1 - 1/3.8$ 时,控制结果都服从方程(3)的控制规律.图3与图1比较,起控后图3(a)与图1(a)的控制结果均为均匀定态: $x_c = x^* = 0.75$;图3(b)与图3(c)比较,起控后它们都具有相同的空间周期2控制结果.可以看出,在一定的控制参数条件下,控制结果与 ε 取值无关,均匀及非均匀耦合单峰格子具有相同的动力学行为并服从相同的控制规律.

可见,根据图2或方程(3),通过适当的选取 x_{\max} 和 x_{\min} ,可将表现为时空混沌的均匀系统(1)式控制到奇怪吸引子相空间中的任一均匀稳定态(边界除外).

3 利用控制方程采用不同的相空间压缩获得的稳定斑图

根据图2或方程(3),我们利用其规律性,采用不同的相空间压缩方法,对均匀耦合单峰格子(1)式中的时空混沌进行控制,获得的稳定斑图见图4.图4中, $x_n(i)_{\max}$ 和 $x_n(i)_{\min}$ 在不同的控制区域取不同的值,其他条件与图1相同.通过在不同的格子区域设置不同的相空间压缩参数,我们实现了控制并获得了各种所需要的稳定斑图.与图1中的情况类似,图4中控制区域边界的控制结果与控制区域中的控制结果不同.

4 结 论

本文采用相同的相空间压缩方法,有效地控制了均匀/非均匀耦合单峰格子中的时空混沌,并得出在一定控制参数区间的控制方程.利用该控制方程,通过采用不同的相空间压缩方法,获得了各种所需要的稳定斑图.

在流体力学、固体物理、光学、化学扩散反应以及生物学中,都存在时间和空间上同时具有复杂行为的系统.如何利用有效的方法对上述系统进行控制,并获得所需要的稳定状态,是人们目前正面临的一项极艰巨的任务.本文的控制方法简单而有效,它不需对所控制的动力学系统进行详细的分析,避

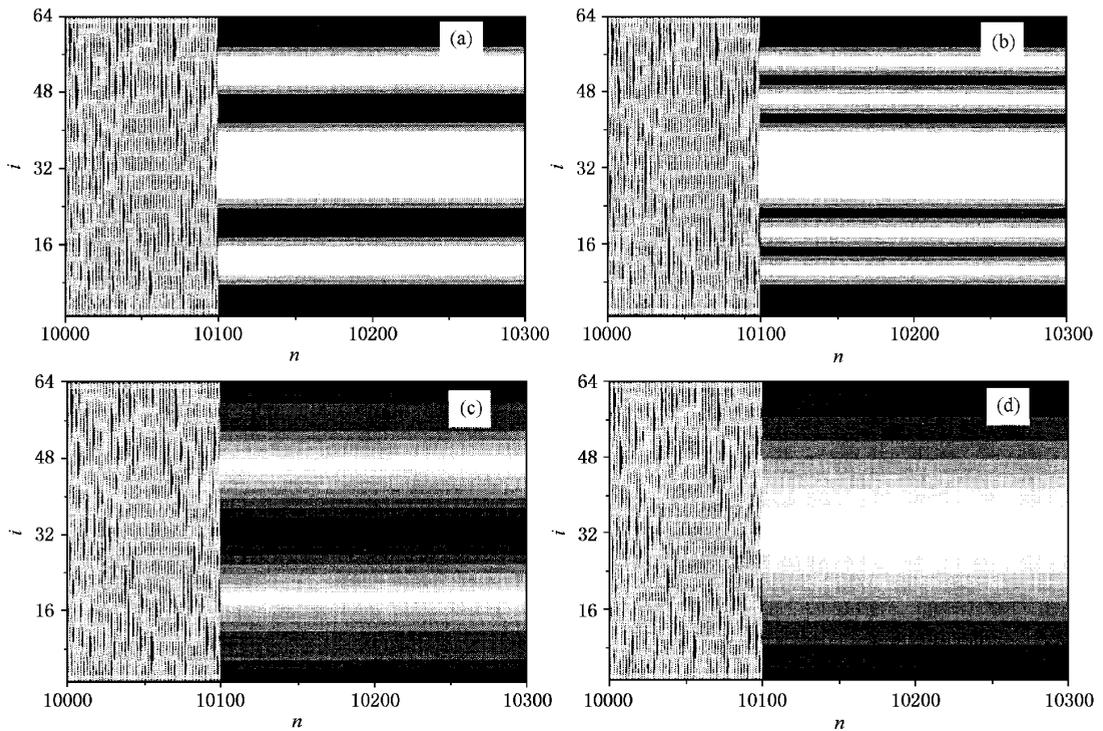


图 4 采用不同的相空间压缩方法在系统 1 式中获得稳定的斑图 根据图 2 或方程 3 在不同的控制区域选择不同的 $x_n(i)_{\max}$ 和 $x_n(i)_{\min}$ 其他条件与图 1 相同.

免了复杂的数学计算,同时根据控制方程,可获得所需要的任一稳定状态.因此,对于控制实际系统中

的时空混沌问题,此方法有重要的参考价值.

- [1] E. Ott, C. Grebogi, J. Yorke, *Phys. Rev. Lett.* , **64**(1990), 1196.
- [2] G. Hu, Z. L. Qu, *Phys. Rev. Lett.* , **72**(1994), 68.
- [3] D. Auerbach, *Phys. Rev. Lett.* , **72**(1994), 1184.
- [4] R. O. Grigoriev, M. C. Cross, H. G. Schuster, *Phys. Rev. Lett.* , **79**(1997), 2795.
- [5] P. Parmananda, M. Hildebrand, M. Eiswirth, *Phys. Rev.* , **E56**(1997), 239.
- [6] Y. S. Kwon, S. W. Ham, K. K. Lee, *Phys. Rev.* **E55**(1997),

2009.

- [7] P. Parmananda, Y. Jiang, *Phys. Lett.* , **A231**(1997), 159.
- [8] S. Sinha, N. Gupte, *Phys. Rev.* , **E58**(1998), R5221.
- [9] N. Parekh, S. Parthasarathy, S. Sinha, *Phys. Rev. Lett.* , **81**(1998), 1401.
- [10] X. S. Luo, *Acta Phys. Sin.* , **48**(1999), 402 [in Chinese] 罗晓曙 物理学报 **48**(1999), 402]
- [11] K. Kaneko, *Prog. Theor. Phys. Lett.* , **A111**(1985), 397.

CONTROLLING SPATIOTEMPORAL CHAOS IN COUPLED MAP LATTICE SYSTEMS

ZHANG XU SHEN KE

(*Department of Optical Physics , Changchun Institute of Optics and Fine Mechanics , Changchun 130022 , China*)

(Received 26 August 2000 ; revised manuscript received 23 October 2000)

ABSTRACT

We have effectively controlled spatiotemporal chaos in homogeneous and heterogeneous coupled map lattice systems by the same phase space compression. Numerical simulation results show that there is a definite functional relationship between the control results and control parameters in a certain region of compressed phase space , when we control the spatiotemporal chaos to homogeneous stable state. Using this control equation and selecting different phase-space compression parameters to control spatiotemporal chaos in a coupled map lattice systems , we successfully obtain various desired stable patterns.

Keywords : spatiotemporal chaos , coupled map lattice systems

PACC : 0545