

考虑界面状况时柱状弹性固体的声波散射*

陆 鹏 王耀俊

(南京大学近代声学国家重点实验室,声学研究所,南京 210093)

(2000 年 10 月 2 日收到,2000 年 11 月 10 日收到修改稿)

导出了求解母材料固体中镶嵌的柱状弹性固体(两固体间存在界面薄层)声波散射系数的一般表达式.根据 Flax 的共振散射理论,对背向散射谱中的共振模式进行了识别.利用模拟界面薄层的弹簧模型,考察了界面层切向劲度常数 K_T 对共振模式形态的影响

关键词:声波散射,共振模式,界面

PACC:4320,6265

1 引 言

1978 年,Flax 等人首先提出柱状弹性固体对声波的共振散射理论^[1],并指出:柱状弹性固体的声散射包含弹性体的共振散射和相同线度的刚体圆柱的散射两部分;从弹性圆柱的散射频谱中减去刚性圆柱的散射频谱便能得到弹性圆柱体共振散射模式相应频率及相对带宽的信息. Flax 等人的理论同样适用于弹性固体中充满流体的圆柱腔体对声波的散射问题,并预计可以从测得的共振散射实验资料反演腔体中流体的物理参数的可能性^[2]. 此后,圆柱体的共振散射理论问题引起了声学界的广泛兴趣,许多理论和实验结果已见报道^[3-7]. 但是,以前的研究仅限于流体中的弹性圆柱或弹性固体中的柱状流体,很少涉及镶嵌于固体母材料中弹性圆柱体共振散射问题^[8]. 后一问题的研究相对于流体中弹性圆柱的声散射要复杂得多,因为此时散射声场应包含散射纵波和散射横波,并且必须计及母材料固体与弹性圆柱体之间的界面联结特性.

本文将对母材料固体中镶嵌的弹性固体圆柱声波散射这一重要的基础问题做较深入的研究. 文中考虑两固体间有界面薄层时声场的一般表达式以及背向声散射谱中共振模式的识别,利用弹簧模型研究界面劲度常数对共振模式形态的影响.

2 散射声场的理论模型

2.1 界面内外媒质中的声场

假定在一无限大的母材料固体 I 中镶嵌一无限长的半径为 a 的纤维状圆柱固体 II,它们的拉密常数和密度分别以 λ_j, μ_j 和 $\rho_j (j = 1, 2)$ 表示;纤维与母材料之间存在很薄的界面层. 图 1 给出母材料、界面层和纤维与轴线相垂直的剖面图. 当角频率为 ω 的平面声波在固体 I 中沿 x 轴的方向垂直入射时,由于圆柱固体媒质 II 的散射,固体媒质 I 中将产生散射声场. 入射和散射声场中媒质质点的位移 u 可用标量势 ϕ 和矢量势 ψ 表示为

$$u = \nabla\phi + \nabla \times \psi. \quad (1)$$

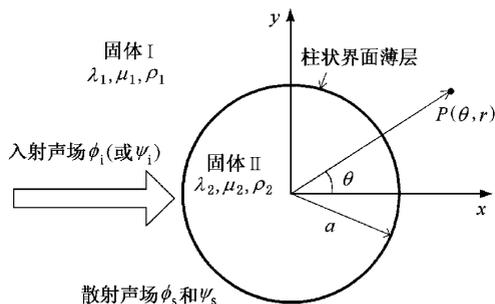


图 1 纵波(或横波)垂直入射至柱状弹性固体表面的示意图

建立图 1 中所示的柱状坐标系. 对于垂直入射的纵波和偏振方向位于 x - y 平面中的 SV 横波,散射场和圆柱体内部激发的驻波声场的矢量势只有 z 方向上的分量 ψ_z (本文中令 $\psi_z = \psi$). 这样声场中的

* 国家自然科学基金(批准号:19774030)资助的课题.

位移分量 u_r, u_θ 和应力分量 $\tau_{rr}, \tau_{r\theta}$ 均可用两个位移势函数 ϕ 和 ψ 表示

$$\begin{aligned} u_r &= \frac{\partial \phi}{\partial r} + \frac{\partial \psi}{r \partial \theta}, \\ \tau_{rr} &= \lambda \nabla^2 \phi + 2\mu \frac{\partial^2 \phi}{\partial r^2} + \frac{2\mu}{r} \left(\frac{\partial^2 \psi}{\partial r \partial \theta} - \frac{\partial \psi}{r \partial \theta} \right), \\ u_\theta &= \frac{\partial \phi}{r \partial \theta} - \frac{\partial \psi}{\partial r}, \\ \tau_{r\theta} &= \frac{2\mu}{r} \left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial r \partial \theta} - \frac{\partial \phi}{r \partial \theta} \right) + \mu \nabla^2 \psi - 2\mu \frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2}. \end{aligned} \quad (2)$$

平面入射纵波或平面入射 SV 横波的势函数均可用本征函数展开^[9]. 例如, 对于入射纵波,

$$\phi_i = \sum_{n=0}^{\infty} e_n i^n J_n(k_{11} r) \cos(n\theta), \quad (3)$$

对于入射横波,

$$\psi_i = \sum_{n=0}^{\infty} e_n i^n J_n(k_{11} r) \sin(n\theta), \quad (4)$$

其中 $i = \sqrt{-1}$, $k_{11} = \omega/C_{11}$, $k_{11} = \omega/C_{11}$, C_{11} , C_{11} 分别表示媒质 I 中纵波与横波声速, $J_n(\ast)$ 为 n 阶 Bessel 函数, e_n 为 Neumann 因子: $e_0 = 1$ ($n=0$), $e_n = 2$ ($n \geq 1$). 在 (2) 和 (3) 式中略去公共因子 $e^{-i\omega t}$ (下同).

媒质 I 中产生的散射纵波和散射 SV 横波则可表示为

$$\begin{aligned} \phi_s &= \sum_{n=0}^{\infty} A_n H_n^{(1)}(k_{11} r) \cos(n\theta), \\ \psi_s &= \sum_{n=0}^{\infty} B_n H_n^{(1)}(k_{11} r) \sin(n\theta), \end{aligned} \quad (5)$$

其中 $H_n^{(1)}(\ast)$ 为第一类 n 阶 Hankel 函数, A_n 和 B_n ($n=0, 1, 2, \dots$) 均为待定散射波系数.

入射波将在固体媒质 II 中激发驻波声场, 相应的势函数 ϕ_2 和 ψ_2 则可以展开为

$$\begin{aligned} \phi_2 &= \sum_{n=0}^{\infty} C_n J_n(k_{12} r) \cos(n\theta), \\ \psi_2 &= \sum_{n=0}^{\infty} D_n J_n(k_{12} r) \sin(n\theta), \end{aligned} \quad (6)$$

其中 $k_{12} = \omega/C_{12}$, $k_{12} = \omega/C_{12}$, C_{12} , C_{12} 为柱状媒质 II 中纵波和横波的波速, 而 C_n 和 D_n ($n=0, 1, 2, \dots$) 亦为待定系数.

我们也能写出柱状界面薄层中的声场质点位移势函数的级数展开形式, 这些展开式与 (6) 式相似, 只是其中的 Bessel 函数应改写为 Bessel 函数和 Neumann 函数的线性组合, 而 k_{12} 和 k_{12} 应写成界面薄层媒质中相应的波数. 但对于厚度远小于声波波长和圆柱曲率半径的界面薄层, 根据界面弹簧模型可用等效声学边界条件联系薄层两边的声场, 从而

简化了声波散射的分析与计算. 研究表明, 在一般条件下, 准弹簧模型有很好的准确度^[10]. 据此, 界面 $r = a$ 处的声学边界条件可写为

$$\begin{aligned} (u_{r1} - u_{r2}) &= \tau_{rr2}/K_N (u_{\theta1} - u_{\theta2}) = \tau_{r\theta2}/K_T, \\ \tau_{rr1} &= \tau_{rr2}, \tau_{r\theta1} = \tau_{r\theta2}, \end{aligned} \quad (7)$$

其中下标 1 和 2 分别对应界面内外媒质 I 和 II, K_N 和 K_T 代表界面薄层的法向和切向劲度常数.

将 (3) (5) 和 (6) 式代入 (2) 式, 并注意到媒质 I 中声场应是入射声场和散射声场的叠加, 再应用边界条件 (7) 式, 可以得到一组包含系数 A_n, B_n, C_n 和 D_n 的线性方程组, 其矩阵形式为

$$[a_{ij}^{(n)}] [A_n, B_n, C_n, D_n]^T = [F_i^{(n)}], \quad (8)$$

其中 A_n 和 B_n 代表纵波入射时散射波势函数的系数. 用 (4) 式替代 (3) 式, 重复上述数学求解过程, 同样可以导出 SV 横波入射时所满足的线性方程组 (其形式与 (8) 式相同), 求得横波入射时的散射系数. 方程组表明: 两种类型的声波入射时 (8) 式中 4×4 阶的矩阵 $[a_{ij}^{(n)}]$ 完全一致, 而列矩阵 $[F_i^{(n)}]$ 不同. 本文附录中给出了 $[a_{ij}^{(n)}]$ 和 $[F_i^{(n)}]$ 各元素的代数式.

综上所述, 由 (8) 式可分析考虑了界面状况时镶嵌在固体媒质 I 中的柱状弹性固体的声散射声场. 可以预料, 界面劲度常数对散射声场将产生重要影响. 另外, 对于通常考虑的两种极端情况, 即刚性联结界面和滑移联结界面, 同样可以由 (8) 式求得相应的散射声场系数 A_n 和 B_n . 例如, 当界面处于刚性联结状态时, 界面处位移和应力连续, 这时各元素表达式中的 N_N 和 K_T 均趋于 ∞ (其倒数为零); 而对滑移联结状态, 只需令其中 $K_N \rightarrow \infty$, $K_T \rightarrow 0$ 即可.

2.2 背向散射谱的形式

将由 (8) 式求得的散射系数 A_n, B_n 代入 (5) 式, 取其中柱函数大宗量近似表达式, 乘以归一化因子, 然后取模, 便得圆柱体的纵波或 SV 横波在 θ 方向上的归一化散射谱. 例如, 纵波入射时散射纵波的频谱为

$$\begin{aligned} f_{1l}(\theta) &= \left| \sum_{n=0}^{\infty} f_{1n}(\theta) \right| \\ &= \left(\frac{2}{\pi k_{11} a} \right)^{1/2} \left| \sum_{n=0}^{\infty} A_n i^{-n} \cos(n\theta) \right|, \end{aligned} \quad (9)$$

横波入射时散射横波的频谱为

$$f_{1t}(\theta) = \left| \sum_{n=0}^{\infty} f_{1n}(\theta) \right|$$

$$= \left(\frac{2}{\pi k_{\perp 1} a} \right)^{1/2} \left| \sum_{n=0}^{\infty} B_n i^{-n} \cos(n\theta) \right|, \quad (10)$$

$\theta = \pi$ 时的散射谱称为背向散射谱,与背向散射波和入射波频谱幅值之比有关.由(9)和(10)式不难得到两种背向散射谱的表达式为

$$f_{\perp}(\pi) = \left(\frac{2}{\pi k_{\perp 1} a} \right)^{1/2} \left| \sum_{n=0}^{\infty} A_n i^n \right|, \quad (11)$$

$$f_{\parallel}(\pi) = \left(\frac{2}{\pi k_{\perp 1} a} \right)^{1/2} \left| \sum_{n=0}^{\infty} B_n i^n \right|. \quad (12)$$

3 背向散射谱中的共振模式

3.1 背向散射谱的数值计算

利用(12)式,数值计算了 SV 横波入射时的横波背向散射谱 $f_{\perp}(\pi)$,其结果如图 2 所示.为核对本文所采用计算方法的正确性,计算中各媒质参数与文献[8]中所采用的相同,设媒质 I 为环氧树脂,媒质 II 为不锈钢,它们的密度和拉密常见表 1.计算中设两种媒质间呈刚性联结,即 $[a_i^{(n)}]$ 各元素中的 K_N 和 K_T 均趋于无穷大.得到的结果与文献[8]中的图 3 完全相同.

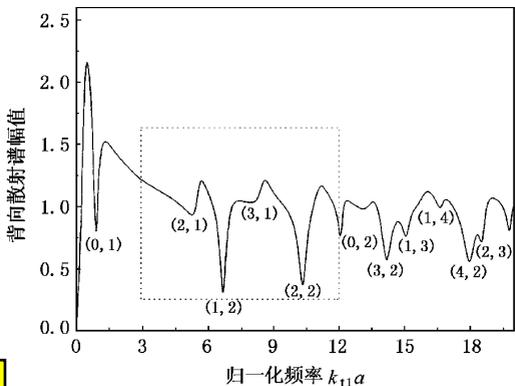


图 2 不锈钢圆柱体/树脂胶复合媒质的背向声散射谱 $f_{\perp}(\pi)$

表 1 固体媒质 I 和 II 的有关参量^[8,11]

媒质	密度	拉密常量	
	$\rho / (\text{kg}/\text{m}^3)$	λ / GPa	μ / GPa
环氧树脂	1129	3.9	2.0
铜	8933	105	48
不锈钢	9449	140.2	93.8

同样,利用(11)式还数值计算了纵波入射时纵波背向散射谱 $f_{\parallel}(\pi)$,结果见图 3.计算中设媒质 I

为环氧树脂,媒质 II 为铜(其物理参量也列于表 1),两媒质间同样是刚性联结,所得结果与文献[11]中图 3 完全相同.两图中点线所框出的部分分别对应文献[8]和[11]中的数值结果.由图 2 和图 3 可以看出,背向散射谱 $f_{\perp}(\pi)$ 和 $f_{\parallel}(\pi)$ 随频率的变化很大,多处出现谷值,这与流体中弹性圆柱体和多孔圆柱体的背向散射谱相似^[12,12],谷值的出现与弹性固体柱的共振现象有关.但前人对固体/固体复合媒质的声散射时出现的共振现象未进行过具体的分析.

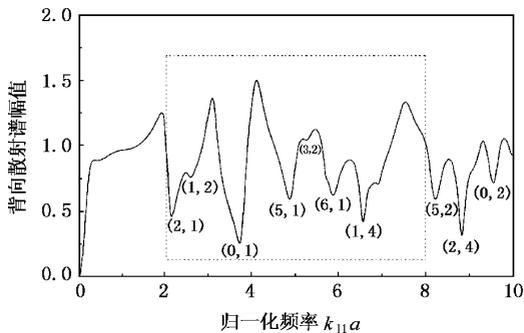


图 3 铜圆柱体/树脂胶复合媒质的背向声散射谱 $f_{\perp}(\pi)$

3.2 共振散射模式的识别

由(9)–(12)式可以看出,背向散射谱 $f_{\perp}(\pi)$ 或 $f_{\parallel}(\pi)$ 都是由各阶散射波分波相应的散射谱 $f_{ln}(\pi)$ 或 $f_{tn}(\pi)$ 叠加而成的,它和各阶模式的散射系数 A_n (或 B_n) 有密切的关系.按 Flax 的共振散射理论,它们由两个部分组成^[12]:相同线度的刚性柱体的散射谱和弹性柱体的共振散射模式.略去刚性柱体内部的声场,并利用 $r = a$ 处的边界条件(媒质 I 中的入射波和散射波产生的位移等于零),容易求得刚性柱体的散射谱.这样从弹性柱体 n 阶分波的背向散射谱 $f_{ln}(\pi)$ 或 $f_{tn}(\pi)$ 中减去刚性柱体的 n 阶分波背向散射谱 $f_{ln}^{\text{rig}}(\pi)$ 或 $f_{tn}^{\text{rig}}(\pi)$,就可以得到固体柱体的 n 阶分波的共振散射模式(以下简称 n 阶共振模式) $f_{ln}^{\text{res}}(\pi)$ 或 $f_{tn}^{\text{res}}(\pi)$:

$$f_{ln}^{\text{res}}(\pi) = \left(\frac{2}{\pi k_{\perp 1} a} \right)^{1/2} \left| i^n (A_n - A'_n) \right|, \quad (13)$$

$$f_{tn}^{\text{res}}(\pi) = \left(\frac{2}{\pi k_{\perp 1} a} \right)^{1/2} \left| i^n (B_n - B'_n) \right|, \quad (14)$$

其中 A'_n, B'_n 分别为相同线度的刚性圆柱体的 n 阶散射分波系数.下面给出一些数值计算的结果.

先考虑横波入射不锈钢圆柱体/树脂胶复合媒质 $n = 1, m = 2$ 时横波背向散射谱、相同线度的刚性

柱体的背向散射谱以及不锈钢柱体的共振模式. 其结果分别示于图 4 和图 5. 图 4 和图 5 的结果表明, 对 $n=1, m=2$ 的分波, 在 $0 \leq k_{11}a \leq 20$ 的范围内将出现多个共振频率(称为本征频率), 图中分别标出 $l(=1, 2, 3, \dots)$. 可以看出, $n=1$ 和 $n=2$ 时所出现的共振频率对应的频带宽度和强度不同.

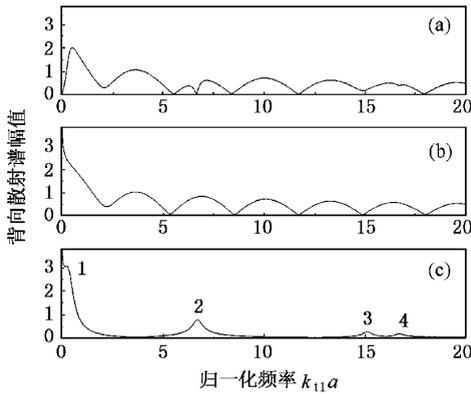


图 4 横波入射 $n=1$ 时树脂胶中不锈钢圆柱体的背向散射谱(a) 刚性圆柱体的背向散射谱(b) 和不锈钢圆柱体的散射共振模式(c)

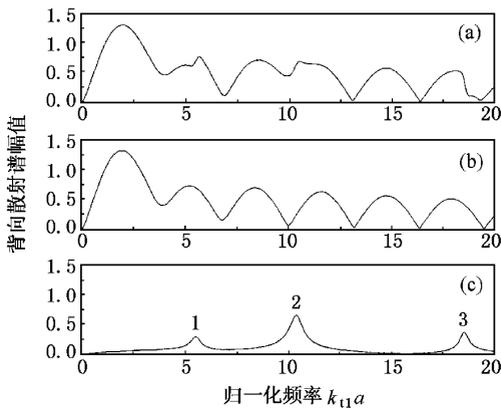


图 5 横波入射 $n=2$ 时树脂胶中不锈钢圆柱体的背向散射谱(a) 刚性圆柱体的背向散射谱(b) 和不锈钢圆柱体的散射共振模式(c)

可以对其他分波做相同的分析, 结果表明, 每阶共振模式都包含一系列的本征频率 $l=1, 2, 3, \dots$, 这样必须用两个数值(n, l) 确定共振模式的位置. $n=0$ 对应的分波与角度 θ 无关, 其共振模式代表一种径向振动. Flax 的共振散射理论指出, 对每种模式 $n, l=1$ 对应 Rayleigh 波, $l=2, 3, \dots$ 则对应 Whispering Gallery 波, 它们均沿着界面绕行^[2]. 固体中圆柱空腔散射时沿固体一侧表面绕行的表面波则称为 Creeping 波^[13, 14]. 不同频率的入射声波都能激

发这些界面波, 但只有当这些波的相位匹配时(界面周长为波长的整数倍), 才能引起共振. 图 2 标出了几种共振模式在背向散射谱上的位置, 它们与谱的谷值相重合, 其中模式(1, 2)(1, 3)(1, 4)及(2, 1), (2, 2)(2, 3)由图 4 和图 5 确定, 但低频时激发的共振模式(1, 1)被圆柱刚体散射谱淹没, 在图 2 中无法识别.

用同样的方法也对树脂胶中纵波入射到铜圆柱体时的纵波背向散射谱中共振模式进行了识别, 各模式(n, l) 的位置示于图 3.

4 界面状况对背向散射谱的影响

媒质 I 和媒质 II 之间的界面状况将决定界面波的传播速度, 因而可以预料界面劲度常数 K_T 和 K_N 对声波散射可能影响很大. 至今对两固体间界面劲度常数与声导波和声反射的关系已有较深入研究^[15-17], 但界面特性对声散射的影响却很少见报道^[18]. 为此, 考察了界面呈刚性联结和滑移联结时不锈钢圆柱体/树脂胶复合媒质的横波背向散射谱 $f_{11}(\pi)$ 的特性, 数值计算的结果见图 6. 由图 6 可以看出, 两种边界状况下的横波散射特性存在明显的差别, 共振模式对应的频率和强度都不相同. 采用本文中的方法, 也可以识别滑移边界条件时的共振模式. 图 6 中两处点线所框的部分分别给出共振模式(2, 1)和(1, 2)在两种界面状态时所对应的频率和频带宽度. 根据界面的弹簧模型^[10], 界面切向劲度常数 K_T 是描述界面承受切向应力能力的主要参数, 例如, 滑移界面无法承受切向应力, 界面处切向应力消失, 切向位移不连续, 这时 K_T 趋于零; 界面状况的变化将改变 K_T 的数值. 下面将具体分析共振模

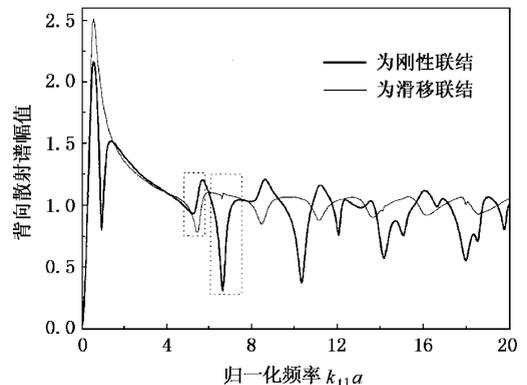


图 6 不锈钢/树脂胶复合媒质中界面呈刚性联结和滑移联结时的横波背向散射谱 $f_{11}(\pi)$

式(2.1)和(1.2)随 K_T 变化规律.

图7和图8分别用点线表示共振模式(2.1)和(1.2)的谷值随 K_T 的变化特征,用圆点标志了不同 K_T 值时共振模式谷值的极值点.数值计算表明,当 K_T 取 1.0×10^{11} 和 $1.0 \times 10^{14} \text{ N/m}^3$ 时的共振模式形态已分别与滑移联结和刚性联结的形态十分接近.比较图7和图8,可以发现 K_T 的变化对不同共振模式所对应的谷值的影响不同.共振模式(2.1)所对应的共振谷值的幅度随 K_T 的增大而减小,而模式(1.2)的幅度则呈现相反的变化趋势.由此可以证实界面边界条件对声散射有着很重要的影响.这表明利用这些共振模式(在背向散射谱中表现为谷值)随边界条件的变化规律,有可能由弹性圆柱的声散射谱中某些共振模式位置和形态的变化来评价两种柱状固体间的边界联结状况

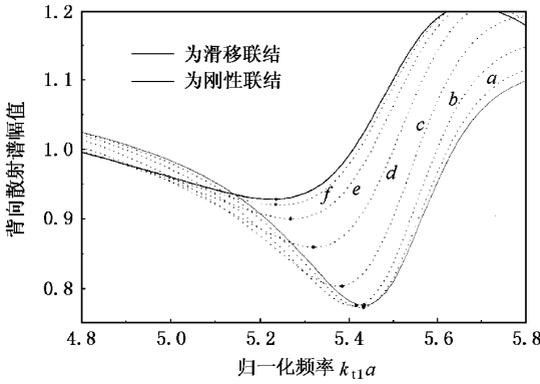


图7 不锈钢圆柱体/树脂胶复合媒质共振模式(2.1)对应的谷值随 K_T 的变化特性.各点线对应的 K_T 值分别为 4.0×10^{11} (曲线 a), 1.0×10^{12} (曲线 b), 2.5×10^{12} (曲线 c), 6.3×10^{12} (曲线 d), 1.6×10^{13} (曲线 e), 4.0×10^{13} (曲线 f), 单位均为 N/m^3

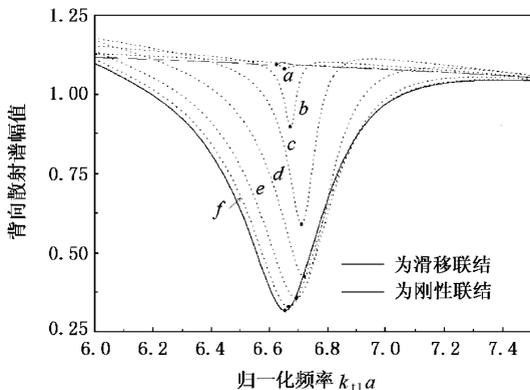


图8 不锈钢圆柱体/树脂胶复合媒质共振模式(1.2)对应的谷值随 K_T 的变化特性.各点线对应的 K_T 值同图7

5 结 语

本文重点讨论了固体母材料中柱状弹性固体声波散射谱中共振现象,并根据 Flax 理论对共振模式进行了识别.散射共振模式起因于界面波的同位相叠加,因而与界面联结状况有密切联系.为此研究了界面劲度常数 K_T 对某些共振模式的影响,发现 K_T 的变化对共振模式对应的谷值的位置和形态的影响很大.这一现象对界面的超声无损评价可能有一定意义.

附 录 $a_{ij}^{(n)}, F_i^{(n)}$ 各元素的数学表达式

$$a_{1,1}^{(n)} = -k_{11} H_n'(k_{11} a),$$

$$a_{1,2}^{(n)} = -\frac{n}{a} H_n(k_{11} a),$$

$$a_{1,3}^{(n)} = k_{12} J_n'(k_{12} a) + \frac{1}{K_T} \left[(\lambda_2 + 2\mu_2) k_{12}^2 J_n'(k_{12} a) + \frac{\lambda_2}{a} k_{12} J_n'(k_{12} a) - \frac{n^2}{a^2} \lambda_2 J_n(k_{12} a) \right],$$

$$a_{1,4}^{(n)} = \frac{n}{a} J_n(k_{12} a) + \frac{2\mu_2 n}{K_T a} \left[k_{12} J_n'(k_{12} a) - \frac{1}{a} J_n(k_{12} a) \right],$$

$$a_{2,1}^{(n)} = \frac{n}{a} H_n(k_{11} a),$$

$$a_{2,2}^{(n)} = k_{11} H_n'(k_{11} a),$$

$$a_{2,3}^{(n)} = -\frac{n}{a} J_n(k_{12} a) + \frac{2\mu_2 n}{K_T a} \left[\frac{1}{a} J_n(k_{12} a) - k_{12} J_n'(k_{12} a) \right],$$

$$a_{2,4}^{(n)} = -k_{12} J_n'(k_{12} a) + \frac{\mu_2}{K_T} \left[\frac{1}{a} k_{12} J_n'(k_{12} a) - k_{12}^2 J_n'(k_{12} a) - \frac{n^2}{a^2} J_n(k_{12} a) \right]$$

$$a_{3,1}^{(n)} = \frac{n^2}{a^2} \lambda_1 H_n(k_{11} a) - (\lambda_1 + 2\mu_1) k_{11}^2 H_n'(k_{11} a) - \frac{\lambda_1}{a} k_{11} H_n'(k_{11} a),$$

$$a_{3,2}^{(n)} = \frac{2\mu_1 n}{a} \left[\frac{1}{a} H_n(k_{11} a) - k_{11} H_n'(k_{11} a) \right],$$

$$a_{3,3}^{(n)} = (\lambda_2 + 2\mu_2) k_{12}^2 J_n'(k_{12} a) + \frac{\lambda_2}{a} k_{12} J_n'(k_{12} a) - \frac{n^2}{a^2} \lambda_2 J_n(k_{12} a),$$

$$a_{3,4}^{(n)} = \frac{2\mu_2 n}{a} \left[k_{12} J_n'(k_{12} a) - \frac{1}{a} J_n(k_{12} a) \right],$$

$$a_{4,1}^{(n)} = \frac{2n\mu_1}{a} \left[k_{11} H_n'(k_{11} a) - \frac{1}{a} H_n(k_{11} a) \right],$$

$$a_{4,2}^{(n)} = \mu_1 \left[k_{11}^2 H_n'(k_{11} a) + \frac{n^2}{a^2} H_n(k_{11} a) - \frac{1}{a} k_{11} H_n'(k_{11} a) \right],$$

$$a_{4,3}^{(n)} = \frac{2\mu_2 n}{a} \left[\frac{1}{a} J_n(k_{12} a) - k_{12} J_n'(k_{12} a) \right],$$

$$a_{4,4}^{(n)} = \mu_2 \left[\frac{1}{a} k_{12} J_n'(k_{12} a) - k_{12}^2 J_n'(k_{12} a) - \frac{n^2}{r^2} J_n(k_{12} a) \right].$$

纵波入射时的 $F_i^{(n)}$ 为

$$F_1^{(n)} = \frac{e_n i^n}{\rho \omega^2} k_{11} J_n'(k_{11} a),$$

$$F_2^{(n)} = -\frac{e_n i^n}{\rho \omega^2} J_n(k_{11} a),$$

$$F_3^{(n)} = \frac{e_n i^n}{\rho \omega^2} \left[(\lambda_1 + 2\mu_1) k_{11}^2 J_n'(k_{11}a) + \frac{\lambda_1}{a} k_{11} J_n'(k_{11}a) - \frac{n^2 \lambda_1}{a^2} J_n(k_{11}a) \right],$$

$$F_4^{(n)} = \frac{2\mu_1 n e_n i^n}{\rho \omega^2 a} \left[\frac{1}{a} J_n(k_{11}a) - k_{11} J_n'(k_{11}a) \right].$$

横波入射时的 $F_i^{(n)}$ 为

$$F_1^{(n)} = \frac{e_n i^n n}{\rho \omega^2 a} J_n(k_{11}a),$$

$$F_2^{(n)} = -\frac{e_n i^n}{\rho \omega^2} k_{11} J_n'(k_{11}a),$$

$$F_3^{(n)} = \frac{2\mu_1 n e_n i^n}{\rho \omega^2 a} \left[k_{11} J_n'(k_{11}a) - \frac{1}{a} J_n(k_{11}a) \right],$$

$$F_4^{(n)} = \frac{\mu_1 e_n i^n}{\rho \omega^2} \left[k_{11}^2 J_n'(k_{11}a) - \frac{1}{a} k_{11} J_n'(k_{11}a) - \frac{n^2}{a^2} J_n(k_{11}a) \right].$$

- [1] L. Flax ,L. R. Dragonette ,H. Überall ,*J. Acoust. Soc. Am.* , **63** (1978) ,723.
- [2] L. Flax ,Theory of Resonance Scattering , in *Physical Acoustics* , **15** ,edited by W. P. Mason ,R. N. Thurston (Academic Press , New York ,1981) pp. 191—294.
- [3] G. Maze ,*Phys. Lett.* , **84A**(1981) ,309.
- [4] G. Quentin A Cand ,*Electron. Lett.* , **25**(1989) ,353.
- [5] F. Léon ,F. Lecroq ,D. Déculot *et al.* , *J. Acoust. Soc. Am.* , **91** (1992) ,1388.
- [6] T. Li ,M. Ueda ,*J. Acoust. Soc. Am.* , **86**(1989) ,2363.
- [7] F. Honarva ,A. N. Sinclair ,*J. Acoust. Soc. Am.* , **100**(1996) , 57.
- [8] Y. Fan ,A. N. Sinclair ,F. Honarva ,*J. Acoust. Soc. Am.* , **106** (1999) ,1229.
- [9] Y. J. Wang ,X. H. Ou ,W. Ning ,*Chin. Phys. Lett.* , **11**(1994) , 211.
- [10] S. T. Hu ,Y. J. Wang ,W. Y. Zhu ,*J. Nanjing University(Natural Science)* **31**(1995) ,78.
- [11] P. Beattie ,R. C. Chivers ,L. W. Anson ,*J. Acoust. Soc. Am.* , **94** (1993) ,3421.
- [12] Y. F. Zhou ,Y. J. Wang ,L. Ma ,T. F. Gao ,*Acta Phys. Sin.* , **49** (2000) 480 (in Chinese) 周宇峰、王耀俊、马力、高天赋 ,*物理学报* **49**(2000) 480] .
- [13] C. F. Ying ,S. Y. Zhang ,L. S. Wang ,*Scientia Sinica* , **24** (1981) ,1509.
- [14] C. F. Ying ,Photoelastic Visualization and Theoretical Analyses of Scattering of Ultrasonic Pulses in Solid , in *Physical Acoustics* , **19** ,edited by W. P. Mason ,R. N. Thurston (Academic Press , New York ,1990) p. 291.
- [15] Y. J. Wang ,W. Ning ,X. H. Ou ,*Acta Phys. Sin. (Overseas Edition)* , **3**(1994) ,561.
- [16] G. S. Du ,Y. J. Wang ,Y. F. Yuan ,Q. C. Zhou ,*Acta Phys. Sin.* , **47**(1998) 27 (in Chinese) 杜光升、王耀俊、袁忆丰、赵庆昌 ,*物理学报* **47**(1998) 27] .
- [17] R. Zhang *et al.* ,*Acta Phys. Sin.* , **49**(2000) ,1297 (in Chinese) [张锐等 ,*物理学报* **49**(2000) ,1297] .
- [18] F. Honarva ,A. N. Sinclair ,*Ultrasonics* , **36**(1998) ,845.

SOUND WAVE SCATTERING BY ELASTIC CYLINDER ENCASED IN SOLID MATRIX WITH INTERPHASE LAYER*

LU PENG WANG YAO-JUN

(*State Key Laboratory of Modern Acoustics and Institute of Acoustics, Nanjing University, Nanjing 210093, China*)

(Received 2 October 2000; revised manuscript received 10 November 2000)

ABSTRACT

The general equation for determining the scattered sound wave coefficients by an elastic cylinder encased in solid matrix is derived. A thin interphase layer between the matrix and cylinder is taken into account. The resonance modes and related eigenfrequencies in the backscattering spectra are discerned based on the Flax's theory. By using the spring model for interphase layer, the effect of the shear stiffness constant K_T on the resonance scattering modes is evaluated.

Keywords : sound wave scattering, resonance mode, interface

PACC : 4320, 6265

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 19774030).