

# 模拟细观非均质材料破坏演化的 物理元胞自动机理论\*

谭云亮<sup>1)</sup> 周 辉<sup>2)</sup> 王泳嘉<sup>2)</sup> 马志涛<sup>1)</sup>

<sup>1)</sup> 山东科技大学工程力学系 泰安 271019)

<sup>2)</sup> 东北大学采矿系 沈阳 110006)

(2000 年 10 月 6 日收到, 2000 年 11 月 21 日收到修改稿)

根据非均质材料的细观特征, 从基本的能量传递定律出发, 建立了一种新的描述细观非均质材料破坏演化的物理元胞自动机(PCA)理论. 该理论能够对岩石、混凝土等非均质材料破坏演化进行有效模拟, 突破了传统元胞自动机仅限于数学规则运算的框架, 使之成为一种有效的物理力学方法. 与岩石力学实验结果对比分析表明, PCA 模拟结果与实验结果基本符合.

关键词: 元胞自动机, 细观非均质材料

PACC: 4630N

## 1 引 言

许多材料, 如岩石、混凝土等在细观上为典型的非均质材料. 由于材料的非均质性, 在一定的受力条件下, 在弱化区首先产生损伤与破坏, 因而, 损伤力学的应用便成为近几年力学界关注的焦点之一<sup>[1-3]</sup>. 但像岩石等细观非均质材料损伤本构关系的复杂性, 限制了损伤力学方法的应用范围. 元胞自动机(cellular automaton, CA)最早由 Von Neumann<sup>[4]</sup>提出, 是一种在随机初始条件下, 通过构造简单的数学规则, 描述离散动力系统内部单元之间因强烈的非线性作用而导致系统自组织演化过程的一种数学模型. 近几年来, 该方法在可压缩流体模拟<sup>[14, 15]</sup>及地震活动性模拟<sup>[5-9]</sup>等方面得到广泛应用. 然而, 迄今为止, 元胞自动机模型模拟固体介质方面大都是基于简单的滑块模型而建立的, 未能达到对实际材料介质的不均质性和不同加载方式所致材料破坏演化规律进行有效模拟. 为此, 本文在前人研究的基础上, 初步建立了一种能够模拟细观非均质材料破坏演化的物理元胞自动机(physical cellular automaton, 缩写为 PCA)理论.

## 2 PCA 的基本原理

根据细观非均质材料的细观结构(如图 1 所示), 可将研究域等效划分为  $N \times N$  的方块(如图 2 所示), 每个方块定义一个元胞. 又根据材料细观结构自相似特征, 一定量的元胞单元可以有效模拟岩石等材料的细观结构.

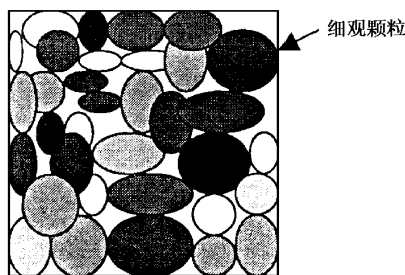


图 1 材料细观结构

对于任意一个处在  $(x_i, y_i)$  位置的元胞, 在  $t$  时刻所储存的广义能量用  $WE(x_i, y_i, t)$  表示. 该元胞在  $t$  时刻允许存储的极限能量(相当于材料的极限强度)用  $WE_{TH}(x_i, y_i, t)$  表示. 当  $WE(x_i, y_i, t)$  大于  $WE_{TH}(x_i, y_i, t)$  时, 则认为该元胞破坏, 用  $FN(t)$  表

\* 国家自然科学基金(批准号: 59804005)资助的课题.

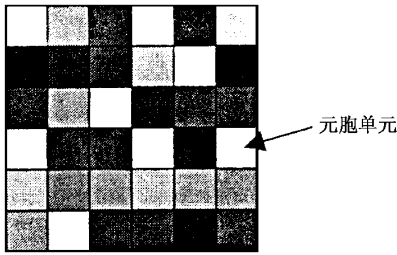


图2 元胞网格等效划分

示在  $t$  时刻整个系统元胞破裂的总数. PCA 的模拟规则如下:

1. 按一定的概率分布设置初始状态元胞的破裂阈值  $WE_{TH}(x_i, y_i, 0)$  初始元胞能量  $WE(x_i, y_i, 0)$  及元胞破裂后向不同方向传递能量的概率  $P(i)$  以体现材料细观的非均质性和各向异性. 用局部能量吸引域, 来代表材料内部弱化区域, 按一定方式每时步向系统输入广义能量的粒子来实现对系统的加载. 细观非均质材料单元破坏后, 以声波、热能和新生裂纹等消耗的那部分能量用能量耗散系数  $NH(t)$  来表征, 因而, PCA 可以用来模拟耗散的开放系统.

2. 在每个时步内随机选择元胞  $(x_i, y_i)$ , 按一定规则将能量输入给该元胞.

3. 检查系统内各元胞能量大小, 若某个元胞的能量  $WE(x_i, y_i, t)$  满足条件

$$WE(x_i, y_i, t) \geq WE_{TH}(x_i, y_i, t), \quad (1)$$

则认为该元胞达到了破坏极限, 同时, 按照相应的传递规则将其能量传递给相邻的元胞. 此时把破裂元胞  $(x_i, y_i)$  的能量置为零, 即  $WE(x_i, y_i, t) = 0$ . 当研究域内所有元胞的能量均小于其破裂阈值时, 即认为系统完成了一步破坏演化.

4. 按上述规则, 即可得到一个随时步变化的元胞破裂能量序列. 由于材料的破裂过程与声发射有着对应关系<sup>[10]</sup>, 是系统释放能量的体现, 因而可以将元胞破裂的能量序列当量于材料破裂过程的声发射序列.

### 3 细观非均质材料性质的 PCA 表达

#### 3.1 非均质性

细观非均质材料内部各细观单元体的强度是不同的, 因存在许多局部软弱区, 即呈现非均质性, 这一性质被一些学者认为是岩石等材料受力破坏的根

本原因<sup>[11]</sup>. 对于非均质性, 在 PCA 中, 通过在初始时刻, 给每个元胞赋予不同的破裂阈值(可在 1, 2, 3, 4 中按概率取值), 非均质的程度可由破裂阈值为  $i$  ( $i = 1-4$ ) 的元胞数占总数的比例  $P(i)$  来表达, 其中  $P(i)$  满足  $\sum_{i=1}^4 P(i) = 1$ .

#### 3.2 各向异性

除了非均质性以外, 岩石等材料性质往往呈现明显各向异性. PCA 通过设置元胞破裂时广义能量沿不同方向上的传递概率的大小来体现材料的各向异性. 如图 3 所示, 元胞 0 破裂后将向元胞 1, 2, 3, 4 传递能量, 传递能量概率大小的不同表征各方向传递广义能量的能力的强弱. 例如设置元胞 3, 4 的能量接受概率  $P_3 = P_4$  大于(或小于)元胞 1, 2 的能量接受概率  $P_1 = P_2$ , 且  $\sum_{i=1}^4 P_i = 1$ , 则说明材料在水平方向和垂直方向的性质是不同的. 若将这个广义“能量”当量地视为应力, 则传递能量的能力(或接受概率)可当量于弹模. 若  $P_1 \neq P_2 \neq P_3 \neq P_4$ , 则为典型的各向异性情形.

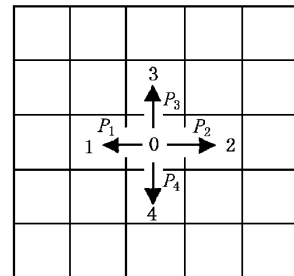


图3 各向异性 PCA 能量传递示意图



#### 3.3 材料内弱化区的模拟

实验和理论研究已表明, 岩石等材料内部弱化区的存在是材料损伤演化的主要原因. 因此, 弱化区的表达尤为重要. PCA 模型采用如下处理方法: 如图 4 所示, 黑色元胞为裂纹或弱化区穿过处, 设置该区域所贯通元胞的初始破裂阈值为  $WE_{TH}(x_i, y_i, 0) = 0$ ; 同时, 在弱化区的两侧一定范围内设置能量吸引域(如图 4 中“×”所示), 将吸引域内的元胞破裂阈值  $WE_{TH}(x_i, y_i, 0)$  ( $(x_i, y_i) \in$  能量吸引域) 设置为 0 或 1, 域内元胞能量小于或等于吸引域周围的元胞破裂阈值, 即体现弱化区域内及其附近处材料易先破坏的特点.

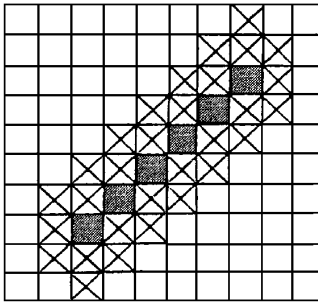


图 4 裂纹吸引域示意图



## 4 PCA 加载与卸载方式

### 4.1 加载

PCA 对加载方式的模拟是通过在每个时步内输入给系统不同的广义能量粒子数  $C(t)$  来实现,  $C(t)$  越大, 表现系统加载应力越大;  $C(t)$  越小, 系统加载应力越小. 能量输入方式可有如下形式:

恒定输入方式:  $C(t) = \text{常整数}$ ;

恒速率输入方式:  $C(t) = \ln(a + bt)$ ,  $a, b$  为常数,  $t$  为时步;

一般输入方式:  $C(t) = \ln[f(t)]$ ,  $f(t)$  为任意函数.

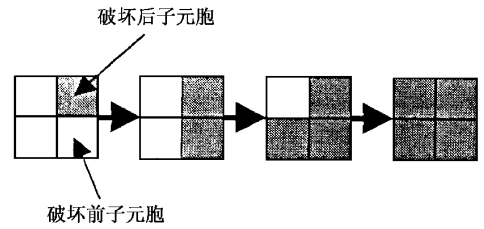
### 4.2 卸载

在 PCA 模型中, 卸载是通过按时步减小系统的广义能量来实现. 设需要由系统中卸载的总能量为  $M$  在每个时步内, 从系统中随机选择一个元胞  $(x_i, y_i)$ , 若其广义能量  $WE(x_i, y_i, t) \neq 0$ , 则令  $WE(x_i, y_i, t+1) = WE(x_i, y_i, t-1)$ ; 若  $WE(x_i, y_i, t) = 0$ , 则再选择一个元胞, 一直选到  $WE(x_i, y_i, t) > 0$  的元胞为止. 按照这种方式, 每时步从系统中“卸载”掉一个能量粒子, 直到总卸载能量等于  $M$  为止.

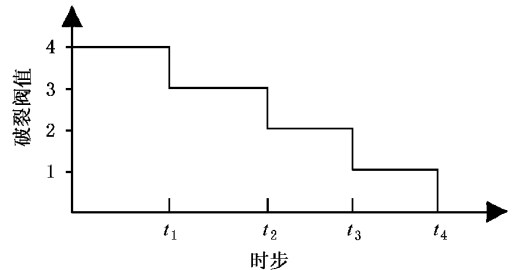
## 5 细观非均质材料损伤的 PCA 表达

由于材料的损伤破坏演化是一个渐进的动态过程, 而且随着加载进程的变化而不断变化. 如前所述, PCA 通过每时步内向系统内输入能量粒子数  $C(t)$  体现着加载行为. 为了更有效反映细观非均质材料这种渐进损伤演化过程, 可将每个元胞 (cell) 进

一步分为 4 个子元胞 (subcell). 每个元胞内各子元胞的渐进破坏体现该元胞渐进损伤破坏过程, 如图 5 所示.



(a) 子元胞破裂过程



(b) 细胞损伤过程能量变化

图 5 元胞损伤演化过程

在损伤力学中, 损伤变量  $D$  定义为

$$D = \frac{S_0 - S^*}{S_0}, \quad (2)$$

式中  $S_0$  为未损伤的总面积,  $S^*$  为损伤后有效承载面积.

据此, 可在 PCA 中定义  $t$  时刻系统损伤变量  $D(t)$  为破坏子元胞的面积与所有元胞面积之比:

$$D(t) = \frac{\sum_{(x_i, y_i) \in \text{元胞矩阵}} S_j(x_i, y_i, t) - n(t)S^*}{\sum S}, \quad (3)$$

式中  $S_j(x_i, y_i, t)$  为第  $j$  个子元胞初始状态有效面积,  $n(t)$  为  $t$  时刻破坏子元胞的个数,  $S^*$  为破坏子元胞的面积,  $\sum S$  为所有元胞面积之和.

## 6 典型地质材料破坏演化 PCA 模拟分析

### 6.1 岩石典型循环加载力-变形曲线

岩石材料在循环加载的条件下有如下典型特征 (如图 6 所示): 1) 在超过屈服点后卸载, 将出现不可恢复变形; 2) 在峰后区, 当位移继续增长时, 总的位移中不可恢复部分增加; 3) 卸载-加载过程中, 力与

变形的对应关系不唯一。将模拟体划分为  $50 \times 50$  个元胞阵, 相当于标准立方体试块。加载方式为每时步向系统输入一个能量粒子, 即  $C(t) = t$ ; 若从  $t_1$  时刻开始卸载, 卸载为每时步从系统减少一个能量粒子  $C(t) = t_1 - t$ 。作者根据自行开发的 PCA 软件, 共运行 27000 个时步, 其中第一次卸载为 5600—9169 时步, 卸载能量为 100%; 第二次卸载为 14600—14681 时步, 卸载能量为 80%; 第三次卸载为 21500—22633 时步, 卸载能量为 80%; 其他时步均为加载步。模拟结果如图 7 所示。从图 7 可以看出, PCA 模拟的结果与 Beniauskis<sup>[12]</sup>做的单轴循环压缩加载下砂岩变形实验结果极为相似。

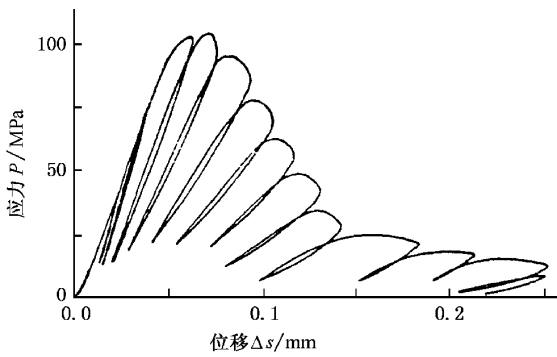


图 6 单轴循环压缩加载下砂岩变形<sup>[12]</sup>

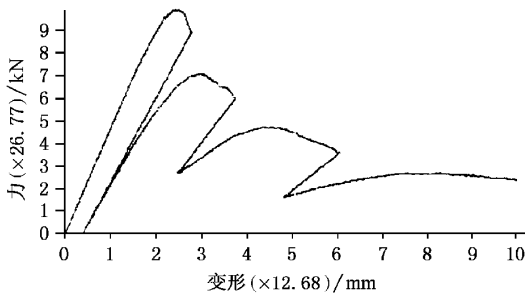


图 7 循环加载 PCA 模拟结果

### 6.2 煤岩力-变形-AE 关系曲线

根据文献 [11] 中煤块声发射试验条件(如图 8 所示), 用 PCA 对全应力-应变条件下煤的声发射特征进行了模拟。考虑到煤属于不均质介质, 将模型均质度设置为  $P(1) = 0.1, P(2) = 0.2, P(3) = 0.3, P(4) = 0.4$ 。根据图 8 所示的应力变化曲线, 对模拟过程中的加载方式设置为

- 1) 0—200 时步:  $C(t) = 1 + 0.02t$  ( $t$  为时步);
- 2) 201—400 时步:  $C(t) = 6 - 0.01t$ ;

3) 401—440 时步:  $C(t) = 1$ 。

元胞矩阵的规模为  $150 \times 150$ , 模拟得到煤块的声发射如图 9 所示。

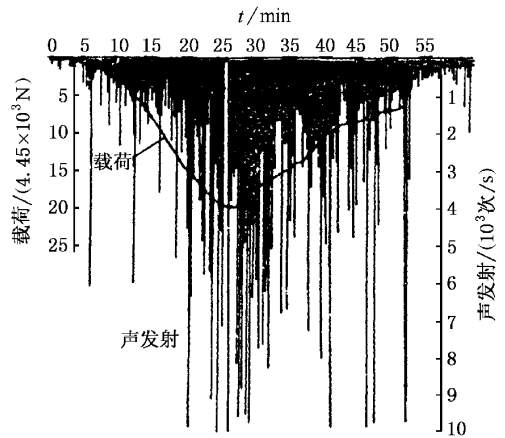


图 8 煤声发射实验结果

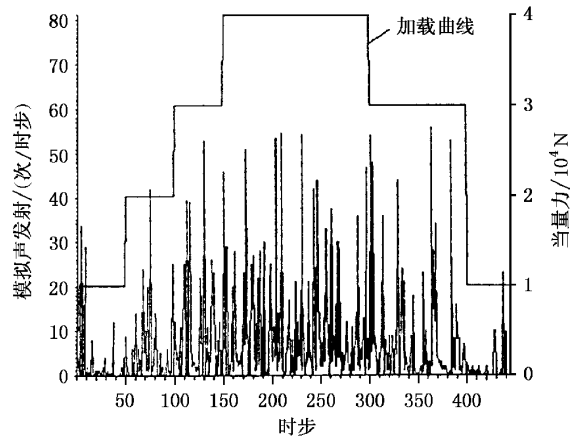


图 9 煤声发射和 PCA 模拟结果

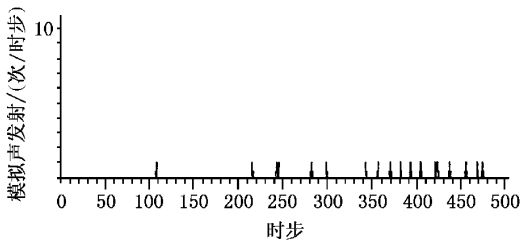
从图 8 和图 9 可以看出, PCA 模拟得到的煤声发射率曲线的演化规律与文献 [11] 实验结果较符合, 所不同的只是声发射率的量值大小有所差异。

### 6.3 岩体非均质性模拟

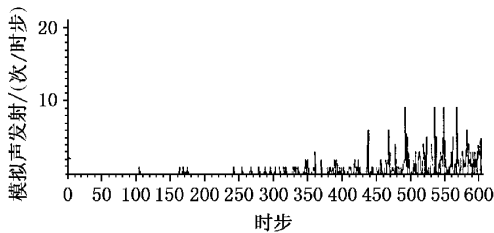
从物理意义上讲, 像岩石等材料在细观层次上的非均质性是指各颗粒强度等物理力学性质存在差异。在 PCA 中用各元胞初始破裂能量阈值的不同来等效体现材料细观层次上的非均质性。若设置 1, 2, 3, 4 为 4 种元胞破裂能量的阈值, 很显然, 含有 4 种破裂能量阈值的元胞系统非均质性, 将大于系统仅含有三种、两种或一种破裂能量阈值的元胞系统的非均质性。换言之, 含有 4 种破裂能量阈值元胞系统

的非均质程度最大,而仅含有一种破裂能量阈值元胞系统的非均质程度最小.在含破裂能量阈值种数既定的元胞系统中,含各能量阈值的元胞数比例差别越小,则越不均匀.例如,含有4种破裂能量阈值的元胞系统中, $P(1)=P(2)=P(3)=P(4)=25\%$ 的非均质性将大于 $P(1)=P(2)=5\%$ , $P(3)=P(4)=40\%$ 的非均质程度.按照上述对非均质性描述的物理意义,根据文献[12]实验条件,对应于图11所示的三种不同均匀程度的岩石条件,经分析表明,PCA所模拟的非均质性比例可取为

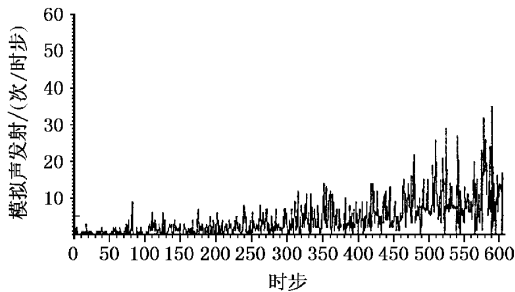
- 1) 较均匀型:各元胞的能量为1,2,3,4的比例为0,0,80%,20%;
- 2) 较不均匀型:各元胞的能量为1,2,3,4的比例为0,15%,65%,20%;
- 3) 极不均匀型:各元胞的能量为1,2,3,4的比例为15%,35%,30%,20%.



(a) 较均质



(b) 较不均质



(c) 极不均质

图 10 PCA 对不同均质度岩体声发射的模拟结果

根据上述 PCA 模拟准则,得到的元胞系统破裂声发射率序列,如图 10 所示.从图 10 可以看出,模拟声发射率序列无论在变化趋势上,还是在量值大小上,都与文献[12]中的实验结果(如图 11 所示)极为相似,这说明用 PCA 模型可对岩石等细观非均质材料的受力破坏演化特征进行有效的模拟.

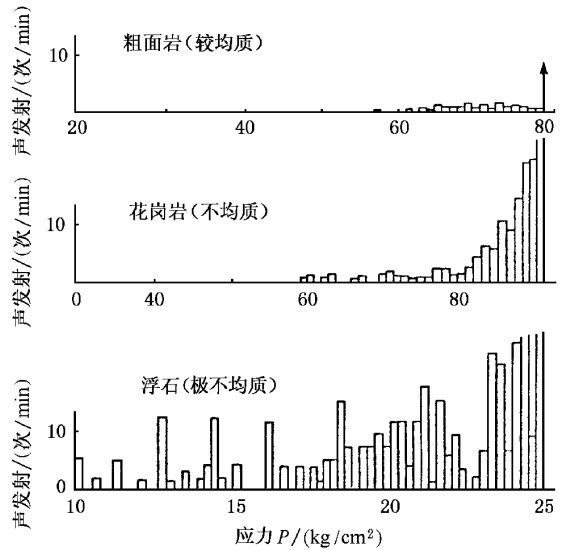
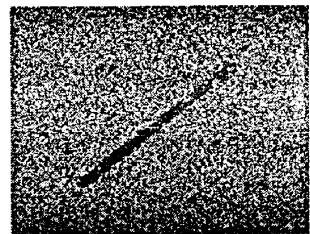


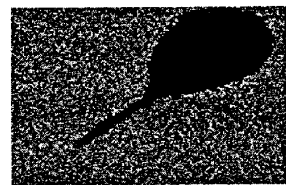
图 11 不同均质度岩体的声发射试验结果

### 6.4 裂纹尖端损伤演化模拟

对于岩体、混凝土等材料,往往含有许多裂纹.裂纹的尖端处,因应力集中易损伤破坏.用 PCA 理论,对含有一条裂纹的岩体破坏演化进行了模拟,结



(a) 初始状态



(b) 演化状态

12 裂纹尖端损伤区形状模拟结果

果如图 12 所示. 从图 12 可以看出, 裂纹尖端损伤演化区呈现泡状或鹅卵石形, 与文献 [13] 的理论研究结果基本符合.

## 7 结 论

本文根据岩体、混凝土等材料的细观非均质特征, 初步建立了 PCA 理论, 突破了传统元胞自动机

局限, 使之由单纯的数学方法, 发展为一种物理力学方法, 能够对细观非均质材料非均质性、破坏过程中的声发射特征、裂纹弱面等损伤破坏演化过程进行有效模拟, 与实验结果符合较好.

PCA 理论不仅是模拟细观非均质材料破坏演化的有力工具, 而且是研究细观非均质材料破坏演化过程中混沌等非线性动力学特征的重要方法. 对该研究成果, 将另文报道.

- 
- [ 1 ] D. Krajcinovic, *Mech. Mater.*, **9**(1989), 117.  
 [ 2 ] Z. P. Bazant, *Appl. Mech. Rev.*, **39**(1986), 675.  
 [ 3 ] X. Q. Feng *et al.*, *Eng. Fract. Mech.*, **53**(1996), 169.  
 [ 4 ] J. Von Neumann, *Theory of Self-Reproducing Automata*( University of Illinois Press, Illinois, 1996 ) p. 157.  
 [ 5 ] S. Wolfram, *Rev. Mod. Phys.*, **25**(1983), 601.  
 [ 6 ] P. Grassberger *J. Statis. Phys.*, **33**(1986), 27.  
 [ 7 ] Ben. Zion Y. *J. Geophys. Res.*, **98**(1993), 14109  
 [ 8 ] J. Liu *et al.*, *Earthquake*, **19**(1999), 258 [ 刘 杰 等 地震, **19**(1999), 258 ]  
 [ 9 ] P. Bak *et al.*, *J. Geophys. Res.*, **92**(1989), 331.  
 [ 10 ] Y. L. Tan *et al.*, *Chin. J. Rock Mech. Eng.*, **11**(1992), 275  
 (in Chinese) [ 谭云亮等, 岩石力学与工程学报, **11**(1992), 275 ]  
 [ 11 ] C. A. Tang, *Catastrophe in Rock Unstable Failure*( Coal Publish House, Beijing, 1993 ) p. 19 [ 唐春安, 岩石破坏过程中的灾变 (煤炭工业出版社, 北京, 1993), 第 19 页 ]  
 [ 12 ] Z. T. Beniawski, *Int. J. Rock Mech. Sci.*, **12**(1975), 101.  
 [ 13 ] H. D. Bui *et al.*, *Eng. Fract. Mech.*, **53**(1996), 169.  
 [ 14 ] H. D. Yu *et al.*, *Acta Phys. Sin.*, **48**(1999), 1470 (in Chinese) [ 愈慧丹等, 物理学报, **48**(1999), 1470 ]  
 [ 15 ] R. H. Chen *et al.*, *Acta Phys. Sin.*, **49**(2000), 631 (in Chinese) [ 陈若航等, 物理学报, **49**(2000), 631 ]

# PHYSICAL CELLULAR AUTOMATON THEORY FOR SIMULATING THE FAILURE PROCESS OF MICRO-HETEROGENEOUS MATERIAL\*

TAN YUN-LIANG<sup>a)</sup> ZHOU HUI<sup>b)</sup> WANG YONG-JAI<sup>b)</sup> MA ZHI-TAO<sup>a)</sup>

<sup>a)</sup>Department of Engineering Mechanics, Shandong University of Science and Technology, Tai'an 271019, China)

<sup>b)</sup>Department of Mining Engineering, Northeastern University, Shenyang 110006, China)

(Received 6 October 2000; revised manuscript received 21 November 2000)

## ABSTRACT

Based on the physical and mechanical characters of micro-heterogeneous material such as rock and concrete, a new theory of physical cellular automaton (PCA) for simulating the failure evolving process of micro-heterogeneous materials is set up, according to the basic law of the transfer of energy. PCA breaks through the traditional cellular automaton method which is only a mathematical operation. It is shown by some laboratory tests that the simulating results by PCA can agree with the laboratory results perfectly, thus, PCA is an effective physical and mechanical method.

**Keywords :** cellular automaton, micro-heterogeneous material

**PACC :** 4630N

---

\* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 59804005).