

# 三芯非线性光纤耦合器中的短脉冲光开关\*

俞重远 张晓光 刘秀敏

(北京邮电大学理学院 北京 100876)

(2000 年 11 月 2 日收到 2000 年 12 月 6 日收到修改稿)

利用变分法研究三芯非线性光纤耦合器中的短脉冲光开关,解析分析线性三耦合非线性 Schrödinger 方程的结果与数值模拟符合得很好,并且得到在非线性光纤耦合器中孤子的耦合长度和开关阈值,与连续波情况和两芯光纤耦合器的结果不同.

关键词:光纤耦合器,光开关,耦合长度,开关阈值

PACC:4281M,4280S,4265J

## 1 引 言

非线性方向耦合器因为多方面的应用而被广泛研究.在一个非线性光纤耦合器中增加入射光功率可以使信号从一个信道中被开关到另一信道中,产生双芯之间的脉冲开关.当入射信号是孤子时,开关速率可以达到 fs 量级,脉冲截断可以避免.双芯光纤里光孤子开关的研究表现出很好的开关特性,效率达到入射能量的 96% 左右<sup>[1-4]</sup>.进一步对  $n(n > 2)$  波导非线性方向耦合器的研究表明<sup>[5,6]</sup>,它具有更多的出射态、更陡的开关特性和更灵敏的入射态,这些是光开关所需要的重要特性.

三芯非线性光纤耦合器有三角对称排列结构(耦合器截面上三芯在等腰三角形的三个顶点)和线排列结构(耦合器截面上三芯在一条线上等距排列).

本文利用 Anderson 等人解决光孤子问题时使用的变分法<sup>[7-9]</sup>,将拉氏函数代入变分原理,得到支配线排列的三芯非线性光纤耦合器中超短光脉冲传输的三耦合非线性 Schrödinger 方程(NLS),从相应的有限多自由度运动方程中,得到孤子的耦合长度和开关阈值.我们同时采用数值模拟方法研究了三芯非线性方向耦合器中的孤子传输和开关特性,得到与解析方法同样的结论.

## 2 耦合方程的变分法分析

为了研究在三芯光纤方向耦合器中的短脉冲开关, Lagrangian 函数为

$$\begin{aligned}
L = & \int_{-\infty}^{+\infty} L' d\tau \\
= & \int_{-\infty}^{+\infty} \left[ \frac{i}{2} \left( u_1^* \frac{\partial u_1}{\partial \xi} - u_1 \frac{\partial u_1^*}{\partial \xi} + u_2^* \frac{\partial u_2}{\partial \xi} \right. \right. \\
& \left. \left. - u_2 \frac{\partial u_2^*}{\partial \xi} + u_3^* \frac{\partial u_3}{\partial \xi} - u_3 \frac{\partial u_3^*}{\partial \xi} \right) \right. \\
& \left. - \frac{1}{2} \left| \frac{\partial u_1}{\partial \tau} \right|^2 - \frac{1}{2} \left| \frac{\partial u_2}{\partial \tau} \right|^2 - \frac{1}{2} \left| \frac{\partial u_3}{\partial \tau} \right|^2 \right. \\
& \left. + \frac{1}{2} |u_1|^4 + \frac{1}{2} |u_2|^4 + \frac{1}{2} |u_3|^4 \right. \\
& \left. + K(u_2^* u_1 + u_2^* u_3 + u_2 u_1^* + u_2 u_3^*) \right] d\tau, \tag{1}
\end{aligned}$$

其中  $u_1, u_2$  和  $u_3$  是光纤芯 1, 2 和 3 中的归一化模场振幅.  $\xi = z/L_D = z|\beta_2|/T_0^2$  是归一化长度,  $\tau = t/T_0$  是归一化时间,  $T_0$  是脉冲宽度,  $\beta_2$  为二阶色散.  $K = z_0/L_C$  是归一化耦合参数,  $z_0 = \pi L_D/2$  是孤子周期,  $L_C$  是能量从一个芯完全转换到另一个芯所要求的线性耦合长度.

从变分原理

$$\delta \int L \left( u_i, u_i^*, \frac{\partial u_i}{\partial \xi}, \frac{\partial u_i^*}{\partial \xi}, \frac{\partial u_i}{\partial \tau}, \frac{\partial u_i^*}{\partial \tau} \right) \partial \xi \partial \tau = 0. \tag{2}$$

\* 国家自然科学基金(批准号:60077026),教育部高等学校骨干教师资助计划项目和北京邮电大学基金项目资助的课题.

拉氏函数对  $u_i^*$  求变分, 变分方程为

$$\frac{\delta L}{\delta u_i^*} = \frac{\partial}{\partial \xi} \frac{\partial L}{\partial \left( \frac{\partial u_i^*}{\partial \xi} \right)} + \frac{\partial}{\partial \tau} \frac{\partial L}{\partial \left( \frac{\partial u_i^*}{\partial \tau} \right)} - \frac{\partial L}{\partial u_i^*} = 0. \quad (3)$$

在  $i=1, 2, 3$  的情况下, 得到模场振幅  $u_1, u_2$  和  $u_3$  的运动方程

$$\begin{aligned} i \frac{\partial u_1}{\partial \xi} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 u_1}{\partial \tau^2} + |u_1|^2 u_1 + K u_2 &= 0, \\ i \frac{\partial u_2}{\partial \xi} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 u_2}{\partial \tau^2} + |u_2|^2 u_2 + K(u_1 + u_3) &= 0, \\ i \frac{\partial u_3}{\partial \xi} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 u_3}{\partial \tau^2} + |u_3|^2 u_3 + K u_2 &= 0. \end{aligned} \quad (4)$$

这就是支配线排列的三芯方向耦合器中的孤子传输与开关行为的线性三耦合 NLS 方程.

假定试探函数取如下形式:

$$\begin{aligned} u_1(\xi, \tau) &= a\sqrt{r} \operatorname{sech}(r\tau) \cos[2\theta(\xi)] \exp(i\phi + i\psi(\xi) + iq\tau^2), \\ u_2(\xi, \tau) &= \frac{a\sqrt{r}}{\sqrt{2}} \operatorname{sech}(r\tau) \sin[2\theta(\xi)] \exp(i\phi + iq\tau^2), \\ u_3(\xi, \tau) &= a\sqrt{r} \operatorname{sech}(r\tau) \sin^2[\theta(\xi)] \exp(i\phi - i\psi(\xi) + iq\tau^2), \end{aligned} \quad (5)$$

其中  $1/r$  是脉冲  $1/e$  半脉宽,  $\theta(\xi)$  是耦合角, 决定三芯之间的功率耦合,  $\psi(\xi)$  是相对相位,  $q$  为啁啾参数.

将(5)式代入(1)式中得到拉氏函数为

$$\begin{aligned} L &= -2a^2 \cos[2\theta(\xi)] \frac{\partial \psi}{\partial \xi} - \frac{2}{3} a^4 r \sin[2\theta(\xi)] \\ &+ \frac{1}{4} a^4 r \sin^4[2\theta(\xi)] + \frac{4}{\sqrt{2}} K a^2 \sin[2\theta(\xi)] \cos[\psi(\xi)] \\ &- \frac{1}{3} a^2 r^2 + \frac{2}{3} a^4 r + q^2 B, \end{aligned} \quad (6)$$

其中

$$B = \int_{-\infty}^{+\infty} -2a^2 r \tau^2 \operatorname{sech}^2(r\tau) d\tau. \quad (7)$$

从(6)式得到动力学系统演化的哈密顿函数为

$$\begin{aligned} H &= \frac{\partial \psi}{\partial \xi} \frac{\partial L}{\partial \left( \frac{\partial \psi}{\partial \xi} \right)} + \frac{\partial \theta}{\partial \xi} \frac{\partial L}{\partial \left( \frac{\partial \theta}{\partial \xi} \right)} - L \\ &= -2a^2 \cos[2\theta(\xi)] \frac{\partial \psi}{\partial \xi} - L \\ &= \sin[2\theta(\xi)] \left\{ \frac{2}{3} a^4 r \sin[2\theta(\xi)] \right. \\ &\quad \left. - \frac{1}{4} a^4 r \sin^3[2\theta(\xi)] - \frac{4}{\sqrt{2}} K a^2 \cos[\psi(\xi)] \right\} \end{aligned}$$

$$+ \frac{1}{3} a^2 r^2 - \frac{2}{3} a^4 r - q^2 B, \quad (8)$$

哈密顿函数  $H=0$  确定在平面  $(\theta, \psi)$  上动力学轨道的形式,  $\theta$  演化的轨道描述(5)式形式的脉冲从芯 1 到 2 和 3 的功率转换.

因为我们的主要兴趣在于研究非线性光纤耦合器中孤子的耦合和开关效应, 所以选取在三芯光纤非线性耦合器中传输的初始脉冲为

$$\begin{aligned} u_1(0, \tau) &= A_1 \operatorname{sech}(A_1 \tau), \\ u_2(0, \tau) &= 0, \\ u_3(0, \tau) &= 0. \end{aligned} \quad (9)$$

仅考虑初始时刻芯 1 中有孤子传输, 因此得(5)式的初始条件为  $\theta=0$ . 这种情况下的哈密顿函数从  $H=0$  开始, 并且在整个轨道中保持这个哈密顿函数值, 从(8)式中可以得到以下两式:

$$\begin{aligned} \frac{1}{3} a^2 r^2 - \frac{2}{3} a^4 r - q^2 B &= 0, \\ \sin[2\theta(\xi)] \left\{ \frac{2}{3} a^4 r \sin[2\theta(\xi)] - \frac{1}{4} a^4 r \sin^3[2\theta(\xi)] \right. \\ &\quad \left. - \frac{4}{\sqrt{2}} K a^2 \cos[\psi(\xi)] \right\} = 0. \end{aligned} \quad (10)$$

若令(8)式中与  $\theta$  无关的常数项等于零, 可以看到初始啁啾对开关特性的影响. 啁啾参量是

$$q^2 = \frac{1}{3B} a^2 r(r - 2a^2) \geq 0, \quad (11)$$

可以得到关系式

$$a\sqrt{r} \frac{1}{r} \geq \frac{1}{\sqrt{2}}, \quad (12)$$

其中  $A = a\sqrt{r}$  是幅度,  $\tau_0 = 1/r$  是  $1/e$  半脉宽, 所以  $A\tau_0 \geq \frac{1}{\sqrt{2}}$ . 当  $A\tau_0 = \frac{1}{\sqrt{2}}$  时, 是绝热传输, 要求  $q=0$ , 无初始啁啾, 而当  $A\tau_0 > \frac{1}{\sqrt{2}}$  时, 是非绝热传输,  $q \neq 0$ . 显然初始啁啾对于脉冲传输与开关特性有很大影响.

取(6)式的拉氏函数对  $\psi(\xi)$  的变分

$$\frac{\partial L}{\partial \psi} - \frac{\partial}{\partial \xi} \left( \frac{\partial L}{\partial \left( \frac{\partial \psi}{\partial \xi} \right)} \right) = 0, \quad (13)$$

得到以下两个关系式:

$$\begin{aligned} \sin[2\theta(\xi)] &= 0, \\ \frac{\partial \theta}{\partial \xi} &= -\frac{K}{\sqrt{2}} \sin[\psi(\xi)]. \end{aligned} \quad (14)$$

根据  $H=0$ , 从(8)式和(10)式可以得到两个关系式, 其中第一个与(14)式中的第一式相同, 第二

式为

$$\cos[\psi(\xi)] = \frac{a^2 r}{6K'} \sin[2\theta(\xi)] \left[ 1 - \frac{3}{8} \sin^2[2\theta(\xi)] \right], \tag{15}$$

其中  $K' = K/\sqrt{2}$ . 芯 1 2 和 3 之间的功率转换由  $\theta$  决定的轨道来描写 联立(14)和(15)式可得

$$\frac{d\theta}{\sqrt{1 - \left(\frac{a^2 r}{6K'}\right)^2 \sin^2[2\theta(\xi)]} + \frac{3}{8} \left(\frac{a^2 r}{6K'}\right)^2 \sin^4[2\theta(\xi)]} = -K' d\xi. \tag{16}$$

### 3 结果分析

我们定义第  $i$  通道的转换系数为脉冲能量的函数

$$T_i = \int_{-\infty}^{\infty} |u_i(\xi_L, \tau)|^2 d\tau / \int_{-\infty}^{\infty} |u_i(0, \tau)|^2 d\tau. \tag{17}$$

由(5)式得到三通道的转换系数分别为

$$\begin{aligned} T_1 &= \cos^4[\theta(\xi_L)], \\ T_2 &= \frac{1}{2} \sin^2[2\theta(\xi_L)], \\ T_3 &= \sin^4[\theta(\xi_L)]. \end{aligned} \tag{18}$$

用 Runge-Kutta 法解方程(16). 当  $\xi_L = 2.237/K$  时,  $\theta(\xi_L) = \pi/2$  此时脉冲能量全部耦合到芯 3. 可以  $\xi_L = 2.237/K$  作为三芯光纤方向耦合器的耦合长度.

我们同时用分步傅里叶变换法数值解耦合方程(4)模拟了三芯光纤耦合器的工作特性. 图 1 是  $K = 1$  且芯 1 注入如(9)式形式的光脉冲分别在三通道之间耦合传输的情况. 显示光脉冲在三通道中周期性转换的特性.

图 2(a)和(b)分别为  $K = 1$  和  $K = 0.5$  时三通道转换系数随距离变化的数值结果, 可以看出与变分法得到的(18)式符合得相当好,  $T_2$  的空间变化周期是  $T_1$  和  $T_3$  空间变化周期的一半. 特别是用分步傅里叶变换法得到耦合长度  $\xi_L = 2.2/K$ , 这与变分法得到的结论十分接近. 与连续波(CW)和双芯情况不同, 双芯光纤耦合器的耦合长度为  $\pi/2K = 1.57/K$ .

图 3 为转换系数随芯 1 入射功率变化的曲线, 显示出明显的开关特性. 阈值功率大约为 3.8. 当入射脉冲功率大于阈值功率, 能量将滞留在芯 1 中, 如图 4 所示.

上一节的分析, 当  $q \neq 0$  时, 光脉冲在耦合器中为非绝热传输, 将破坏耦合器的开关特性. 图 5 的数

值模拟证实了这一结论.

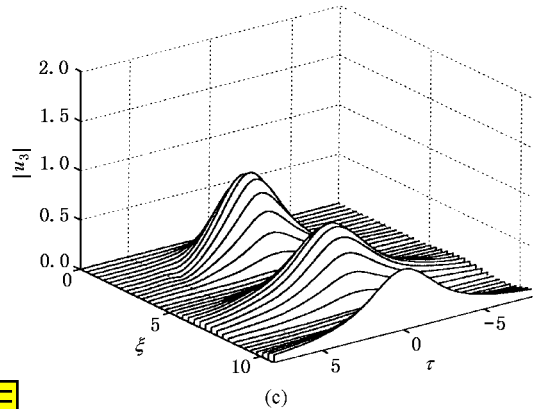
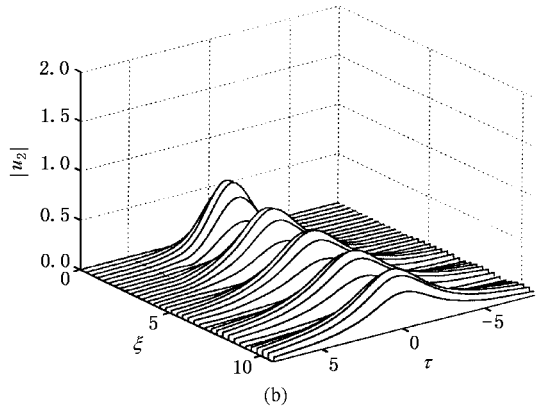
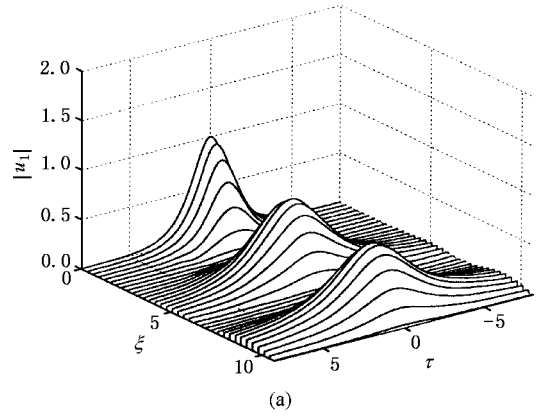


图 1 光脉冲在三芯方向光纤耦合器中三个通道的耦合传输情况 ( $K = 1, a = 1, r = 1$ )

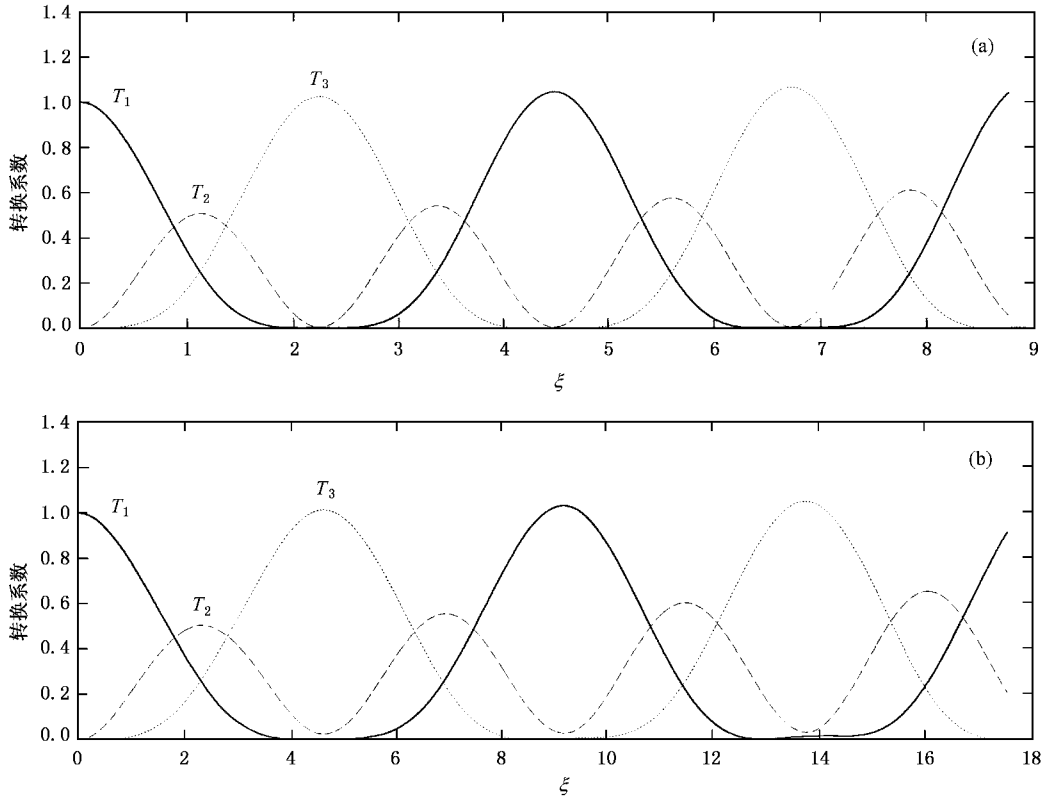


图2 三通道转换系数随传输距离的变化,  $T_1$  和  $T_2$  的变化周期为  $2.2/K$  (a)  $K=1$  (b)  $K=0.5$

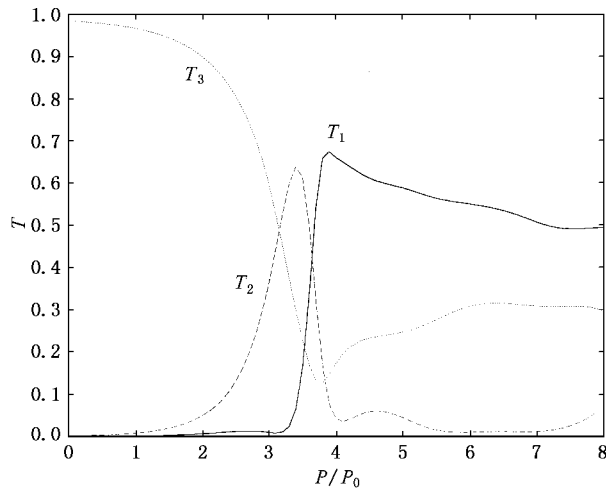


图3 转换系数随入射功率的变化曲线

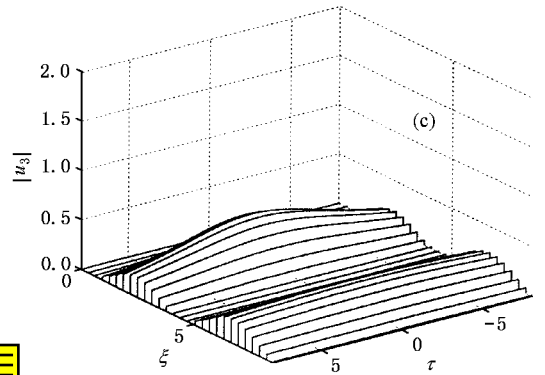
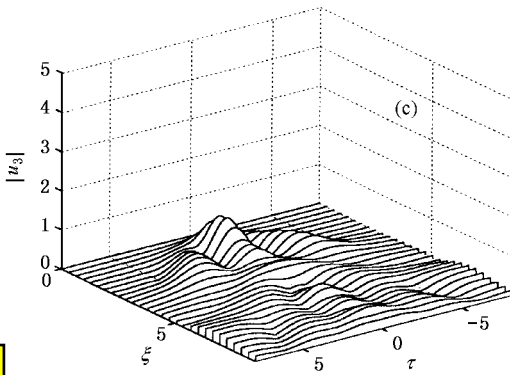
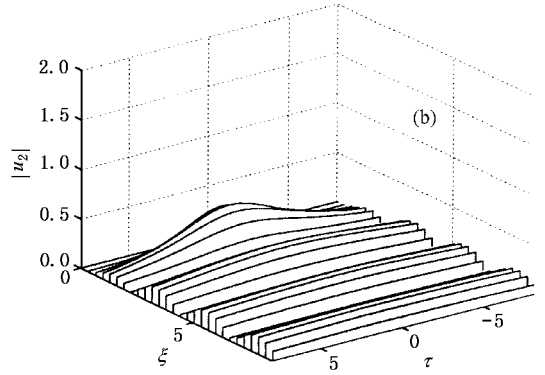
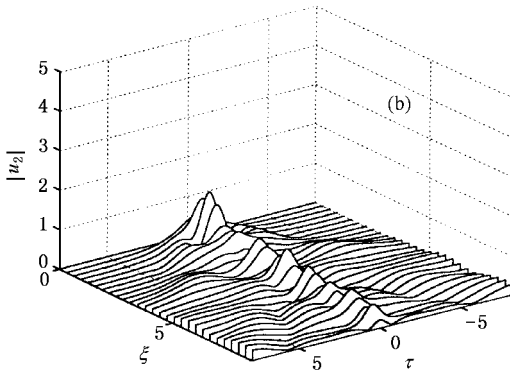
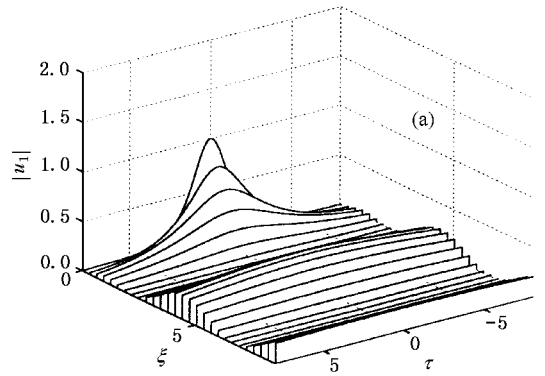
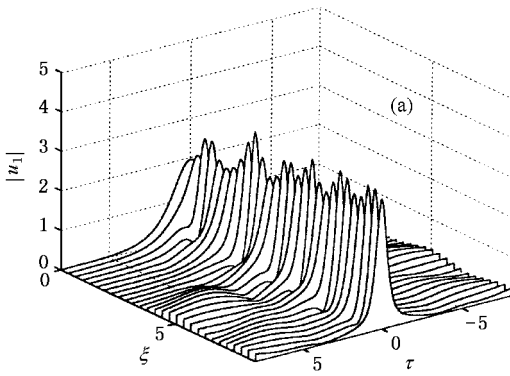


图 4 输入功率大于阈值的耦合传输情况(  $K=1, a=\sqrt{3.8}, r=1$  )

图 5 有初始啁啾时的耦合传输情况(  $K=1, a=1, r=1, q=-1$  )

[ 1 ] T. P. Valkering, J. van Honschoten, H. J. W. M. Hoekstra, *Opt. Commu.* , **159**( 1999 ) 215.  
 [ 2 ] T. P. Valkering, P. T. de Boer, H. J. W. M. Hoekstra, *Physica* , **D123** ( 1998 ) 223.  
 [ 3 ] P. L. Chu, B. A. Malomed, G. D. Peng, *J. Opt. Soc. Am.* , **B10** ( 1993 ) 1379.  
 [ 4 ] G. P. Agrawal, *Nonlinear Fiber Optics Second Edition* ( Academic Press, New York, 1995 ).

[ 5 ] C. Mapalagama, R. T. Deck, *J. Opt. Soc. Am.* , **B9**( 1992 ) 2258.  
 [ 6 ] N. N. Akhmediev, A. V. Buryak, *J. Opt. Soc. Am.* , **B11**( 1994 ) , 804.  
 [ 7 ] D. Anderson, M. Lisak, T. Reichel, *J. Opt. Soc. Am.* , **B5**( 1988 ) , 207.  
 [ 8 ] Ajit. Kumar, A. Kumar, *Opt. Quantum Electro.* , **30**( 1998 ) 39.  
 [ 9 ] P. M. Ramos, C. R. Paiva, *IEEE J. Quantum Electron.* , **35**( 1999 ) , 983.

# SHORT OPTICAL PULSE SWITCHING IN THREE-CORE NONLINEAR FIBER COUPLERS

YU ZHONG-YUAN ZHANG XIAO-GUANG LIU XIU-MIN

( *School of Science ,Beijing University of Posts and Telecommunications ,Beijing 100876 ,China* )

( Received 2 November 2000 ; revised manuscript received 6 December 2000 )

## ABSTRACT

The propagation and switching of short optical pulses in a three-core nonlinear fiber coupler have been investigated with a variation method within the framework of the Lagrangian density formulation. The analytical solutions were directly obtained from the coupled nonlinear Schrödinger equations. It is shown that the soliton switching behavior predicted by the present analytical method agrees well with the results from numerical analysis. In addition, the coupling length and the switching threshold of solitons in a nonlinear coupler were obtained.

**Keywords** : nonlinear fiber coupler , optical switching , coupling length , switching threshold

**PACC** : 4281M , 4280S , 4265J

---

\* Project supported by the National Natural Science Foundation of China ( Grant No. 60077026 ) , Foundation for University Key Teacher by the Ministry of Education , and BUPT Science Foundation .