

# 介质谐振器法测量高温超导薄膜微波表面电阻的误差分析\*

李宏成 王瑞兰 魏 斌†

(中国科学院物理研究所超导国家实验室, 北京 100080)

(2000 年 10 月 10 日收到, 2000 年 11 月 17 日收到修改稿)

用微扰法研究了两端接地型蓝宝石介质谐振器测量高温超导薄膜微波表面电阻  $R_s$  的误差与几何结构和工作频率的关系. 结果表明, 介质柱直径与高度之比  $2a/L$ , 金属屏蔽腔内半径与介质柱半径之比  $b/a$  以及工作频率  $f$  对测量误差和最小可测表面电阻  $R_{s\min}$  有很大影响. 所得到的曲线可用于蓝宝石介质谐振器的设计中. 结果还表明, 适当选取  $2a/L$ ,  $b/a$  与  $f$  可使测量误差接近于 1%, 最小可测表面电阻  $R_{s\min}$  可达到微欧姆的数量级. 这对于高温超导薄膜的检测和微波器件应用说来是足够的.

关键词: 介质谐振器, 高温超导薄膜, 微波表面电阻, 误差分析

PACC: 7430G, 7475

## 1 引 言

自高温超导体发现时起, 人们就对它的微波性质非常关注. 一方面从学科出发, 人们关心一类新发现的物体的微波性质是必然的. 另一方面, 高温超导体 (HTS) 在微波技术中的应用, 是它走向市场的第一个可能的领域. 经过近十年的研究, 这种可能性已接近成为现实, 或说已成为现实. 各种各样的 HTS 微波器件, 如谐振器、滤波器、延迟线、移相等都在实验室中得到了充分的研究. 有些器件和子系统已进入空间, 进入轨道实验, 移动通讯地面站用 HTS 系统已投入商业运行网络, 进行试用. 高温超导微波系统已进入市场, 它的优越性已为商业运行所证实. 有人预计, 到 2006 年, 每年可能需要 140,000 片 2" HTS 薄膜. 在 HTS 微波应用中, HTS 薄膜的微波表面电阻  $R_s$  是一个重要的物理量,  $R_s$  足够低的 HTS 薄膜是微波器件的基础, 其重要性是不言而喻的.

经过十多年的研究, 人们已普遍认识到介质谐振器法是测量 HTS 薄膜  $R_s$  最适宜的方法<sup>[1,2]</sup>, 它不改变被测样品的状况, 灵敏度高, 精度高, 所需时间少. 许多实验室已将此种方法作为 HTS 薄膜日常监测手段, 而且正在建立国际标准, 以期使之成为一种

标准方法, 使得各实验室所得结果可以对比, 更有利于 HTS 微波器件的发展.

我们对介质谐振器法测量 HTS 薄膜  $R_s$  的误差进行了系统的分析, 在相当宽的范围内, 对不同几何尺寸, 不同频率的宝石谐振器的误差进行了计算, 以期对影响误差的因素有一个较全面的认识, 从而对介质谐振器的设计给出参考意见.

## 2 分析方法

Mazierska<sup>[2]</sup>分析了十多个典型的介质谐振器, 包括两端接地 (Hakki-Coleman 型) 与单端接地两种型式, 以及蓝宝石、金红石 (rutile  $\text{TiO}_2$ )、 $(\text{ZrSn})\text{TiO}_3$  三种介质. 为了能在相当宽的范围内, 对不同几何尺寸, 不同频率的宝石谐振器的误差进行计算, 本文集中分析介质为蓝宝石的两端接地型介质谐振器. 其几何尺寸为: 介质柱高为  $L$ , 半径为  $a$ , 金属屏蔽腔内半径为  $b$ . 介质柱上下端面用超导薄膜短路. 谐振器  $\text{TE}_{0mm}$  模的电磁场可用下式表示<sup>[3]</sup>:

介质区域:  $r < a$

$$H_{z1} = A(k_1)^2 J_0(k_1 r) \sin(k_z z), \quad (1)$$

$$E_{\phi 1} = -A k_1 \omega \mu_0 J_1(k_1 r) \sin(k_z z). \quad (2)$$

在空气区域:  $a < r < b$

\* 国家高技术研究发展计划 批准号 863 - CD060202 资助的课题.

† 清华大学物理系在读博士研究生.

$$H_{z2} = B(k_2)^2 F_0(r) \sin(k_2 z), \quad (3)$$

$$E_{\varphi 2} = B k_2 \omega \mu_0 F_1(r) \sin(k_2 z), \quad (4)$$

其中

$$F_0(r) = I_0(k_2 r) + K_0(k_2 r) \times I_1(k_2 b) / K_1(k_2 b), \quad (5)$$

$$F_1(r) = -I_1(k_2 r) + K_1(k_2 r) \times I_0(k_2 b) / K_0(k_2 b), \quad (6)$$

$$k_1^2 = \omega^2 \epsilon_r / c^2 - k_z^2, k_2^2 = k_z^2 - \omega^2 / c^2, k_z = n\pi / L. \quad (7)$$

$\omega$  为角频率  $2\pi f$ ,  $c$  为光速,  $\mu_0$  为自由空间导磁率.  $\epsilon_r$  为介质的相对介电系数.  $J_0, J_1, I_0, I_1, K_0, K_1$  为 Bessel 函数或 Hankel 函数. 由  $r = a$  处场连续的边界条件, 可得到下列方程:

$$k_1 J_0(k_1 a) F_1(a) + k_2 J_1(k_1 a) F_0(a) = 0. \quad (8)$$

谐振器  $TE_{0mm}$  模的谐振频率由方程 (8) 的第  $m$  个根得到. 谐振器的无载品质因数  $Q_0$  可表示为

$$Q_0^{-1} = Q_s^{-1} + Q_c^{-1} + Q_d^{-1}, \quad (9)$$

其中  $Q_s, Q_c, Q_d$  分别是超导薄膜, 金属腔壁及介质的品质因数:

$$Q_s^{-1} = R_s / A_s, Q_c^{-1} = R_m / A_m, Q_d^{-1} = P_d \tan \delta. \quad (10)$$

$R_s$  与  $R_m$  为超导薄膜及腔壁金属的微波表面电阻,  $A_s$  与  $A_m$  是超导薄膜及腔壁金属对应的几何因子,  $P_d$  是介质柱的电能填充因子,  $\tan \delta$  为介质柱的损耗因子. 对于  $TE_{0mm}$  模我们采用微扰法计算几何因子  $A_s, A_m, P_d$ . 这一方法由频率  $\omega$  对于相应的几何维度 ( $L, b$ ) 以及介电常数  $\epsilon_r$  的微商来计算几何因子<sup>[3,4]</sup>, 其公式为:

$$A_s = \omega^2 \mu_0 / 4 (\Delta \omega / \Delta L), \quad (11)$$

$$A_m = \omega^2 \mu_0 / 2 (\Delta \omega / \Delta b), \quad (12)$$

$$P_d = 2\epsilon_r (\Delta \omega / \Delta \epsilon_r) / \omega. \quad (13)$$

用介质谐振器测量超导薄膜微波表面电阻  $R_s$  时, 由 (9) 与 (10) 式, 可将  $R_s$  表示为<sup>[2]</sup>

$$R_s = A_s \{1/Q_0 - R_m/A_m - 1/Q_d\}. \quad (14)$$

由误差理论可得出  $R_s$  的均方根误差 ( $\Delta R_s / R_s$ ) 为

$$\begin{aligned} [\Delta R_s / R_s]^2 = & (A_s / R_s)^2 \{ (R_s / A_s + R_m / A_m + 1 / Q_d)^2 \\ & \cdot (\Delta Q_0 / Q_0)^2 + (R_s / A_s)^2 (\Delta A_s / A_s)^2 \\ & + (R_m / A_m)^2 (\Delta R_m / R_m)^2 + (1 / Q_d)^2 \\ & \cdot (\Delta Q_d / Q_d)^2 + (R_m / A_m)^2 \\ & \cdot (\Delta A_m / A_m)^2 \}. \end{aligned} \quad (15)$$

( $\Delta Q_0 / Q_0$ ) ( $\Delta Q_d / Q_d$ ), ( $\Delta R_m / R_m$ ) 分别为  $Q_0, Q_d$ ,

$R_m$  的测量误差. ( $\Delta A_s / A_s$ ), ( $\Delta A_m / A_m$ ) 为几何因子  $A_s, A_m$  的计算误差. 为了能够对比, 我们采用 Mazierska<sup>[2]</sup> 所用的数据, 即  $A_s, A_m$  的计算误差取为 0.5%. 而 ( $\Delta Q_0 / Q_0$ ), ( $\Delta Q_d / Q_d$ ), ( $\Delta R_m / R_m$ ) 则分别取为 1%, 50%, 1%. 这些数值是常用的并具有代表性的. 我们只讨论介质为宝石的情况. 取其  $\tan \delta = 5 \times 10^{-8}$ . 金属腔采用 Cu, 它的微波表面电阻  $R_m$  取为:  $R_m(10\text{GHz}) = 11.5 \text{ m}\Omega$ . 频率不同时, 金属的微波表面电阻  $R_m$  与  $f^{0.5}$  成正比, 因而,  $R_m(f) = 11.5 \text{ m}\Omega \times (f/10 \text{ GHz})^{0.5}$ . 由 (15) 式可见 ( $\Delta R_s / R_s$ ) 与  $R_s$  的大小有关. 为了对不同尺寸的谐振器比较, 我们取 10GHz 下的  $R_s$  的典型值:  $R_s(10 \text{ GHz}) = 0.4 \text{ m}\Omega$ . 同样需要考虑  $R_s$  与频率的关系. 对于 HTS 来说  $R_s$  与  $f^2$  成正比:  $R_s(f) = 0.4 \text{ m}\Omega \times (f/10 \text{ GHz})^2$ .

除了  $R_s$  的误差 ( $\Delta R_s / R_s$ ) 之外, 介质谐振器的最小可测表面电阻  $R_{\text{min}}$  也是一个重要的参数. 我们定义: 误差 ( $\Delta R_s / R_s$ ) 达到 25% 时的表面电阻值为  $R_{\text{min}}$ . 为了对频率不同的谐振器的性能进行比较, 我们给出 10GHz 下的  $R_{\text{min}}$ .

### 3 结果与讨论

介质柱的  $2a/L$  以及金属腔内半径与介质柱半径之比  $b/a$  对谐振器的性能有重要影响. 我们讨论几种典型的情况: 图 1 和图 2 的曲线  $a$  为  $2a/L = 1.67$ ,  $b/a = 1.37$ , 与 F.I.T 的谐振器 ( $L = 4.18 \text{ mm}$ ,  $f = 18.1 \text{ GHz}$ ) 相对应. 曲线  $b$  为  $2a/L = 2$ ,  $b/a = 1.1$ , 它几乎是  $b/a$  可能的最小值了. 曲线  $c$  为  $2a/L = 1.0$ ,  $b/a = 2.31$ , 与 JCU/NIST1 的谐振器 ( $L = 4 \text{ mm}$ ,  $f = 24.6 \text{ GHz}$ ) 相对应. 曲线  $d$  为  $2a/L = 1.67$ ,  $b/a = 1.85$ , 与 JCU/NIST2 的谐振器 ( $L = 3 \text{ mm}$ ,  $f = 24.6 \text{ GHz}$ ) 相对应. 曲线  $e$  为  $2a/L = 2$ ,  $b/a = 2$ , 与 Du Pont 的谐振器 ( $L = 2.5 \text{ mm}$ ,  $f = 27.3 \text{ GHz}$ ) 相对应. 图 1 与图 2 分别给出了误差 ( $\Delta R_s / R_s$ ) 与  $R_{\text{min}}$  随频率  $f$  变化的曲线. 各个实验室的介质谐振器的特性用实心方块表示. JCU ( $L = 7.4 \text{ mm}$ ,  $2a/L = 1.7$ ,  $b/a = 1.94$ ,  $f = 9.88 \text{ GHz}$ ) 和 TCSUH ( $L = 5 \text{ mm}$ ,  $2a/L = 1.8$ ,  $b/a = 2$ ,  $f = 14.3 \text{ GHz}$ ) 两个实验室谐振器的  $2a/L$  和  $b/a$  在曲线  $d$  和  $e$  之间, 为了清楚起见没有单独画出曲线.

这里还给出了一个 35.8 GHz 蓝宝石介质谐振器的特例, 其参数为:  $L = 1.9 \text{ mm}$ ,  $2a/L = 2$ ,  $b/a =$

2,  $f = 35.8$  GHz. 图 1 与图 2 各条曲线的形状相似, 当频率  $f$  升高时 ( $\Delta R_s/R_s$ ) 与  $R_{smin}$  迅速减小, 频率不变时,  $b/a$  与  $2a/L$  越大, 则 ( $\Delta R_s/R_s$ ) 与  $R_{smin}$  越小. 最小可测表面电阻  $R_{smin}$  随  $f$  的变化更快些. 由 45 GHz 减小为 5 GHz 时,  $R_{smin}$  增加 100 倍 (对于  $b/a = 2, 2a/L = 2$ ) 或 40 倍 (对于  $b/a = 1.1, 2a/L = 2$ ). 由此可见, 提高频率对于减小 ( $\Delta R_s/R_s$ ), 特别是对减小  $R_{smin}$  有利. DuPont 谐振器以及这里给出的介质谐振器特例,  $2a/L = 2$  与  $b/a = 2$ . DuPont 谐振器频率为 27.3 GHz, 误差为 1.15%, 最小可测表面电阻  $R_{smin}$  (10 GHz) 为  $3.0 \mu\Omega$ . 频率为 35.8 GHz 的介质谐振器, 误差为 1.13%, 最小可测表面电阻  $R_{smin}$  (10

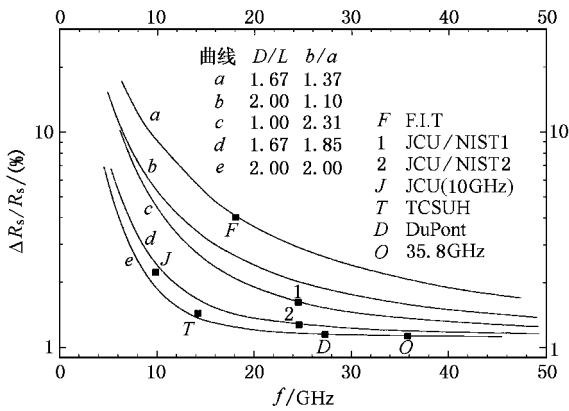


图 1 蓝宝石介质谐振器误差 ( $\Delta R_s/R_s$ ) 与频率 ( $f$ ) 的关系

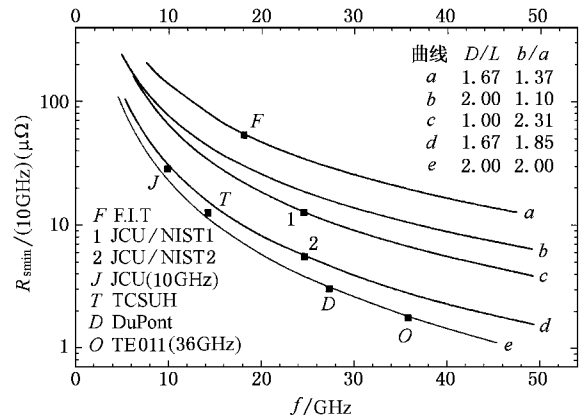


图 2 蓝宝石介质谐振器最小可测表面电阻 ( $R_{smin}$ ) 与频率 ( $f$ ) 的关系

GHz) 为  $1.8 \mu\Omega$ . 若蓝宝石介质谐振器 ( $2b/L = 2, b/a = 2$ ) 工作在 5.25 GHz ( $L = 13$  mm), 其误差为 5.27%, 最小可测表面电阻  $R_{smin}$  (10 GHz) 为  $81.9 \mu\Omega$ .

由此我们可以得出结论: 在设计谐振器时,  $2a/L$  与  $b/a$  值要取得大一些, 二者都要接近或等于 2. 在  $2a/L$  与  $b/a$  值确定后, 频率要取得高一些, 以减小误差和最小可测表面电阻  $R_{smin}$ . 在  $2a/L$  与  $b/a$  值都取为 2 时, 工作在 25 GHz 以上的蓝宝石介质谐振器,  $R_s$  测量误差可在 1% 左右, 而最小可测表面电阻  $R_{smin}$  则可达微欧姆的数量级. 这对于高温超导薄膜的检测和微波器件应用说来是足够的.

[ 1 ] Z. Y. Shen, C. Wilker, P. Pang, W. L. Holstein, D. Face, D. J. Kountz, *IEEE Trans. Microwave. Theo. and Techn.* **40**(1992), 2424.  
 [ 2 ] J. Mazierska, *J. of Superconductivity*, **10**(1997), 73.  
 [ 3 ] J. Krupka, M. Klingner, M. Kuhn, A. Baranyak, M. Stiller, J.

Hinken, J. Modelski, *IEEE Trans. On Appl. Superconductivity*, **3** (1993) 3043.  
 [ 4 ] D. Kajfez, *IEEE Trans. Microwave. Theo. and Techn.* **32**(1984), 941.

# ERROR ANALYSIS FOR MEASUREMENTS OF MICROWAVE SURFACE RESISTANCE OF HIGH-TEMPERATURE SUPERCONDUCTORS BY DIELECTRIC RESONATOR METHOD\*

LI HONG-CHENG WANG RUI-LAN WEI BIN

(*National Laboratory for Superconductivity, Institute of Physics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100080, China*)

(Received 10 October 2000; revised manuscript received 17 November 2000)

## ABSTRACT

In this paper the relations between the errors in measurements for the microwave surface resistance of a high-temperature superconducting thin film and the geometry and frequency of a parallel plate dielectric resonator were analyzed. The results showed that the influence of the  $2a/L$  (ratio of the diameter of the dielectric rod to its length), the  $b/a$  (ratio of the radius of the metal cavity to the radius of the dielectric rod) and the frequency  $f$  on the error and the measurable minimum surface resistance  $R_{\text{min}}$  is quite important. The curves obtained in this paper could be used to design the dielectric resonators of parallel plate type. The error of order of 1% and  $R_{\text{min}}$  of the order of micro-ohm could be obtained by proper choosing  $2a/L$ ,  $b/a$  and  $f$ .

**Keywords** : dielectric resonator, HTS thin films, microwave surface resistance, error analysis

**PACC** : 7430G, 7475

\* Project supported by the National High Technology Development Program of China