

强混沌干扰中的谐波信号提取^{*}

汪芙平 郭静波 王赞基 萧达川

(清华大学电机工程与应用电子技术系, 北京 100084)

李茂堂

(中国科学院空间科学中心, 北京 100080)

(2000 年 6 月 7 日收到, 2000 年 7 月 25 日收到修改稿)

提出一种新的从强混沌干扰中提取被掩蔽的谐波信号的方法. 依据混沌吸引子固有的几何性质, 借助微分流形切空间的概念, 将混沌干扰和谐波信号分别投影到混沌吸引子所在流形的切空间及其补空间, 从而成功地将二者分离. 理论分析和计算机仿真实验都表明该方法非常有效.

关键词: 混沌, 非线性, 信号处理

PACC: 0545, 0540

1 引 言

近十多年来, 混沌信号理论的研究受到广大学者的极大关注. 一方面, 自然现象中有许多可观测的混沌信号, 如海杂波信号和心电信号等; 另一方面, 混沌信号也可用于完成某种专门功能, 如保密通信或电子对抗等. 混沌中的信号提取在理论与实践中有重要的意义. 在这一领域的研究中, Leung^[1]利用 MPSV(最小相空间体积)方法研究了嵌入在混沌噪声中 AR 模型的参数估计; Haykin^[2]利用人工神经网络的方法研究了在海洋杂波(被证明为混沌噪声)背景下的小目标信号提取; Short^[3-5]则根据混沌信号可短时间预测的特性, 利用混沌预测的方法考察了混沌通信系统中信号的提取.

在强混沌干扰下, 即使对于在频域上聚集性极强的谐波信号, 如果谐波的频率位于混沌信号的中心频带内, 则无论在时域还是在频域上, 利用传统的信号处理的方法很难检测到此谐波信号的存在, 更难以将其提取出来.

本文依据混沌动力学理论, 从接收的混沌信号中重构出混沌系统的吸引子, 根据混沌吸引子的几何性质, 在局部区域将混沌干扰投影到吸引子所在流形的局部切空间, 谐波信号保留在切空间的补空间中, 从而谐波信号能成功地提取. 本文首先阐述

强混沌干扰条件下信号提取的基本原理, 然后通过计算机仿真实验对算法进行验证, 并通过对不同幅值、不同频率的谐波的提取, 讨论了算法的适用范围.

2 基本原理

从混沌干扰中提取弱的谐波信号, 其实质是一个信号分离问题. 解决此问题的出发点是寻找能区分这两种信号的某种特性, 根据此特性进行信号分离. 这种区分特性的一般选择是混沌干扰的确定性机制^[3-5]. 实际上, 混沌干扰对应的吸引子的几何特性足以用于信号分离, 并且具有算法简单, 鲁棒性好的特点.

设 $\{r(n)\}_{n=1}^N$ 是单变量时间序列, $r(n)$ 是混沌干扰 $y(n)$ 和真实谐波信号 $s(n)$ 的叠加, 即

$$r(n) = y(n) + s(n), \quad (1)$$

其中混沌干扰 $y(n)$ 的幅度或能量要远远大于谐波信号 $s(n)$. 按下式进行相空间重构:

$$r(n) = (r(n), r(n-1), \dots, r(n-d+1))^T \\ = y(n) + s(n),$$

$$y(n) = (y(n), y(n-1), \dots, y(n-d+1))^T, \quad (2)$$

$$s(n) = (s(n), s(n-1), \dots, s(n-d+1))^T.$$

如果重构维数 d 选取足够大, 根据 Takens^[6] 和 Sauer^[7] 嵌入理论, $y(n)$ 构成原混沌系统的可微嵌

^{*} 国家重点基础研究专项经费(批准号: G1998020307)资助的课题.

入. $\{y(n)\}$ 所在的最小流形 M 与原混沌吸引子所在的流形是微分同胚, 两者具有相同的维数. 由于 $s(n)$ 的影响, $r(n)$ 并不在流形 M' 上, 但又由于 $s(n)$ 很小, $\{r(n)\}$ 在 R^d 空间中与 M 具有差不多相同的形状.

光滑流形可以用流形上各点的局部切空间来近似, 因而向流形上进行投影可近似为向对应的局部切空间上投影. 已知重构向量 $r(n)$ 和 $r(n)$ 在 R^d 空间邻域内某点 $y_0 \in M'$ 及 M' 上通过点 y_0 的切空间 $T_{y_0}(M')$ 则与 $r(n)$ 对应的流形 M' 上的点 $y(n)$ 可近似为

$$y'(n) = y_0 + \text{Proj}_{T_{y_0}(M')} (r(n) - y_0), \quad (3)$$

其中 $\text{Proj}_{T_{y_0}(M')}$ 表示向切空间 $T_{y_0}(M')$ 的投影算子. 此时 $s(n)$ 可从接收信号中分离出, 表示为

$$\begin{aligned} s'(n) &= r(n) - y_0 - \text{Proj}_{T_{y_0}(M')} (r(n) - y_0) \\ &= \text{Proj}_{T_{y_0}^\perp(M')} (r(n) - y_0), \end{aligned} \quad (4)$$

其中 $\text{Proj}_{T_{y_0}^\perp(M')}$ 表示向 M' 上通过点 y_0 的切空间补空间的投影.

已知 $r(n)$ 及其邻域内的点 $r(n_i), i = 1, 2, \dots, Q$, 可利用 SVD 方法估计 y_0 及其切空间^[8,9]

$$y_0 = \frac{1}{Q} \sum_{i=1}^Q r(n_i), \quad (5)$$

$$\tilde{u}_i = \frac{r(n_i) - y_0}{\|r(n_i) - y_0\|}, \quad i = 1, 2, \dots, Q, \quad (6)$$

$$A = [\tilde{u}_1, \tilde{u}_2, \dots, \tilde{u}_Q] = USV^T, \quad (7)$$

$$\Sigma = [\text{diag}(\sigma_1^2, \sigma_2^2, \dots, \sigma_d^2) \quad \mathbf{0}_{d \times (Q-d)}], \quad (8)$$

其中 (7) 式为对矩阵 A 奇异值分解 (SVD) 的表达式.

若 $\sigma_i^2 \gg \sigma_{i+1}^2$, 且 $\sum_{i=1}^l \sigma_i^2 \approx \sum_{i=1}^d \sigma_i^2$, 则确定局部切空间的维数为 l , 且 $T_l(M_1) = \text{span}(u_1, u_2, \dots, u_l)$, 其中 u_i 为矩阵 U 的第 i 个列向量.

实际上最终需要的是单变量的谐波信号 $\{s(n)\}$, 并非向量 $s'(n)$. 而每个 $s(n)$ 出现在多个向量 $s'(k), k = n, n+1, \dots, n+d-1$ 的分量中, 显然它们并不相同. 最后的 $s(n)$ 通过求平均的方法求得

$$s'(n) = \frac{1}{d} \sum_{i=0}^{d-1} s'(n+i), \quad (9)$$

其中 $s'(n+i)$ 表示 $s'(n+i)$ 的第 i 个分量.

3 计算机仿真实验结果及分析

$s'(n)$ 中除了包含与 $s(n)$ 同频同相的谐波信号

外, 还有算法本身引入的噪声, 记为 $v(n)$ 称为算法噪声. $v(n)$ 的强度决定了信号分离成功与否. 如果谐波信号被成功地分离, 则谐波信号的频率可以直接从 $\{s'(n)\}$ 的频谱上分辨出. 为提高分辨率, 也可以采用现代信号处理的方法, 建立相应的随机模型. 若 $s(n)$ 为 p 个谐波信号的叠加, 则 $\{s'(n)\}$ 为 AR-MA($2p, 2p$) 过程, 可写成

$$s'(n) + \sum_{i=1}^{2p} a_i \cdot s'(n-i) = v(n) + \sum_{i=1}^{2p} a_i \cdot v(n-i). \quad (10)$$

由于 $v(n)$ 可看成是独立的随机过程, 故相应的修正 Yule-Walker 方程为

$$c_s(l) + \sum_{i=1}^{2p} a_i \cdot c_s(l-i) = 0, \quad (l > 2p), \quad (11)$$

其中 $c_s(l)$ 为 $s'(n)$ 的相关函数. 可以利用 TLS 方法 (总体最小二乘方法) 求取 (11) 式的最佳最小二乘近似解^[10], 得 AR 参数 $a_i, i = 1, \dots, 2p$. 对特征多项式

$$z^{2p} + a_1 z^{2p-1} + \dots + a_{2p} = 0 \quad (12)$$

求得根 $\{e^{\pm 2\pi f_i}\}_{i=1}^p, f_i$ 即为估计的谐波的频率. 这里通过谐波频率的估计值来判断谐波信号提取是否成功.

本文下面所列的例子中均采用 Lorenz 系统作为混沌源, 该系统动力系统方程为

$$\begin{aligned} \dot{x} &= \alpha(y - x), \\ \dot{y} &= -xz + rx - y, \\ \dot{z} &= xy - bz, \end{aligned} \quad (13)$$

参数为 $\sigma = 16, b = 4, c = 45.92$. 选取混沌信号 $y(n) = x(n\tau_s), \tau_s = 0.01$, 并归一化使得其最大幅值为 1.

实验 1 取谐波信号 $s(n) = A \sin(2\pi f n), A = 0.003, f = 0.05$ 为归一化频率. 接收信号数据长度 $N = 10000$. (10) 式中典型的奇异值分布为 $\Sigma = (2.833, 0.452, 0.027, 0.005, 0.003, 0.000, \dots)$, 故取切空间维数 $k = 2$.

图 1 给出了单个谐波信号提取过程中的一些波形图. 图 1(a) 是某段接收信号的波形, 单从这段 Lorenz 信号波形上, 无法觉察到其中隐藏有谐波信号. 图 1(b) 是从这段接收信号中分离出的谐波信号 $s'(n)$. 与真实的谐波信号相比, 相位一致, 但幅值有一定的衰减, 其原因可归结为在局部切空间投影分量中, 也包含一部分真实谐波信号的成分. 由于各处衰减程度不同, 因而更像一个调幅信号. 图

$I(c)$ 是 $s'(n)$ 的傅氏变换的幅值, 在 $f=0.05$ (对应图中 $k=10$) 处, 谐波信号的尖峰明显. 图 1(d) 是将 (c) 中尖峰分量保留, 其余置 0 后反变换所得 $s''(n)$

波形. 显然, 与真实信号相比, 仅仅在幅值上有差别.

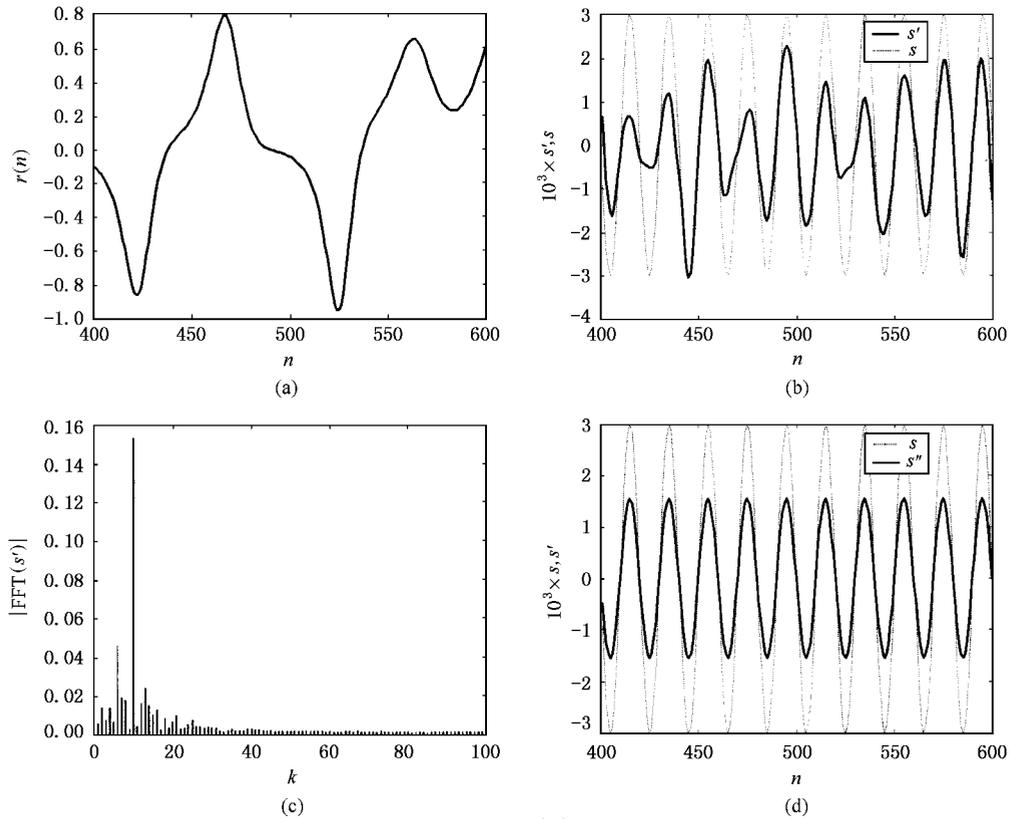


图 1 (a)接收信号 $r(n)$ 的一段波形 (b)从接收信号中分离出的一段谐波信号 $s(n)$ 波形;
(c) $s'(n)$ 的 FFT 的幅值波形 (d)从 $s'(n)$ 中提取的谐波 $s''(n)$

实验 2 取 $s(n) = A_1 \sin(2\pi f_1 n) + A_2 \sin(2\pi f_2 n)$, $f_1 = 0.05$, $f_2 = 0.06$, $A_1 = 0.005$, $A_2 = 0.003$. 信号长度依然为 10000. 图 2 给出了长度为 300 的某段提取信号的傅氏变换的幅值图. 从图中可以看出, 对应于 $f = 0.05$ 和 $f = 0.06$ (即图中 $k = 15$ 和 $k = 18$)

处, 有两个明显的尖峰. 为提取相应频率, 求得 AR 参数: $a_1 = -3.758$, $a_2 = 5.528$, $a_3 = -3.754$, $a_4 = 0.998$. 相应的谐波频率: $f_1 = 0.0501$, $f_2 = 0.0603$. 结果非常精确.

实验 3 取 $s(n) = c \cdot [A_1 \sin(2\pi f_1 n) + A_2 \sin(2\pi f_2 n)]$, 即只改变实验 2 中真实信号 $s(n)$ 的幅值. 当 c 变化时, 提取出的谐波信号的频率值如图 3 所示. 从图中可以看出, 当 c 过小 (< 0.2) 或过大 (> 30) 时, 频率的估计失败; c 在 0.2—30 的较宽取值范围内, 对信号的提取能获得很好的效果. 由于算法噪声能量相对固定, 在谐波信号幅度过小时, 它被算法噪声淹没, 因而谐波频率值提取不出来. 而当谐波幅度过大时, 频率值不能正确提取的原因在于, 此时谐波信号的引入已经破坏了混沌吸引子的几何结构, 也即破坏了原混沌轨道正确的相邻关系. 按 (5—8) 式已无法正确确定混沌流形的局部切空间.

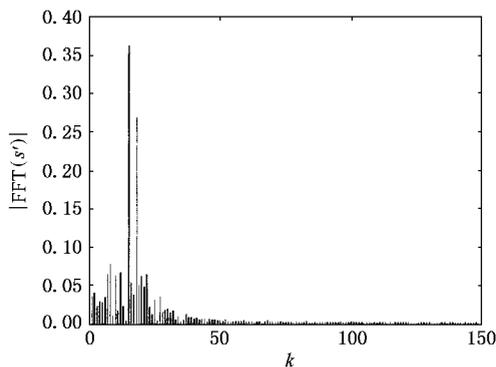


图 2 $s'(n)$ 的 FFT 的幅值

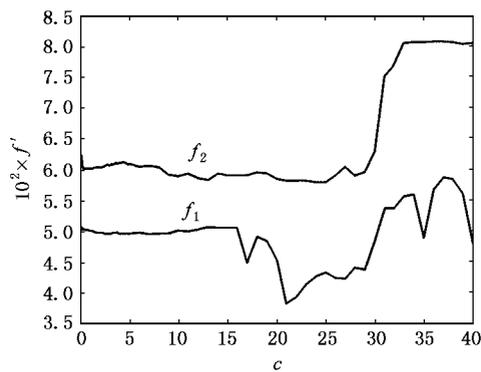


图 3 频率估计值 $f'(f_1, f_2)-c$ 的曲线

实验 4 考察具有不同频率的谐波信号的提取. 在实验 1 中, 固定谐波信号的幅值分别为 0.0004, 0.0016, 0.0036, 0.0064, 0.01, 改变其频率从 0.01 到 0.1, 谐波频率提取结果如图 4 所示, f 为频率真实

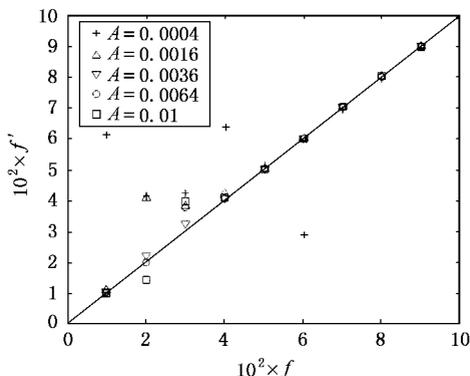


图 4 幅值 A 取不同值 $f'-f$ 的曲线

值 f' 为估计值. 从图中可以看出, 谐波幅值 $A = 0.0004$ 时, 频率值 0.07—0.1 被正确提取; 当 $A = 0.0016$ 时, 频率值 0.04—0.1 被正确提取; 当 $A = 0.0036$ 时, 频率值 0.01—0.1 都被正确提取; 当 $A = 0.0064$ 时, 除频率值 0.03 外, 其余频率值都被正确提取; 当 $A = 0.01$ 时, 频率值 0.04—0.1 被正确提取. 提取结果与前面实验现象相符合, 当谐波信号幅度过大或过小时, 提取效果都不理想. 而对频率

而言, 谐波频率越高, 提取效果越好. 这一点与采用的具体的混沌干扰源有关. 实际上, 在 Lorenz 混沌信号能量主要集中在低频, 并且越接近低频, 能量越强, 因而对该频率段的弱信号的掩蔽能力越强.

实验 5 考察算法对接收数据长度的要求. 由于本算法利用的是混沌吸引子的几何性质, 如果数据不够长, 则混沌吸引子不能充分重构, 其几何性质反映不出来. 在实验 2 中, 改变数据长度, 保持其他参数不变, 频率提取值相对于 N 变化曲线如图 5 所示. 从图中可以看出, 当 $N \geq 3000$ 时, 对谐波频率的提取已能获得较好的效果.

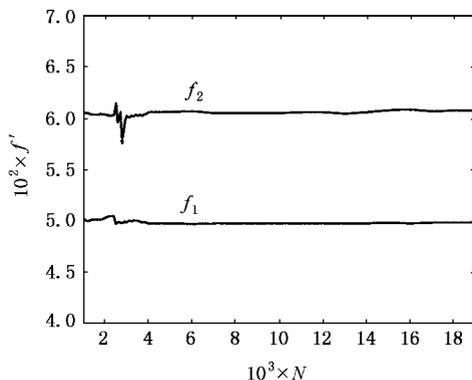


图 5 频率估计值 $f'(f_1, f_2)-N$ 的曲线

4 结 论

本文研究了在混沌系统的动力机制未知, 同时没有纯净的混沌轨道做为参考的情况下, 如何从强混沌干扰中提取有用的谐波信号. 本文所提出的算法仅用到了混沌干扰的几何性质, 具有实现简单, 算法鲁棒的优点. 在实验验证中, 应用该方法对混沌干扰中不同幅值、不同频率的谐波信号进行提取. 结果表明, 在谐波信号幅值相对于混沌干扰很小, 混沌吸引子的几何特性基本保持不变的情况下, 谐波信号能很好地提取出来. 从该方法所基于的原理看, 它同样适用于混沌干扰中其他类型信号的提取.

- [1] H. Leung , X. P. Huang , *IEEE Trans . Sig . Proc* **44** (1996) 2456 .
- [2] S. Haykin , X. B. Li , *Proceedings of IEEE* **83** (1995) 94 .
- [3] K. M. Short , *Int . J. Bif. & Chaos* **4** (1994) 957 .
- [4] K. M. Short , *Int . J. Bif. & Chaos* **6** (1996) 367 .
- [5] K. M. Short , *Int . J. Bif. & Chaos* **7** (1997) 1579 .
- [6] F. Takens , *Lecture Notes in Mathematics* , No. 898 (Springer-Verlag , 1981) .
- [7] T. Sauer , J. A. York , *J. Stat . Phys .* **65** (1991) 579 .
- [8] T. Sauer , *Physica* **D58** (1992) 193 .
- [9] R. Cawley , G. H. Hsu , *Phys . Rev .* **A44** (1992) 3057 .
- [10] Xian-da Zhang , *Modern signal processing* (Tsinghua University Press , Beijing , 1995) [in Chinese] 张贤达 . 现代信号处理 (清华大学出版社 , 北京 , 1995)] .

HARMONIC SIGNAL EXTRACTION FROM STRONG CHAOTIC INTERFERENCE*

WANG FU-PING GUO JING-BO WANG ZAN-JI XIAO DA-CHUAN

(Department of Electrical Engineering , Tsinghua University , Beijing 100084 , China)

LI MAO-TANG

(Center of Aerospace Science , Chinese Academy of Sciences , Beijing 100080 , China)

(Received 7 June 2000 ; revised manuscript received 25 July 2000)

ABSTRACT

The problem of signal extraction from received data contaminated with strong chaotic interference has been investigated and a novel approach to this problem is proposed based on the geometry of chaotic interference . According to this approach , chaotic attractor is first reconstructed from the received data , then in the way of projecting chaotic interference and harmonic signals into the local tangent space and its transverse space of the manifold in which the attractor lies , the two signals are successfully separated . Excellent results were achieved from the computer simulation experiments , which verify the effectiveness of the approach .

Keywords : chaos , nonlinear , signal processing

PACC : 0545 , 0540

* Project supported by the National Key Basic Research Special Fund (Grant No. G1998020307) .