

原子相干态中角动量的高阶涨落及高阶压缩

董传华

(上海大学 物理系, 上海 200072)

(2000 年 4 月 3 日收到)

利用 $SU(2)$ 李代数讨论了原子相干态中角动量的二阶、四阶和六阶涨落, 并在高阶不确定关系基础上提出了角动量高阶压缩的定义. 研究了原子相干态中角动量涨落的二阶、四阶和六阶压缩情况. 运用这里的定义和方法可进一步研究更高阶的压缩情况, 从而把高阶压缩推广到原子算符的涨落上.

关键词: 原子相干态, Bloch 态, $SU(2)$ 压缩

PACC: 4250

1 引 言

随着量子光学研究的深入, 其中不少基本概念的含义得到了扩大和延伸. 相干态是 Glauber 在描写完全相干的量子化光场时引入的. 现在, 相干态的概念已引伸到其他领域, 其中之一就是用于描写集合原子的态, 提出了原子相干态概念 (Bloch 态)^[1]. 量子光学中其他一些概念也在原子态的描写中找到了对应, 如 Fock 态和 Dicke 态, 位移算符和转动算符等. 于是, 量子光学中的一些研究课题也延伸到了对原子态的研究上.

光场压缩态是继相干态后在量子光学中的又一重要概念. 现已证明, 压缩这种非经典现象不仅仅局限于对光场振幅分量的涨落, 对光场的其他物理量, 如相位^[2], 振幅平方^[3], 以及其他物理系统中的量, 如原子偶极矩^[4]等也存在压缩现象. Wodkiewicz 和 Eberly 把压缩的定义推广到原子相干态中, 提出了 $SU(2)$ (二阶) 压缩的定义^[5], 并给出了原子相干态中角动量涨落的 (二阶) 压缩条件.

另一方面 Hong 和 Mandel 提出了量子化电磁场高阶压缩的定义^[6], 讨论了压缩态光场中振幅涨落的高阶压缩. 对于测量相位的高阶涨落也有了研究^[7]. 我们也曾把高阶压缩推广到了其他物理量上, 研究了原子偶极矩涨落的高阶压缩^[8]. 现在, 既然二阶压缩的概念已由光场态的振幅推广到了原子相干态的角动量上, 那么也就理所当然地会提出如何进一步把原子相干态的二阶压缩推广到高阶的问题.

本文提出了原子相干态中高阶压缩的定义, 讨

论原子相干态中角动量分量的高阶涨落及其高阶压缩. 为讨论的需要, 先总结一下原子相干态及 $SU(2)$ 量子代数的有关公式及概念, 然后计算原子相干态中角动量分量的二阶、四阶和六阶涨落, 给出一般物理量涨落的高阶压缩定义, 并由此建立原子相干态高阶压缩的定义和条件. 讨论了原子相干态中的二阶、四阶和六阶压缩, 结果发现在原子相干态中角动量分量的涨落虽然不存在四阶压缩, 但除了二阶压缩以外确实存在六阶压缩.

2 原子相干态和量子光学中的 $SU(2)$ 群

根据量子力学中的角动量理论, $SU(2)$ 群中的三个生成元 J_x , J_y 和 J_z 满足对易关系:

$$[J_x, J_y] = iJ_z, [J_y, J_z] = iJ_x, [J_z, J_x] = iJ_y, \quad (1)$$

用 J_x 和 J_y 构成两个非厄米算符 J_+ 和 J_- , 它们是角动量的升算符和降算符

$$J_+ = J_x + iJ_y, J_- = J_x - iJ_y, \quad (2)$$

J_+ , J_- 和 J_z 满足下列对易关系:

$$[J_-, J_+] = -2J_z, [J_z, J_{\pm}] = \pm J_{\pm}. \quad (3)$$

总角动量算符 J 由 $J^2 = J_x^2 + J_y^2 + J_z^2$ 定义. Dick 态定义为 J^2 与 J_z 的共同本征态, 记为 $|j, m\rangle$,

$$J^2 |j, m\rangle = j(j+1) |j, m\rangle, J_z |j, m\rangle = m |j, m\rangle, \quad (4)$$

j 是角动量量子数, 它可以为零或正的整数或半奇整数. 量子数 m 可取值 $-j, -j+1, \dots, j-1, j$. Dick 态对应于量子光学的 Fock 态, 其基态 (对应于真空

态 $|j, -j\rangle$ 由下式定义:

$$J_- |j, -j\rangle = 0, \quad (5)$$

J_+, J_- 对 Dicke 态的作用为

$$J_\pm |j, m\rangle = [\chi(j+1) - m(m \pm 1)]^{1/2} |j, m \pm 1\rangle, \quad (6)$$

这类似于量子光学中的产生算符和湮没算符对 Fock 态的作用.

定义转动算符 $R_{\theta, \varphi}$ (角位移算符), 表示在角动量空间中绕轴 $(\sin \varphi, -\cos \varphi, 0)$ 旋转 θ ,

$$\begin{aligned} R_{\theta, \varphi} &= \exp[-i\theta(J_x \sin \varphi - J_y \cos \varphi)] \\ &= \exp(\xi J_+ - \xi^* J_-), \end{aligned} \quad (7)$$

其中 $\xi = 1/2\theta \exp(-i\varphi)$. 算符 $R_{\theta, \varphi}$ 是么正的, 它对应于量子光学中的位移算符 $D(\alpha)$. 正如相干态 $|\alpha\rangle$ 定义为位移算符对真空态作用的结果一样, 原子相干态 $|\theta, \varphi\rangle$ 定义为角位移算符 $R_{\theta, \varphi}$ 对基态 $|j, -j\rangle$ 作用的结果.

$$|\theta, \varphi\rangle = R_{\theta, \varphi} |j, -j\rangle. \quad (8)$$

为了计算角动量分量 J_x 和 J_y 在原子相干态中的平均值, 需要下列变换关系:

$$R^+ J_x R = \lambda_1 J_+ + \lambda_1^* J_- - \mu_1 J_z,$$

$$R^+ J_y R = (\chi - \lambda_2 J_+ + \lambda_2^* J_-) - \mu_2 J_z, \quad (9)$$

其中

$$\lambda_\nu = 1/2[\cos^2(\theta/2) + (-1)^\nu \sin^2(\theta/2)] \exp(-i2\varphi), \quad (\nu = 1, 2), \quad (10a)$$

$$\mu_1 = \cos \varphi \sin \theta, \quad \mu_2 = \sin \varphi \sin \theta, \quad (10b)$$

$$|\lambda_\nu|^2 = 1/4(1 - \mu_\nu^2). \quad (11)$$

3 原子相干态中角动量的涨落

利用(1)与(2)式可以进一步得到

$$J_z^m J_+^n = J_+^n (J_z + n)^m, \quad J_z^m J_-^n = (J_z + n)^m J_-^n. \quad (12)$$

由(5)式可知, $m \neq 0$ 时, $J_z^m J_+^n, J_z^m J_-^n, J_+^m J_z^m$ 和 $J_-^m J_z^m$ 在基态 $|j, -j\rangle$ 中的平均值都为 0. 进一步考虑一个由 J_+, J_- 和 J_z 及其幂构成的算符多项式 $F(J_+, J_-, J_z)$. 如果其中每一项中 J_+, J_- 和 J_z 的乘积都按 $J_+^l J_z^m J_-^n$ 的次序排列. 我们称之为角动量算符中的正规序排列. 根据(6)(12)和(5)式, 可得到

$$j, -j | J_+^l J_z^m J_-^n | j, -j\rangle = (-j)^m \delta_{l, m, n}, \quad (13)$$

于是, 计算 $F(J_+, J_-, J_z)$ 在 $|j, -j\rangle$ 中的平均值时

可用对易关系先展开成正规序形式, 只保留对平均值有贡献的纯 J_z 项. $J_-^m J_+^n$ 在作正规序展开时只有 $m = n$ 情况中才出现纯 J_z 项, 即

$$j, -j | J_-^m J_+^n | j, -j\rangle = \frac{(2j)! m!}{(2j-n)!} \delta_{m, n}. \quad (14)$$

根据 $R_{\theta, \varphi}$ 的么正性和(9)式, J_x^K 和 J_y^K 在原子相干态中的平均值是

$$\begin{aligned} \theta, \varphi | J_x^K | \theta, \varphi\rangle &= j, -j | R^+ J_x^K R | j, -j\rangle \\ &= j, -j | (\lambda_1 J_+ + \lambda_1^* J_- \\ &\quad - \mu_1 J_z)^K | j, -j\rangle, \end{aligned} \quad (15a)$$

$$\begin{aligned} \theta, \varphi | J_y^K | \theta, \varphi\rangle &= j, -j | R^+ J_y^K R | j, -j\rangle \\ &= j, -j | [(\chi - \lambda_2 J_+ + \lambda_2^* J_-) \\ &\quad - \mu_2 J_z]^K | j, -j\rangle. \end{aligned} \quad (15b)$$

对 $K = 1-6$, 得到下列结果:

$$\theta, \varphi | J_x | \theta, \varphi\rangle = j\mu_1,$$

$$\theta, \varphi | J_x^2 | \theta, \varphi\rangle = j^2 \mu_1^2 + 2j |\lambda_1|^2,$$

$$\theta, \varphi | J_x^3 | \theta, \varphi\rangle = j^3 \mu_1^3 + 2\chi(3j-1)\mu_1 |\lambda_1|^2,$$

$$\begin{aligned} \theta, \varphi | J_x^4 | \theta, \varphi\rangle &= j^4 \mu_1^4 + 2(\chi 6j^2 - 4j + 1)\mu_1^2 |\lambda_1|^2 \\ &\quad + 4\chi(3j-1) |\lambda_1|^4, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \theta, \varphi | J_x^5 | \theta, \varphi\rangle &= j^5 \mu_1^5 + 2\chi(10j^3 - 10j^2 \\ &\quad + 5j - 1)\mu_1^3 |\lambda_1|^2 + 4\chi(15j^2 \\ &\quad - 15j + 4)\mu_1 |\lambda_1|^4, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \theta, \varphi | J_x^6 | \theta, \varphi\rangle &= j^6 \mu_1^6 + 2\chi(15j^4 - 20j^3 \\ &\quad + 15j^2 - 6j + 1)\mu_1^4 |\lambda_1|^2 \\ &\quad + 4\chi(45j^3 - 75j^2 + 49j - 11) \\ &\quad \cdot \mu_1^2 |\lambda_1|^4 + 8\chi(15j^2 \\ &\quad - 15j + 4) |\lambda_1|^6. \end{aligned} \quad (16)$$

由此可得, 在原子相干态中的二、四和六阶涨落:

$$\theta, \varphi | (\Delta J_x)^2 | \theta, \varphi\rangle = 2j |\lambda_1|^2, \quad (17a)$$

$$\begin{aligned} \theta, \varphi | (\Delta J_x)^4 | \theta, \varphi\rangle &= 2j |\lambda_1|^2 [\mu_1^2 + \chi(3j-1) \\ &\quad \cdot |\lambda_1|^2], \end{aligned} \quad (17b)$$

$$\begin{aligned} \theta, \varphi | (\Delta J_x)^6 | \theta, \varphi\rangle &= 2j |\lambda_1|^2 [\mu_1^4 \\ &\quad + \chi(25j-11)\mu_1^2 |\lambda_1|^2 \\ &\quad + 4(15j^2 - 15j + 4) \\ &\quad \cdot |\lambda_1|^4]. \end{aligned} \quad (17c)$$

对 J_y 的平均值和涨落, 只需将(16)式和(17)式

中的 μ_1 和 λ_1 用 μ_2 和 λ_2 代替即可. 在图 1—3 中用极坐标表示了不同的 θ 值时 J_x 的二、四和六阶涨落与 φ 的关系. 图中只画了第一象限的情况, 其他象限中的情况可以以极轴为对称得出. 从图中可以看出, 这些涨落随量子数 j 增加而增加. $j=0$ 时各阶涨落为 0; $\theta=0$ 时, 各阶涨落与 φ 无关.

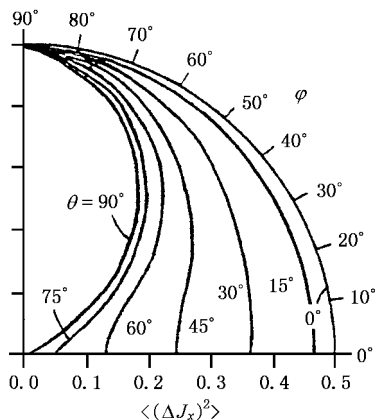


图 1 原子相干态中 J_x 的二阶涨落 ($j=1, \theta=0^\circ, 15^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 75^\circ$ 和 90°)

4 原子相干态中角动量涨落的高阶压缩

Wodkiewicz 和 Eberly 把二阶压缩的定义从玻色代数推广到了一般的李代数的情况, 给出了李代数意义下的二阶压缩的定义^[5]. 对于一组力学量 X_i, X_j 和 X_k 构成了李代数 $[X_i, X_j] = C_{ij}^k X_k$ (C_{ij}^k 是一个结构常数), 那么在态 $|\psi\rangle$ 中, X_i, X_j 满足不确定关系,

$$(\Delta X_i)_\psi (\Delta X_j)_\psi \geq 1/4 |C_{ij}^k X_k|_\psi|^2. \tag{18}$$

李代数中的二阶压缩定义是 X_i 的涨落小于量子力学涨落的平均不确定量 $1/2 |C_{ij}^k X_k|_\psi|$. 这平均不确定量构成了力学量 X_i 在态 $|\psi\rangle$ 中的基础量子涨落, 也是 X_i 涨落的经典极限. 把这样一个定义用于原子相干态中, Wodkiewicz 和 Eberly 给出了角动量涨落的二阶压缩条件

$$(\Delta J_x)_\psi < 1/2 |J_z|_\psi. \tag{19}$$

在这里, 我们要进一步把李代数中的二阶压缩定义推广到高阶. 根据我们曾经得到的高阶不确定关系^[9], X_i 和 X_j 满足的 K 阶不确定关系为

$$(\Delta X_i)_\psi^K (\Delta X_j)_\psi^K \geq 1/4 | [(\Delta X_i)_\psi^{K/2} (\Delta X_j)_\psi^{K/2}]_\psi|^2, \tag{20}$$

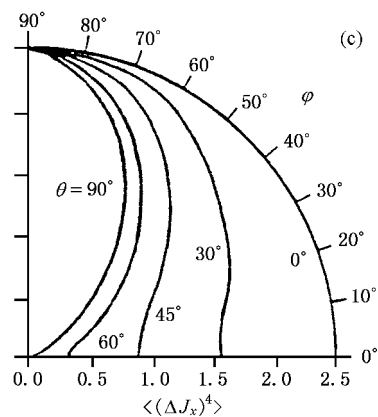
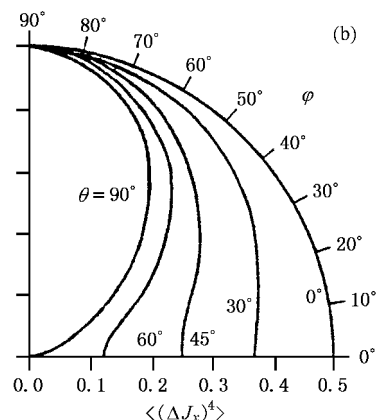
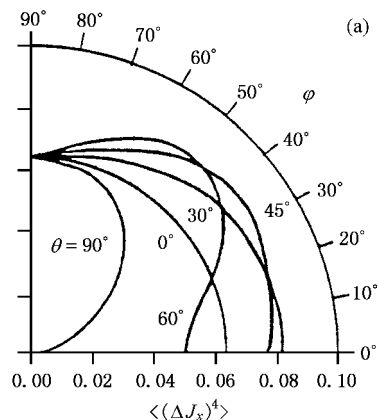


图 2 原子相干态中 J_x 的四阶涨落 (a) $j=1/2$ (b) $j=1$ (c) $j=2$; $\theta=0^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ$ 和 90°

$K=2$ 时就回复到 (18) 式. (20) 式右边给出了 K 阶平均不确定量 (记为 $F_\psi^{(K)}$):

$$F_\psi^{(K)} = 1/2 | [(\Delta X_i)_\psi^{K/2} (\Delta X_j)_\psi^{K/2}]_\psi|. \tag{21}$$

它是一个与态有关的量, 构成了态 $|\psi\rangle$ 中 X_i 或 X_j 的 K 阶基础量子涨落. 于是, 与 (19) 式对应, 李代数中 K 阶压缩定义是

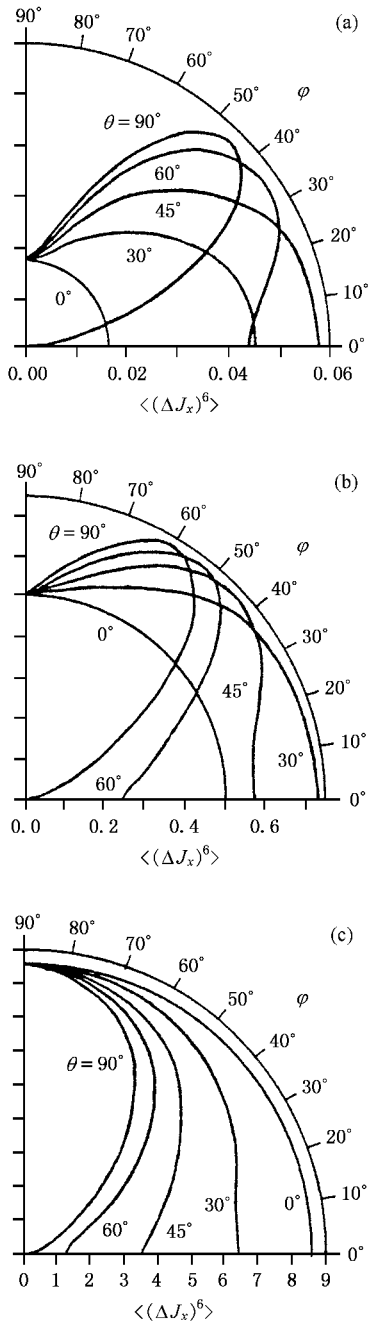


图3 原子相干态中 J_x 的六阶涨落 (a) $j=1/2$ (b) $j=1$ (c) $j=2$;
 $\theta=0^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ$ 和 90°

$$(\Delta X_i)_{\psi}^K < F_{\psi}^{(K)}. \quad (22)$$

为了计算角动量分量 J_x, J_y 在原子相干态中的 K 阶平均不确定量 $1/2 | [(\Delta J_x)^{K/2} (\Delta J_y)^{K/2}] |$, 先要计算对易子 $[J_x^m, J_y^n]$ 在原子相干态中的平均值, 对 $m, n=1, 2$ 和 3 有

$$[J_x, J_y] = -4ij \operatorname{Re}(\lambda_1 \lambda_2^*),$$

$$[J_x^2, J_y] = -4i(j-1)\mu_1 \operatorname{Re}(\lambda_1 \lambda_2^*),$$

$$[J_x, J_y^2] = -4i(j-1)\mu_2 \operatorname{Re}(\lambda_1 \lambda_2^*),$$

$$[J_x^2, J_y^2] = -4i(j-1) \{ (2j-1)\mu_1 \mu_2 \operatorname{Re}(\lambda_1 \lambda_2^*) - 2 \operatorname{Im}(\lambda_1^2 \lambda_2^{*2}) \},$$

$$[J_x^3, J_y] = -4i \{ (3j^2 - 3j + 1)\mu_1^2 + 2(3j-1) |\lambda_1|^2 \operatorname{Re}(\lambda_1 \lambda_2^*) \},$$

$$[J_x, J_y^3] = -4i \{ (3j^2 - 3j + 1)\mu_2^2 + 2(3j-1) |\lambda_2|^2 \operatorname{Re}(\lambda_1 \lambda_2^*) \},$$

$$[J_x^3, J_y^2] = -4i(j-1) \{ (3j^2 - 3j + 1)\mu_1^2 + 2(3j-1) |\lambda_1|^2 \} \mu_2 \operatorname{Re}(\lambda_1 \lambda_2^*) - (j-1)\mu_1 \operatorname{Im}(\lambda_1^2 \lambda_2^{*2}),$$

$$[J_x^2, J_y^3] = -4i(j-1) \{ (3j^2 - 3j + 1)\mu_2^2 + 2(3j-1) |\lambda_2|^2 \} \mu_1 \operatorname{Re}(\lambda_1 \lambda_2^*) - (j-1)\mu_2 \operatorname{Im}(\lambda_1^2 \lambda_2^{*2}),$$

$$[J_x^3, J_y^3] = -4ij \{ (3j^2 - 3j + 1)^2 \mu_1^2 \mu_2^2 + 4(3j-1)^2 |\lambda_1|^2 |\lambda_2|^2 + 2(3j-1) \{ 3j^2 - 3j + 1 \} \mu_1^2 |\lambda_2|^2 + \mu_2^2 |\lambda_1|^2 \} \operatorname{Re}(\lambda_1 \lambda_2^*) - 18(j-1) \{ j-1 \} \mu_1 \mu_2 \operatorname{Im}(\lambda_1^2 \lambda_2^{*2}) - 12(j-1) \{ 2j-1 \} \operatorname{Re}(\lambda_1^3 \lambda_2^{*3}) \}. \quad (23)$$

由(23)式, 得到原子相干态中 J_x, J_y 的 K 阶平均不确定量 ($K=2, 4, 6$) 为

$$F^{(2)} = 2j | \operatorname{Re}(\lambda_1 \lambda_2^*) |, \quad (24a)$$

$$F^{(4)} = 2j | \mu_1 \mu_2 \operatorname{Re}(\lambda_1 \lambda_2^*) - 2(2j-1) \cdot \operatorname{Im}(\lambda_1^2 \lambda_2^{*2}) |, \quad (24b)$$

$$F^{(6)} = 2j | 12(j-1) \{ 2j-1 \} \operatorname{Re}(\lambda_1^3 \lambda_2^{*3}) + 18(2j-1)\mu_1 \mu_2 \operatorname{Im}(\lambda_1^2 \lambda_2^{*2}) - [\mu_1^2 \mu_2^2 + 2(3j-1) \{ \mu_1^2 |\lambda_2|^2 + \mu_2^2 |\lambda_1|^2 \} + 4(3j-1)^2 |\lambda_1|^2 |\lambda_2|^2] \cdot \operatorname{Re}(\lambda_1 \lambda_2^*) |. \quad (24c)$$

在原子相干态中 $J_x (J_y)$ 也一样) 的 K 阶压缩条件是

$$(\Delta J_x)^K < 1/2 | [(\Delta J_x)^{K/2} (\Delta J_y)^{K/2}] |. \quad (25)$$

为了描写 J_x 的 K 阶涨落的压缩程度, 并用极坐标表示, 定义一个压缩参量

$$S_x^{(K)} \equiv (\Delta J_x)^K / \left[\frac{1}{2} | [(\Delta J_x)^{K/2} (\Delta J_y)^{K/2}] | \right], \quad (26)$$

$S_x^{(K)} > 0$. 压缩条件(25)式可改写为 $0 < S_x^{(K)} < 1$.

$S_x^{(K)}$ 越小, 表明压缩程度越大.

对于二阶压缩参量

$$S_x^{(2)} = |\lambda_1|^2 / |\operatorname{Re}(\lambda_1 \lambda_2^*)|$$

$$= (1 - \sin^2 \theta \cos^2 \varphi) |\sec \theta|, \quad (27a)$$

$$S_y^{(2)} = |\lambda_2|^2 / |\operatorname{Re}(\lambda_1 \lambda_2^*)|$$

$$= (1 - \sin^2 \theta \sin^2 \varphi) |\sec \theta|. \quad (27b)$$

这二阶压缩参量与量子数 j 无关. 二阶压缩的条件可以写成

$$\sin^2 \theta < \cos 2\varphi / \cos^4 \varphi \quad (\text{对 } J_x),$$

$$\sin^2 \theta < -\cos 2\varphi / \sin^4 \varphi \quad (\text{对 } J_y). \quad (28)$$

图4中用极坐标表示了不同 θ 时 $S_x^{(2)}$ 与 φ 的关系, 其中只画了 $0 \leq \varphi \leq 90^\circ$ 部分, 其他部分由对极轴的对称性考虑得出. 对 J_x , 二阶压缩只可能发生在 $-45^\circ < \varphi < 45^\circ$ 及 $135^\circ < \varphi < 225^\circ$; 对 J_y , 二阶压缩只可能发生在 $45^\circ < \varphi < 135^\circ$ 及 $225^\circ < \varphi < 315^\circ$. 随着 θ 的增加, 能发生二阶压缩的 φ 取值范围减小.

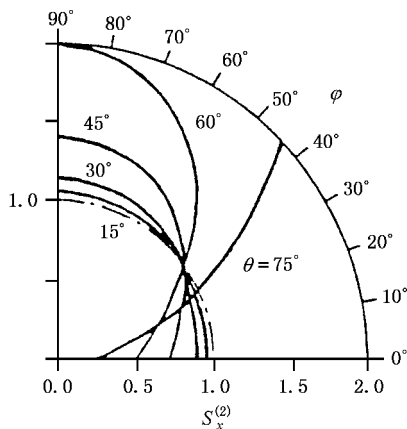


图4 原子相干态中 J_x 的二阶压缩参量 $S_x^{(2)}$ (与 j 无关, $\theta = 0^\circ, 15^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ$ 和 90°)

对高阶压缩, 压缩参量是与角动量量子数 j 有关的. 我们考虑 $j = 1/2, 1$ 和 2 的情况中 J_x 涨落的四阶和六阶压缩情况. 计算分析表明不存在四阶压缩, 但在适当参数条件下可以存在六阶压缩. 图5表明不同 θ 值下, 六阶压缩参量与 φ 的关系, 其中只画了 $0^\circ \leq \varphi \leq 90^\circ$ 的部分, 其余部分可由对极轴的对称性得出. 图中表明 $j = 1/2$ 时, J_x 可以在一定的 φ 范围内获得明显的六阶压缩. $j = 1$ 和 $j = 2$ 时, 只在当 θ 为适当值 (例如 60°) 和 φ 接近 0 和 π 时才表现出六阶压缩, 而且压缩程度较弱.

总之, 在这里高阶压缩的定义被推广到了李代

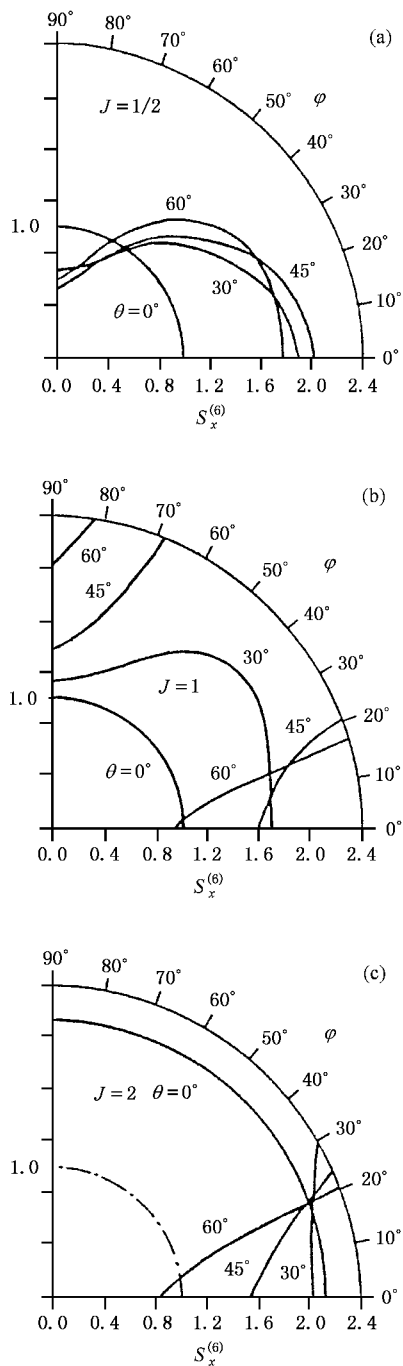


图5 原子相干态中 J_x 的六阶压缩参量 $S_x^{(6)}$ ($\theta = 0^\circ, 30^\circ, 45^\circ$ 和 60°) (a) $j = 1/2$ (b) $j = 1$ (c) $j = 2$)

数意义下, 提出了原子相干态中角动量涨落的高阶压缩的定义 ($SU(2)$ 高阶压缩). 由此说明了不仅二阶压缩这种非经典性质存在于光场以外的其他物理系统中, 而且高阶压缩也可在其他物理系统中存在. 这里讨论的角动量和以前讨论过的偶极矩^[8]就是例子. Hong 和 Mandel 的高阶压缩定义是针对量子化电磁场提出的, 而这里的高阶压缩定义是建立在在不确

定关系基础上的,因此是一个普遍适用的定义,可以用于不少非经典态中物理量涨落高阶压缩的研究上.

- [1] F. T. Arecchi , Eric Courtens , *Phys. Rev.* , **A6**(1972) 2211 .
- [2] A. D. Wilson-Gordon , V. Buzek , P. L. Knight , *Phys. Rev.* , **A44**(1991) 7647 .
- [3] Mark Hillery , *Phys. Rev.* , **A36**(1987) 3796 .
- [4] Tehira Nasreen , M. S. K. Razm , *Phys. Rev.* , **A46**(1992) 4161 .
- [5] K. Wodkiewicz J. H. Eberly , *J. Opt. Soc. Am.* , **B2**(1985) 458 .
- [6] C. K. Hong L. Mandel , *Phys. Rev.* , **A32**(1985) 974 .
- [7] His-the Tu , Chang-de Gong , *J. Mod. Opt.* **40**(1993) 57 .
- [8] C. H. Dong , *Acta Physica Sinica* **46**(1996) 946 (in Chinese) [董传华 物理学报 **46**(1996) 946] .
- [9] C. H. Dong , *Acta Optica Sinica* , **16**(1996) , 1543 (in Chinese) [董传华 光学学报 **16**(1996) , 1543] .

HIGHER-ORDER FLUCTUATIONS AND THEIR SQUEEZING OF ANGULAR MOMENTUM IN ATOMIC COHERENT STATES

DONG CHUAN-HUA

(Department of Physics , Shanghai University , Shanghai 200072 China)

(Received 3 April 2000)

ABSTRACT

The second-, fourth- and sixth-order fluctuations have been discussed by making use of $SU(2)$ Lie algebra. On the basis of higher-order uncertainty relation, the definition of higher-order squeezing for the fluctuations of angular momentum has been put forward. In particular, the second-, fourth- and sixth-order squeezing in atomic coherent states are investigated. These methods and definition can be used for studying much higher-order squeezing. The higher-order squeezing can be generalized to the fluctuations of atomic variances thereby.

Keywords : atomic coherent state , Bloch state , $SU(2)$ squeezing

PACC : 4250