

# 耦合双原子与压缩真空场 Raman 相互作用的动力学

黄春佳 周 明 刘安玲

(长沙电力学院物理与信息工程系,长沙 410077)

(2000 年 7 月 22 日收,2000 年 11 月 10 日收到修改稿)

研究了耦合双原子与单模压缩真空场 Raman 相互作用过程中原子布居和偶极压缩的时间演化特性,运用数值方法讨论了系统耦合常数和初始状态对原子动力学行为的影响.

关键词:耦合双原子,压缩真空场,Raman 相互作用,原子布居,原子偶极压缩

PACC:4250

## 1 引 言

光场与原子相互作用系统量子性质是近代量子光学研究的中心内容.自 1963 年 Jaynes 和 Cummings 共同提出描述光场与原子相互作用系统的重要理论模型即 Jaynes-Cummings(J-C)模型<sup>[1]</sup>以来,人们对光场与原子相互作用系统的许多量子特性,如原子粒子布居的周期崩塌与回复、原子算符的压缩、光场的压缩性和相干性等,都得到广泛深入地研究,并对 J-C 模型作了多种形式的推广<sup>[2-9]</sup>.但 J-C 模型没有考虑原子间的相互作用,因而无法揭示原子间相互作用对原子和光场的量子行为所产生的影响.近年来,描述光场与两个全同的二能级原子相互作用的 Tavis-Cummings(T-C)模型<sup>[10]</sup>引起了人们广泛的兴趣.研究表明,原子间的相互作用对原子和光场的量子特性具有非常重要的影响<sup>[11-17]</sup>.因此,深入研究耦合双原子与光场相互作用系统的动力学是非常有意义的.本文研究了有偶极-偶极相互作用的耦合双原子与单模压缩真空场 Raman 相互作用过程中,原子布居和原子偶极压缩的时间演化特性,运用数值方法,着重讨论了光场的初始压缩因子,原子的初始状态,原子间偶极-偶极相互作用强度和原子-光场耦合常数对原子动力学行为的影响.

## 2 理论模型与计算公式

考虑通过偶极-偶极相互作用耦合的两个全同二能级原子与单模光场的共振 Raman 相互作用,即具有两简并能级  $|g\rangle$  和  $|e\rangle$  的原子从一个能级吸收

(或发射)一个光子,跃迁到一个虚能级  $|J\rangle$ ,并发射(或吸收)一个共振光子,跃迁到另一能级而与单模光场发生的相互作用.设两个原子与光场之间具有相同的耦合常数  $\epsilon$ ,两原子间偶极-偶极相互作用的耦合常数为  $g$ ,在旋波近似下,单模光场与耦合双原子共振 Raman 相互作用系统的哈密顿量为<sup>[15]</sup>

$$H = \omega a^+ a + \epsilon \sum_{i=1}^2 a^+ a [s_+^{(i)} + s_-^{(i)}] + g [s_+^{(1)} s_-^{(2)} + s_-^{(1)} s_+^{(2)}], \quad (1)$$

其中  $a^+$  和  $a$  分别为频率为  $\omega$  的光场的产生和湮没算符, $s_+^{(i)}$  和  $s_-^{(i)}$  为第  $i$  个原子的赝自旋算符.

设初始时刻 ( $t=0$ ) 原子处于相干叠加态

$$|\psi_A(0)\rangle = \cos(\theta/2) |e, e\rangle + \sin(\theta/2) e^{-i\varphi} |g, g\rangle, \quad (2)$$

而光场处于压缩真空态<sup>[18]</sup>

$$|\psi_r(0)\rangle = \sum_{n=0}^{\infty} f_n |n\rangle, \quad (3)$$

其中

$$f_n = \frac{(-e^{i\xi} \tanh r)^n \sqrt{(2n)!}}{n! 2^n \sqrt{\cosh r}}, \quad (4)$$

式中  $\zeta = r e^{i\xi}$  为复压缩参数,为简便起见,取  $\xi = 0$ .

设在任意时刻  $t$ ,系统的状态演化为

$$|\psi^l(t)\rangle = \sum_{n=0}^{\infty} [a_n(t) |e, e, n\rangle + b_n(t) |g, g, n\rangle + c_n(t) |e, g, n\rangle + d_n(t) |g, e, n\rangle]. \quad (5)$$

在(2)–(4)式给定的初始条件下,求解系统的薛定谔方程,得到下列结果:

$$a_n(t) = \frac{1}{2}f_n \left[ \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) - e^{-i\varphi} \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \right] + \frac{1}{4\alpha} \left\{ e^{-\frac{1}{2}gt} f_n \left[ \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) + \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) e^{-i\varphi} \right] \cdot [2\alpha \cos(at) + i g \sin(at)] \right\}, \quad (6)$$

$$b_n(t) = -\frac{1}{2}f_n \left[ \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) - e^{-i\varphi} \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \right] + \frac{1}{4\alpha} \left\{ e^{-\frac{1}{2}gt} f_n \left[ \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) + \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) e^{-i\varphi} \right] \cdot [2\alpha \cos(at) + i g \sin(at)] \right\}, \quad (7)$$

$$c_n(t) = d_n(t) = -\frac{i}{\alpha} n \epsilon f_n \left[ \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) + e^{-i\varphi} \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \right] e^{-\frac{1}{2}gt} \sin(at), \quad (8)$$

其中

$$\alpha = \frac{1}{2} \sqrt{g^2 + 16n^2 \epsilon^2}. \quad (9)$$

### 3 原子布居的时间演化和相干俘获

耦合双原子系统中,原子的粒子数布居差为

$$S_3(t) = \sum_{i=1}^2 s_3^{(i)}, \quad (10)$$

在(5)式所描述的状态中

$$S_3(t) = \sum_{n=0}^{\infty} \{ |a_n(t)|^2 - |b_n(t)|^2 \} \quad (11)$$

式中  $\sum_{n=0}^{\infty} |a_n(t)|^2$  和  $\sum_{n=0}^{\infty} |b_n(t)|^2$  分别为原子处于

激发态和基态的概率.由(6)–(9)式不难求得

$$|a_n(t)|^2 = \frac{|f_n|^2}{32\alpha^2} \{ g^2 + 12\alpha^2 + 8g\alpha \cos^2(\theta/2) \sin(gt/2) \cdot \sin(at) + (g^2 - 4\alpha^2) \sin^2(at) - 8g\alpha \cdot \sin^2(\theta/2) \sin(gt/2) \sin(at) + (g^2 - 4\alpha^2) \cdot \sin\theta \cos\varphi [1 + \sin^2(at)] - (g^2 - 4\alpha^2) \cdot \cos^2(at) [1 + \sin\theta \cos\varphi] + 8g\alpha \sin\theta \cdot \sin\varphi \cos(gt/2) \sin(at) + 16\alpha^2 \cos\theta \cdot \cos(gt/2) \cos(at) - 16\alpha^2 \sin\theta \sin\varphi \cdot \sin(gt/2) \cos(at) \}, \quad (12)$$

$$|b_n(t)|^2 = \frac{|f_n|^2}{32\alpha^2} \{ g^2 + 12\alpha^2 - 8g\alpha \cos^2(\theta/2) \sin(gt/2) \cdot \sin(at) + (g^2 - 4\alpha^2) \sin^2(at) + 8g\alpha \cdot \sin^2(\theta/2) \sin(gt/2) \sin(at) + (g^2 - 4\alpha^2) \cdot \sin\theta \cos\varphi [1 + \sin^2(at)] - (g^2 - 4\alpha^2) \cdot \cos^2(at) [1 + \sin\theta \cos\varphi] - 8g\alpha \sin\theta \sin\varphi$$

$$\cdot \cos(gt/2) \sin(at) - 16\alpha^2 \cos\theta \cos(gt/2) \cdot \cos(at) - 16\alpha^2 \sin\theta \sin\varphi \sin(gt/2) \cdot \cos(at) \}. \quad (13)$$

从(11)–(13)式可以看出,原子布居差  $S_3(t)$  的演化特性明显依赖于原子间偶极-偶极相互作用强度  $g$  与原子-光场耦合常数  $\epsilon$  的比值 ( $g/\epsilon$ ),也与光场的初始压缩因子  $r$  和原子的初始状态  $(\theta, \varphi)$  有关.有关  $S_3(t)$  的数值计算结果如图 1 所示.

当原子间的偶极-偶极相互作用较弱 ( $g/\epsilon$  较小时),原子布居呈现周期性的崩塌与回复现象,回复周期与  $g/\epsilon$  的大小成反比,而原子布居的 Rabi 振荡频率不变,如图 1(a)(b)所示.随着原子间的偶极-偶极相互作用的增大,原子布居的崩塌与回复周期逐渐缩短,当  $g/\epsilon$  接近于 1 时,崩塌与回复现象消失,原子布居的时间演化表现为不规则振荡,如图 1(c)所示.当  $g/\epsilon$  很大,即原子间的耦合很强时,原子布居的时间演化与弱耦合情形完全不同,呈现较复杂的 Rabi 振荡,振荡频率与  $g/\epsilon$  的大小成反比,不出现崩塌与回复现象,如图 1(d)所示.原子布居 Rabi 振荡的幅度随光场初始压缩因子  $r$  的增大而增大.若初始时刻双原子处于激发态,则当  $r$  增大时,振荡曲线下移,如图 1(a)(e)(f)所示.若初始时刻双原子处于基态,则当  $r$  增大时,振荡曲线上移,如图 1(g)–(i)所示.当  $\theta = \pi/2$ ,  $\varphi - \xi = k\pi$  ( $k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ ) 时,原子布居保持恒定,即出现相干俘获现象,如图 1(j)所示.

### 4 原子算符的偶极压缩

对于耦合双原子系统,定义两个缓变的正交厄米算符

$$S_1 = \sum_{i=1}^2 \frac{1}{2} [s_+^{(i)} e^{-i\omega t} + s_-^{(i)} e^{i\omega t}], \quad (14)$$

$$S_2 = \sum_{i=1}^2 \frac{1}{2i} [s_+^{(i)} e^{-i\omega t} - s_-^{(i)} e^{i\omega t}]. \quad (15)$$

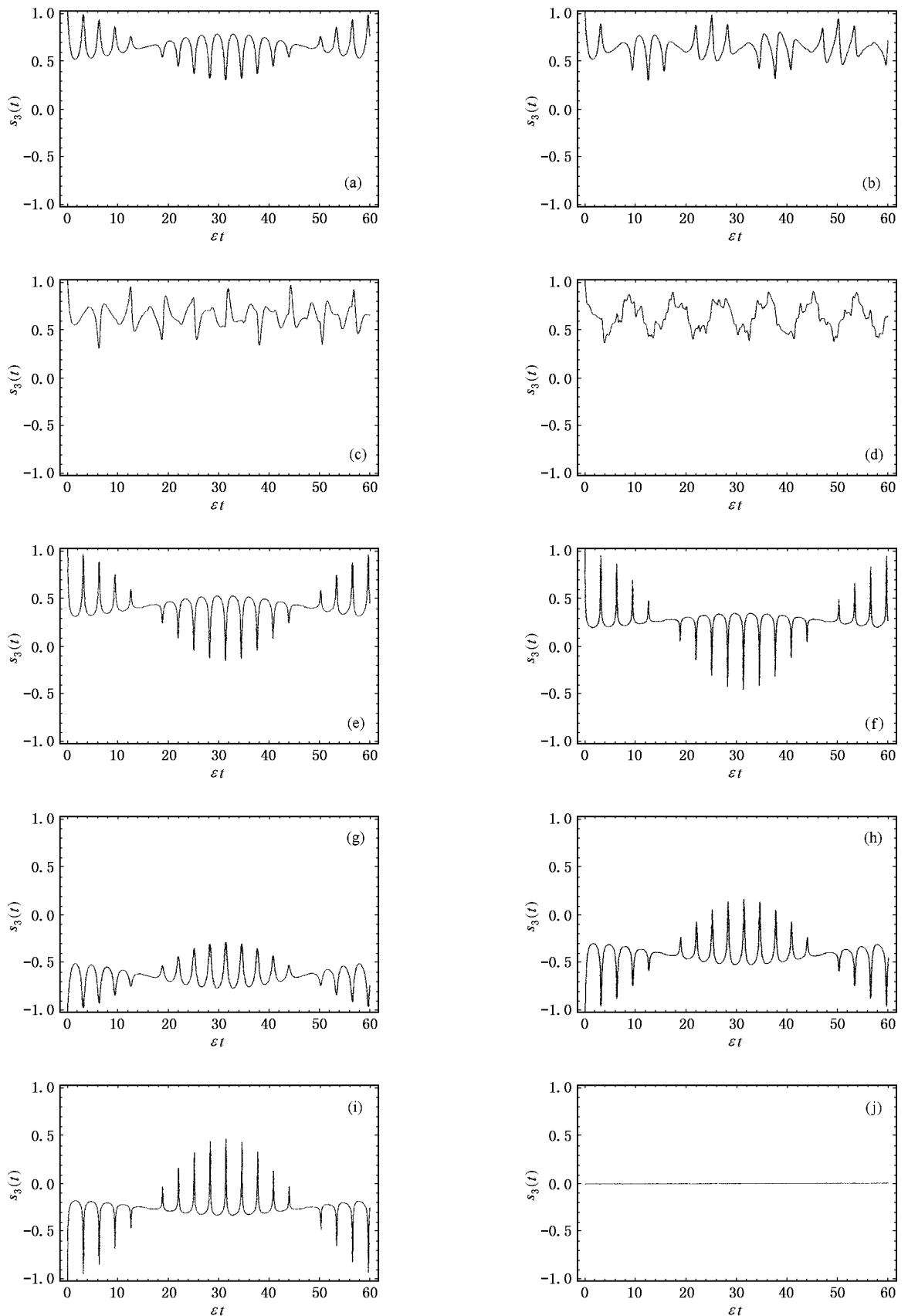
它们分别代表耦合双原子偶极矩的色散分量和吸收分量,满足以下对易关系:

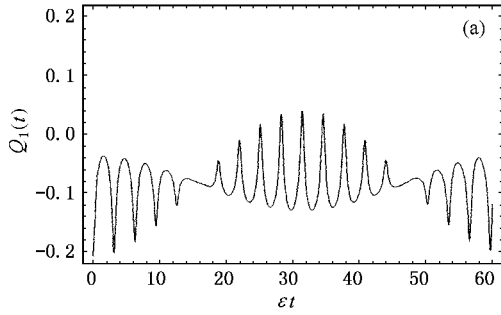
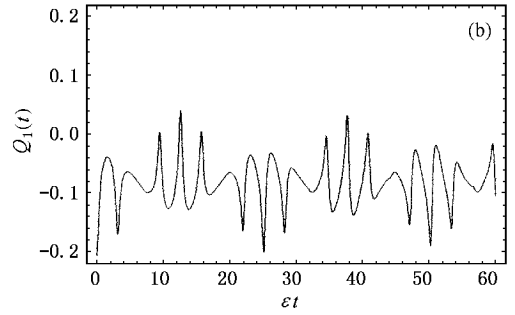
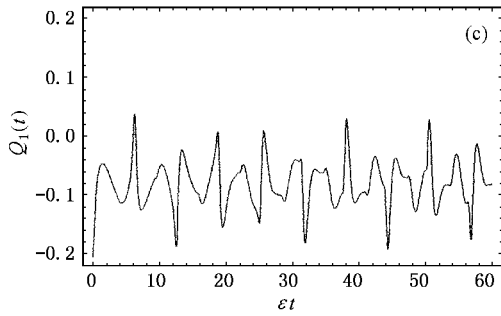
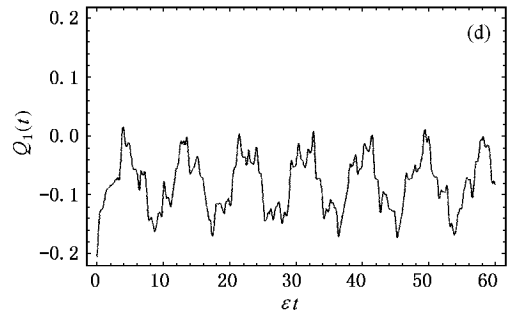
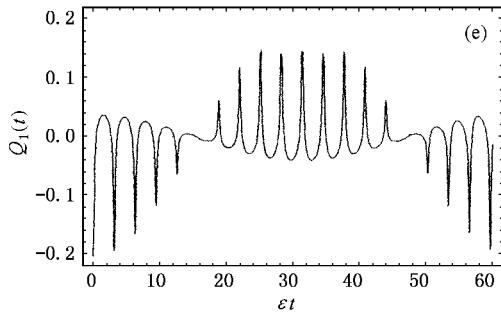
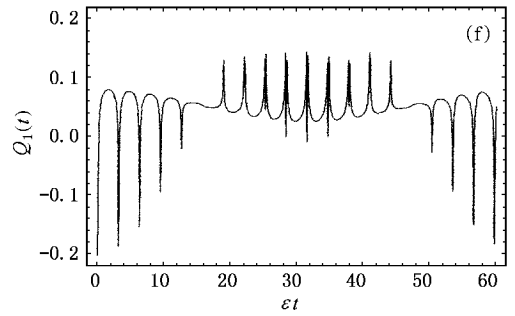
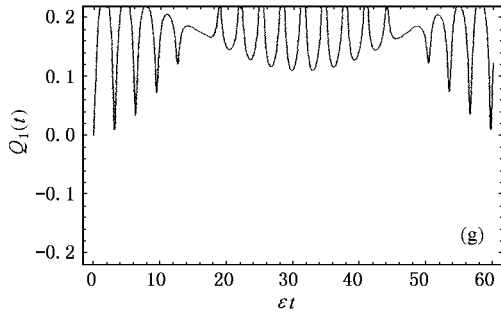
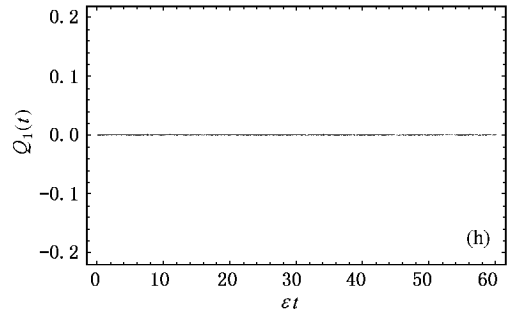
$$[S_1, S_2] = iS_3. \quad (16)$$

若对系统的某一状态,有

$$Q_j = (\Delta S_j)^2 - \frac{1}{2} |S_3| < 0 \quad (j = 1 \text{ 或 } 2), \quad (17)$$

则称双原子算符  $S_j$  分量的涨落被压缩.

图 1  $S_3(t)$  的时间演化规律(a)–(i)  $\varphi - \xi = \pi/2$  (j)  $\varphi - \xi = k\pi$  ( $k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ )

(a)  $r = 1, \beta = \pi/4, g/\epsilon = 0.2$ (b)  $r = 1, \beta = \pi/4, g/\epsilon = 0.5$ (c)  $r = 1, \beta = \pi/4, g/\epsilon = 1$ (d)  $r = 1, \beta = \pi/4, g/\epsilon = 5$ (e)  $r = 1.5, \beta = \pi/4, g/\epsilon = 0.2$ (f)  $r = 2, \beta = \pi/4, g/\epsilon = 0.2$ (g)  $r = 1, \beta = \alpha \text{ (或 } \pi), g/\epsilon = 0.2$ (h)  $r = 1, \beta = \pi/4, g/\epsilon = 0.2$ 图 2  $Q_1(t)$  的时间演化规律 ( $\varphi - \xi = \pi$ )

由(5)式容易得到

$$Q_1(t) = \frac{1}{2} + \sum_{n=0}^{\infty} \text{Re}[a_n^*(t)b_n(t) + c_n^*(t)d_n(t)] - \left\{ \sum_{n=0}^{\infty} \text{Re}[(a_n^*(t) + b_n^*(t))(c_n(t) + d_n(t))] \right\}^2 - \frac{1}{2} \left| \sum_{n=0}^{\infty} [|a_n(t)|^2 - |b_n(t)|^2] \right|, \quad (18)$$

$$Q_2(t) = \frac{1}{2} - \sum_{n=0}^{\infty} \text{Re}[a_n^*(t)b_n(t) - c_n^*(t)d_n(t)] - \left\{ \sum_{n=0}^{\infty} \text{Im}[(a_n^*(t) - b_n^*(t))(c_n(t) + d_n(t))] \right\}^2 - \frac{1}{2} \left| \sum_{n=0}^{\infty} [|a_n(t)|^2 - |b_n(t)|^2] \right|. \quad (19)$$

(18)(19)式表明,与原子布居的时间演化一样,原子算符的偶极压缩同样明显地依赖于原子间偶极-偶极相互作用强度 $g$ 与原子-光场耦合常数 $\epsilon$ 的比值( $g/\epsilon$ ),也与光场的初始压缩因子 $r$ 和原子的初始状态( $\theta, \varphi$ )有关.有关 $Q_1(t)$ 的数值计算结果如图2所示.

将图2(a)-(d)与图1(a)-(d)比较,立即发现, $Q_1(t)$ 的时间演化规律与 $S_3(t)$ 的时间演化规律非常相似,但 $Q_1(t)$ 的振荡幅度比 $S_3(t)$ 的振荡幅度小,平均值的大小也不一样.当原子间的偶极-偶极相互作用较弱( $g/\epsilon$ 较小)时, $Q_1(t)$ 呈现周期性的崩塌与回复现象,回复周期与 $g/\epsilon$ 的大小成反比,而 $Q_1(t)$ 的振荡频率不变,如图2(a)-(b)所示.随着原子间的偶极-偶极相互作用的增强, $Q_1(t)$ 的崩塌与回复周期逐渐缩短,当 $g/\epsilon$ 接近于1时,崩塌与回复现象消失, $Q_1(t)$ 的时间演化表现为不规则振荡,如图2(c)所示.当 $g/\epsilon$ 很大,即原子间的耦合很强时, $Q_1(t)$ 的时间演化与弱耦合情形完全不同,呈现较复杂的振荡,振荡频率与 $g/\epsilon$ 的大小成反比,不出现崩塌与回复现象,如图2(d)所示. $Q_1(t)$ 的振荡幅度随光场初始压缩因子 $r$ 的增大而增大.计算结果还表明,原子偶极矩的压缩与系统的初始

状态密切相关.从图2(a)(e)(f)可以看出,当原子初始时刻处于适当的相干叠加态(如 $\theta = \pi/4$ )时,随着光场初始压缩因子 $r$ 的增大,原子偶极矩 $S_1$ 分量的压缩逐渐变浅.当原子初始时刻处于激发态或基态( $\theta = 0$ 或 $\pi$ )时,原子偶极矩不能被压缩,如图2(g)所示.图2(h)表明,当原子初始时刻处于等概率相干叠加态( $\theta = \pi/2$ )时,原子偶极矩的涨落满足最小不确定关系且不随时间变化.对原子偶极矩 $S_2$ 分量的压缩可作类似讨论.

## 5 结 论

采用全量子理论和数值计算方法,研究了耦合双原子与单模压缩真空场 Ramam 相互作用过程中原子的动力学特性,分析了原子布居的时间演化和原子的偶极压缩特性,着重讨论了原子间偶极-偶极相互作用强度和原子-光场耦合常数以及光场的初始压缩因子和原子的初始状态对原子动力学行为的影响.数值计算结果表明:

1. 当原子间的偶极-偶极相互作用较弱时,原子布居呈现周期性的崩塌与回复现象;当原子间的偶极-偶极相互作用较强时,原子布居的时间演化表现为不规则振荡,崩塌与回复现象消失;当 $g/\epsilon$ 一定时,原子布居 Rabi 振荡的幅度随光场初始压缩因子 $r$ 的增大而增大;当原子初始时刻处于等概率相干叠加态,即当 $\theta = \pi/2, \varphi - \xi = k\pi$ ( $k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ )时,原子布居保持恒定,出现相干俘获现象.

2. 表征原子偶极压缩的 $Q_1(t)$ 的时间演化规律与原子布居的时间演化规律非常相似,当原子间的偶极-偶极相互作用较弱时, $Q_1(t)$ 呈现周期性的崩塌与回复现象,随着原子间的偶极-偶极相互作用的增强, $Q_1(t)$ 的时间演化表现为不规则振荡,崩塌与回复现象消失.当原子初始时刻处于适当的相干叠加态时,随着光场初始压缩因子 $r$ 的增大,原子偶极矩 $S_1$ 分量的压缩逐渐变浅;当原子初始时刻处于激发态或基态时,原子偶极矩不能被压缩;当原子初始时刻处于等概率相干叠加态时,原子偶极矩两个分量的涨落满足最小测不准关系且不随时间变化.

- [ 3 ] W. K. Lai , V. Buzek , P. L. Knight , *Phys. Rev.* , **A44**( 1991 ) 6043 .
- [ 4 ] J. S. Peng , G. X. Li , *Phys. Rev.* , **A47**( 1993 ) 3167 .
- [ 5 ] Z. D. Liu , *Acta Physica Sinica* **36**( 1987 ) ,1645( in Chinese ) [ 刘正东 , *物理学报* **36**( 1987 ) ,1645 ] .
- [ 6 ] P. Zhou , J. S. Peng , *Acta Optica Sinica* **10**( 1990 ) 837( in Chinese ) [ 周鹏、彭金生 , *光学学报* **10**( 1990 ) 837 ] .
- [ 7 ] X. X. Yang , Y. Wu , K. L. Gao , *Acta Optica Sinica* **18**( 1998 ) ,1050 ( in Chinese ) [ 杨晓雪、吴颖、高克林 , *光学学报* **18**( 1998 ) , 1050 ] .
- [ 8 ] Y. H. Tian , J. S. Peng , *Acta Physica Sinica* **48**( 1999 ) 2060( in Chinese ) [ 田永红、彭金生 , *物理学报* **48**( 1999 ) 2060 ] .
- [ 9 ] C. J. Huang , M. Zhou *et al.* , *Acta Physica Sinica* **49**( 2000 ) ,1490 ( in Chinese ) [ 黄春佳、周明等 , *物理学报* **49**( 2000 ) ,1490 ] .
- [ 10 ] M. Tavis , F. W. Cummings , *Phys. Rev.* , **170**( 1968 ) 379 .
- [ 11 ] G. S. Agarwal , *Opt. Commun.* **36**( 1981 ) 285 .
- [ 12 ] R. D. Griffin , S. M. Harris , *Phys. Rev.* , **A25**( 1982 ) ,1538 .
- [ 13 ] Z. Ficek , B. C. Sanders , *Quant. Opt.* **2**( 1990 ) 269 .
- [ 14 ] A. Joshi , R. P. Puri , S. V. Lawande , *Phys. Rev.* , **A44**( 1991 ) 2135 .
- [ 15 ] Z. F. Luo , Z. Z. Xu , L. Xu , *Acta Physica Sinica* **41**( 1992 ) ,1950 ( in Chinese ) [ 罗振飞、徐至展、徐磊 , *物理学报* **41**( 1992 ) ,1950 ] .
- [ 16 ] Y. H. Tian , J. S. Peng , *Acta Physica Sinica* **49**( 2000 ) 67 ( in Chinese ) [ 田永红、彭金生 , *物理学报* **49**( 2000 ) 67 ] .
- [ 17 ] C. J. Huang , M. Zhou *et al.* , *Acta Physica Sinica* **49**( 2000 ) 2159 ( in Chinese ) [ 黄春佳、周明等 , *物理学报* **49**( 2000 ) 2159 ] .
- [ 18 ] J. S. Peng , G. X. Li , Introduction of modern quantum optics ( Science Press , Beijing , 1996 ) ,184 ( in Chinese ) [ 彭金生、李高翔著 , 近代量子光学导论( 科学出版社 , 北京 , 1996 ) ,184 ] .

## DYNAMICS OF TWO COUPLED ATOMS RAMAN-INTERACTING WITH SQUEEZED VACUUM FIELD

HUANG CHUN-JIA ZHOU MING LIU AN-LING

( Department of Physics and Information Engineering , Changsha University of Electric Power , Changsha 410077 , China )

( Received 22 July 2000 Revised manuscript received 10 November 2000 )

### ABSTRACT

The dynamical properties of two coupled-atoms Raman-interacting with a single-mode squeezed vacuum field are studied by means of quantum theory. Using the numerical method , the relation between the quantum properties of the atoms and the coupling parameter and initial state of the system is discussed.

**Keywords** : two coupled-atoms , squeezed vacuum field , Raman interaction , atomic particle's occupancy , atomic dipole squeezing

**PACC** : 4250