

高温超导体的磁化与磁滞损耗^{*}

胡立发 周 廉 张平祥

(西北有色金属研究院超导材料研究所, 西安 710016)

王金星

(东北大学物理系, 沈阳 110006)

(2000 年 12 月 21 日收到 2001 年 2 月 12 日收到修改稿)

利用三种临界态模型(Bean 模型、Kim 模型和指数模型)采用比较简单的方法, 以 Bi2223 高温超导体为例, 给出了平板状超导体的初始磁化曲线和磁滞回线的解析表达式。对不同温度和磁场下的磁化强度进行了编程计算, 对计算结果进行讨论。利用推导的公式, 讨论了温度和外加磁场对高温超导体的磁滞损耗的影响。

关键词: 磁滞损耗, 磁通钉扎, 高温超导体, 临界态模型

PACC: 7430C, 7460G, 7460J

1 引 言

超导体的磁滞回线是反映其磁通钉扎特性的主要特征, 从中可以得到超导体的磁化强度、剩磁、临界电流、交流磁化率和磁滞损耗等重要物理量。Kimishima^[1]利用 Bean 模型和 Kim 模型给出了不同形状(如圆柱状、片状)超导体在正旋交变磁场下的交流磁化率的解析表达式, 虽然讨论了约化磁滞回线, 但仅考虑了不同约化磁场对磁滞回线的影响。Chen^[2]利用指数模型计算了第二类超导体的初始磁化曲线及磁滞回线, 但他将超导体截面形状(甚至如三角形、多边形、跑道形等)考虑在计算中, 使计算相当复杂。本文选择 Bean 模型、Kim 模型和指数模型这三种临界态模型, 采用比较简单的方法^[3], 给出了平板状超导体(如图 1 所示)的初始磁化曲线和磁滞回线的解析表达式, 并进行了编程计算, 最后讨论了超导体的磁滞损耗。为了使所讨论问题简化, 我们进行以下合理的假设: 首先, 认为超导体的下临界磁场 H_{c1} 等于零^[1, 2]; 其次, 磁通蠕动使得超导体的临界电流(J_c)及磁化强度(M)与时间有关, 但实际上如果测量的时间足够短, 磁弛豫的影响可以忽略不计^[4]; 最后, 高温超导体具有颗粒特性, 致使临界电流可分为晶内临界电流($J_{c\text{ intra}}$)和晶间临界电流

$J_{c\text{ inter}}$, 这对高温超导体的磁化及交流损耗有影响^[5]。本文不对临界电流做严格的区分, 这样可以通过改变临界态参数考虑高温超导体颗粒特性的影响。

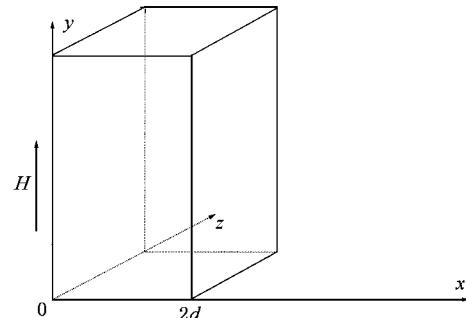


图 1 沿 x 方向厚度为 $2d$ 的无限大超导平板外加磁场方向与 x 轴垂直

2 高温超导体的磁化曲线

超导体的临界电流密度是外加磁场(H_a)和温度(T)的函数:

$$J_c = J_c(H_a, T), \quad (1)$$

式中不同的临界态模型中具有不同的形式, 它们的区别在于假设超导体的临界电流随外加磁场变化关

^{*} 国家超导技术联合研究发展中心(批准号: CD010101)资助的课题。

系的不同.本文用临界态模型对超导体的磁化曲线进行了理论计算.实际应用中由于高温超导体的穿透场很小,如 Bi2223/Ag 带材的穿透场典型值为 $25 \times 10^{-4} \text{ T}$ ^[7].外加磁场的幅值通常大于超导体的穿透场.超导平板磁化的物理过程在每个外加交变磁场周期内的两个半周期刚好相反,表现在磁滞回线具有中心反演的对称性.因此,对于超导体磁滞回线的推导,只讨论磁化强度在交变磁场的半个周期内变化的情况.

2.1 由 Bean 模型推导的 $M(H_a)$ 曲线

Bean 模型假设临界电流是与外加磁场无关的常量,即

$$J_c(H_a, T) = C \times \left[1 - \left(\frac{T}{T_c} \right)^2 \right], \quad (2a)$$

式中 T_c 为超导体的临界温度,在推导过程中隐去含有温度 T 的因子.初始磁化曲线的计算结果为

$$M = \frac{H_a^2}{2H_p} - H_a \quad (0 \leq H_a \leq H_p), \quad (2b)$$

$$M = -\frac{H_p}{2} \quad (H_p \leq H_a \leq H_{\max}). \quad (2c)$$

外加磁场变化半个周期内,超导体内磁化强度 $(M(H))$ 的计算结果如下:

$$M = H_{\max} - H_a - \frac{H_p}{2} - \frac{(H_{\max} - H_a)^2}{4H_p} \quad (H_{\max} - 2H_p \leq H_a \leq H_{\max}), \quad (2d)$$

$$M = \frac{H_p}{2} \quad (-H_{\max} \leq H_a \leq H_{\max} - 2H_p), \quad (2e)$$

式中 $H_p = J_c d$.

2.2 由 Kim 模型推导的 $M(H_a)$ 曲线

Kim 模型假设临界电流密度随外加磁场变化的关系为

$$J_c(H_a, T) = \frac{J_{c0}}{H_0 + |H_a|}, \quad (3a)$$

式中 J_{c0} 和 H_0 为与材料特性和温度有关的正的常数.同 2.1 节一样隐去温度因子.利用边界条件,表面磁场 $H(0) = H_a$,将(3a)式代入麦克斯韦方程并积分,得

$$H(x) = -H_0 + (H_0^2 + H_a^2 + 2H_0H_a \pm 2J_{c0}x). \quad (3b)$$

当超导平板内的临界电流为负时(3b)式等号右边取正号;反之取负号.根据穿透场的定义,将 $H_p =$

$H(d) = 0$ 代入(3b)式,可以求得超导平板的穿透场为

$$H_{pl} = -H_0 + \sqrt{H_0^2 + 2J_{c0}d}, \quad (3c-1)$$

$$H_{p2} = -H_0 + \sqrt{H_0^2 - 2J_{c0}d}. \quad (3c-2)$$

由以上分析可以求得初始磁化曲线为

$$M = H_a^2 \frac{2H_a + 3H_0}{6J_{c0}d} - H_a \quad (0 \leq H_a \leq H_{pl}), \quad (3d)$$

$$M = -H_a - H_0 - \frac{1}{3J_{c0}d} [(H_0 + H_a)^2 - 2J_{c0}d]^{\frac{1}{2}} + \frac{(H_0 + H_a)^2}{3J_{c0}d} \quad (H_{pl} \leq H_a \leq H_{\max}). \quad (3e)$$

外加磁场变化半个周期内,超导体内磁化强度的计算结果如下:

$$M = [(H_0 + H_a)^2 + 2J_{c0}x_1]^{\frac{1}{2}} - (H_0 + H_a)^2 - 3H_0 dJ_{c0} - [(H_0 + H_a)^2 - 2J_{c0}d]^{\frac{1}{2}} + [(H_0 + H_a)^2 - 2J_{c0}x_1]^{\frac{1}{2}} \{ 3dJ_{c0} \} - H_a \quad (H_{\max} - 2H_{pl} \leq H_a \leq H_{\max}), \quad (3f)$$

式中

$$x_1 = \frac{1}{4J_{c0}} (H_{\max}^2 + 2H_{\max}H_0 - H_a^2 - 2H_aH_0).$$

$$M = \frac{1}{3dJ_{c0}} \{ (H_0 + H_a)^2 + 2J_{c0}x_1 \}^{\frac{1}{2}} - (H_0 + H_a)^2 \} - (H_0 + H_a) \quad (0 \leq H_a \leq H_{\max} - 2H_{pl}), \quad (3g)$$

$$M = \frac{1}{3dJ_{c0}} \{ (H_0 + H_a)^2 + 2J_{c0}d \}^{\frac{1}{2}} - [(H_0 + H_a)^2 + 2ax]^{\frac{1}{2}} + [(H_0 - H_a)^2 - 2J_{c0}d]^{\frac{1}{2}} - (H_0 - H_a)^2 \} + H_0 \frac{2x - d}{d} + H_a \quad (-H_{pl} \leq H_a \leq 0), \quad (3h)$$

式中

$$x = \frac{1}{2J_{c0}} (H_a^2 + 2H_aH_0).$$

$$M = H_a + \frac{H_0x}{d} + \frac{1}{3dJ_{c0}} \{ (H_0 - H_a)^2 - 2J_{c0}x \}^{\frac{1}{2}} - (H_0 - H_a)^2 \} \quad (-H_{p2} \leq H \leq -H_{pl}), \quad (3i)$$

$$M = -H_a + H_0 + \frac{1}{3J_{c0}d} \{ (H_0 - H_a)^2 - 2J_{c0}d \}^{\frac{1}{2}} - \frac{1}{3J_{c0}d} (H_0 - H_a)^2$$

$$(-H_{\max} \leq H_a \leq -H_{p2}). \quad (3j)$$

2.3 由指数模型(power model)推导的 $M(H_a)$ 曲线

指数模型假设：

$$J_{c0}(H_a, T) = J_{c0} \exp\left(-\frac{|H_a|}{H_0}\right) \times \left[1 - \left(\frac{T}{T_c}\right)^2\right], \quad (4a)$$

式中 $|H_a|$ 为外加磁场的绝对值, 这里为了比较的方便, 我们使用的符号和 Kim 模型中的相同. 受外加交变磁场的影响, 超导平板内的磁场具有一定的分布. 由指数模型(4a)式和麦克斯韦方程, 可求得超导平板的磁场分布为

$$H(x) = H_0 \ln\left[\exp\left(\frac{H_a}{H_0}\right) \pm \frac{J_{c0} d}{H_0}\right]. \quad (4b)$$

与此相对应, 临界电流密度 J_c 在超导体内也有一定的分布, 当 $J_c < 0$ 时, 上式等号右边取正号, 反之取负号. 因此, 超导体的穿透场对应地为

$$H_{p1} = H_0 \ln\left(1 - \frac{J_{c0} d}{H_0}\right), \quad (4b-1)$$

$$H_{p2} = H_0 \ln\left(1 + \frac{J_{c0} d}{H_0}\right), \quad (4b-2)$$

故超导体的初始磁化曲线为

$$M = \frac{H_0^2}{dJ_{c0}} \left[\exp\left(\frac{-H_a}{H_0}\right) - 1 \right] - H_a \quad (0 \leq H_a \leq H_{p1}), \quad (4c)$$

$$M = -\frac{H_0^2}{dJ_{c0}} \left\{ \left[\exp\left(\frac{H_a}{H_0}\right) - \frac{J_{c0} d}{H_0} \right] \left[\ln\left[\exp\left(\frac{H_a}{H_0}\right) - \frac{J_{c0} d}{H_0}\right] - 1 \right] - \exp\left(\frac{H_a}{H_0}\right) \left(\frac{H_a}{H_0} - 1 \right) \right\} - H_a \quad (H_{p1} \leq H_a \leq H_{\max}). \quad (4d)$$

外加磁场变化半个周期内, 超导体内磁化强度的计算结果如下:

$$M = \frac{H_0^2}{dJ_{c0}} \left[F_1 \ln(F_1) - F_1 - \left(\frac{H_a}{H_0} - 1\right) \exp\left(\frac{H_a}{H_0}\right) + F_2 \ln(F_2) - F_2 - F_3 \ln(F_3) + F_3 \right] - H_a \quad (H_{\max} - 2H_{p1} \leq H_a \leq H_{\max}), \quad (4e)$$

式中

$$F_1 = \frac{1}{2} \left[\exp\left(\frac{H_{\max}}{H_0}\right) + \exp\left(\frac{H_a}{H_0}\right) \right],$$

$$F_2 = \frac{1}{2} \left[3 \exp\left(\frac{H_a}{H_0}\right) - \exp\left(\frac{H_{\max}}{H_0}\right) \right],$$

$$F_3 = \exp\left(\frac{H_a}{H_0}\right) - \frac{J_{c0} d}{H_0}.$$

$$M = \frac{H_0^2}{dJ_{c0}} \left[H_1 \ln(H_1) - \exp\left(\frac{H_a}{H_0}\right) \times \left(\frac{H_a}{H_0} + 1\right) \right] \times \frac{H_0^2}{dJ_{c0}} - H_a \quad (0 \leq H_a \leq H_{\max} - 2H_{p1}), \quad (4f)$$

式中

$$H_1 = \exp\left(\frac{H_a}{H_0}\right) + \frac{J_{c0} d}{H_0}.$$

$$M = \frac{H_0^2}{dJ_{c0}} \left[G_1 \ln(G_1) - G_1 - G_2 \ln(G_2) + G_2 + \left(1 + \exp\left(\frac{H_a}{H_{p1}}\right)\right) \times \left(\frac{H_a}{H_0} + 1\right) \right] + H_a \quad (-H_{p1} \leq H_a \leq 0), \quad (4g)$$

式中

$$G_1 = \exp\left(\frac{H_a}{H_0}\right) + \frac{J_{c0} d}{H_0},$$

$$G_2 = \exp\left(\frac{H_a}{H_0}\right) + \frac{J_{c0} d}{H_0},$$

$$x = \frac{H_0}{J_{c0}} \left[1 - \exp\left(\frac{H_a}{H_0}\right) \right].$$

$$M = \frac{H_0^2}{dJ_{c0}} \left[G_1 \ln(G_1) - G_1 - G_2 \ln(G_2) + G_2 + G_3 \ln(G_3) - G_3 - G_4 \ln(G_4) + G_4 \right] + H_a \quad (H_{p2} \leq H_a \leq -H_{p1}), \quad (4h)$$

$$\text{式中 } x, G_1 \text{ 和 } G_2 \text{ 同上式, } G_3 = \exp\left(\frac{H_a}{H_0}\right) - \frac{J_{c0} d}{H_0},$$

$$G_4 = \exp\left(\frac{H_a}{H_0}\right).$$

$$M = \frac{H_0^2}{dJ_{c0}} \left[G_3 \ln(G_3) - G_3 - G_4 \ln(G_4) + G_4 \right] + H_a \quad (-H_{\max} \leq H_a \leq H_{p2}), \quad (4i)$$

式中 G_3 和 G_4 同上式.

3 结果与讨论

以 Bi2223 超导体($T_c = 110\text{K}$)为例, 用这三种临界态模型对其磁化过程进行了模拟, 临界态模型的各种参数及穿透场的计算结果如表 1 所示. 值得一提的是, 对于同一种超导体样品, 目前文献中还没有同时给出符合其临界电流密度行为的临界态参数 H_0 , J_{c0} 和 C 等; 另外, 由于这三种临界态模型描述的规律完全不同, 其期待值即使在某一磁场相同, 也不能保证在其他磁场下也相同. 少数文献报道^[8], 当外加磁场幅值超过 10T 时, $J_c(H)$ 符合指数模型的规律; 而在 10T 以下, $J_c(H)$ 符合 Kim 模型的规律.

由于临界态参数不同,超导体在0K和磁场为零时的临界电流不完全相同(见表1),这对超导体的穿

透场及磁滞损耗的数值大小有影响,但不影响超导体的磁化及损耗规律.

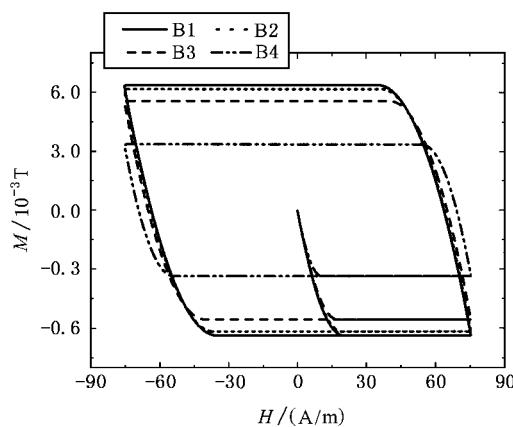
表1 临界态模型参数与计算结果

临界态模型	H_0/T	J_{c0} 和 $\alpha(0K)(A/m^4)$	$J_c(0T, 0K)(A/m^2)$	d/m	H_{max}/T	$H_p(H_{pl})/T$
Bean 模型	—	1.6×10^8	1.6×10^8	0.001	0.6	$0.016(H_p)$
Kim 模型	0.2	$2 \times 10^6 T$	1×10^7	0.001	0.3	$0.00976(H_{pl})$
指数模型	0.25	1.6×10^8	1.6×10^8	0.001	0.6	$0.09116(H_{pl})$

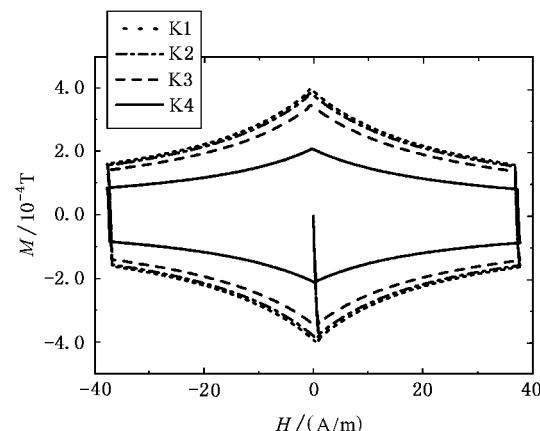
3.1 温度对超导体起始磁化曲线及磁滞回线的影响

图2给出在外加磁场幅值固定的条件下,B2223超导体的磁滞回线在不同温度下的情况.这三种临界态模型得到的磁化曲线有一些共同特征.首先,当外加磁场与超导体的穿透场相等时,起始磁化曲线出现峰值,而且随温度的提高,出现峰值磁化强度的磁场也减小.这是由于温度的提高,导致超导体的临

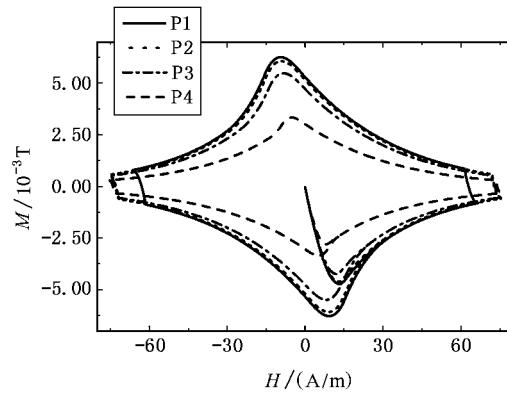
界电流减小,使得其穿透场减小.其次,磁滞回线的高度(ΔM)会随温度的提高而减小,在低场区尤其明显.最后,磁滞回线上峰值磁化强度对应的磁场与起始磁化曲线峰值磁化强度对应的磁场并不相等,这在图2(c)中较明显,这是由于Kim模型和指数模型都假设临界电流与磁场有关.由2.2和2.3节的分析可知,当外加磁场由零向 $-H_{max}$ 变化时,一方面超导体中的剩磁 M_r 会逐渐减小,另一方面磁场向



(a) Bean 模型



(b) Kim 模型



(c) 指数模型

图2 不同温度条件下Bi2223超导体的磁滞化曲线 B1, K1 和 P1: $T = 0K$; B2, K2 和 P2: $T = 20K$; B3, K3 和 P3: $T = 40K$; B4, K4 和 P4: $T = 77K$

超导体中穿透,使得它的磁矩 M_s 会增加,这两者在超导体内服从不同的分布规律,具有两种穿透场 H_{p1} 和 H_{p2} ,结果是磁滞回线出现峰值磁化强度,而且它所对应的磁场幅值比这两个穿透场都小(如图 2(c)).图 2(b)中外加磁场幅值相对其穿透场而言较大,使这一现象较不明显.图 2(a)中由于在 Bean 模型中临界电流与外加磁场无关,这种情况下 M_r 和 M_s 服从相同的分布规律,超导体的磁化强度不会发生变化.这三种结果的差别较明显,与实验测得的磁化曲线比较^[9,10],指数模型和 Kim 模型符合较好.值得注意的是,目前人们认为对于 Bi2223 高温超导体的临界电流的温度特性 $J_c(T)$ 为

$$J_c(T) = J_c(0) \left(1 - \frac{T}{T_c}\right)^n, \quad (5)$$

式中 $J_c(0)$ 为温度为 0K 时的临界电流密度, T_c 为临界温度,指数 n 由实验数据来确定,文献[7]和[10]给出的 n 值分别为 1 和 2.37,两者相差太大,所以本文仍沿用如第 2 节所述的经典公式

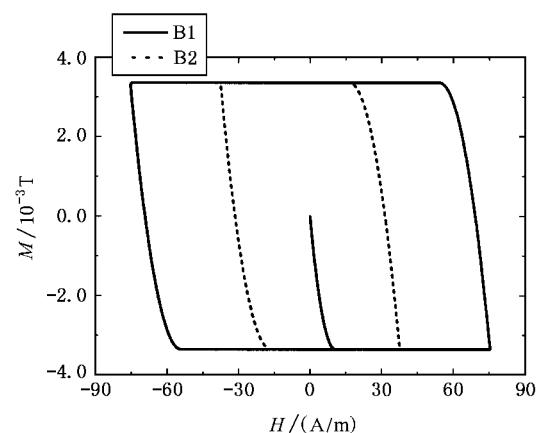
$$J_c(T) = J_c(0) \left[1 - \left(\frac{T}{T_c}\right)^2\right].$$

3.2 外加磁场对磁滞回线的影响

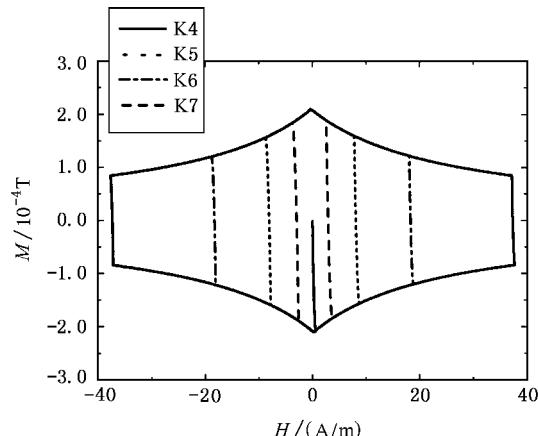
图 3(a)、(b) 和 (c) 给出 77K 时三种临界态模型得到的磁化曲线随外加磁场变化的情况,分别对应于 Bean 模型、Kim 模型和指数模型得到的结果,其中 (a) 中曲线 B4 (b) 中曲线 K4 和 (c) 中曲线 P4 与 3.1 节的对应相同.由于描述超导体的临界电流磁场温度行为的临界态参数没有变化,超导体的穿透场和起始磁化曲线等没有随磁场的增加而改变.图 3(a)–(c) 中,高磁场下的磁滞回线与较低磁场下的磁滞回线存在重合的部分,但文献[11]测量到的 Bi2223/Ag 多芯超导样品的磁滞回线随外加磁场变化中,这种现象不明显,可能是由于临界态参数 J_{c0} 及 H_0 与外加磁场有关而引起的.另外,图 3(a)–(c) 中都没有出现如文献报道的高温超导体的峰值效应(peak effect)^[12–14],进一步说明临界态参数 J_{c0} 及 H_0 是与磁场有关. Bean 模型显然过于简单,不能适用于高温超导体.

3.3 超导体的磁滞损耗

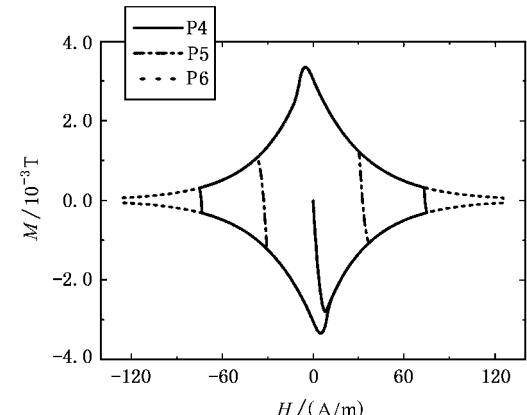
图 4(a)–(c) 给出三种临界态模型得到的超导体在不同温度磁场下的磁滞损耗,分别对应于 Bean 模型、Kim 模型和指数模型得到的结果.它们的共同



(a) Bean 模型



(b) Kim 模型



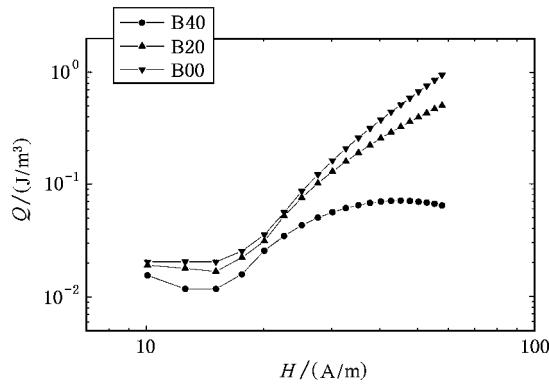
(c) 指数模型

图 3 77K 时,不同外加磁场幅值条件下 Bi2223 超导体的磁滞化曲线

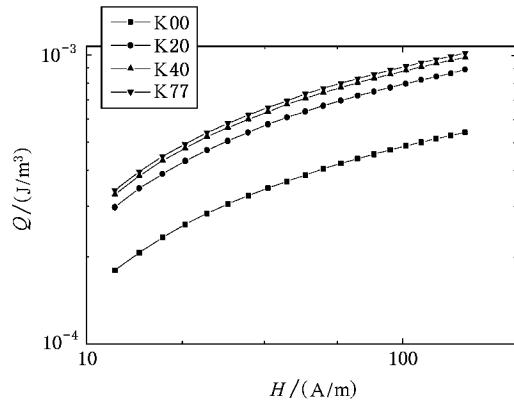
特征是当外加磁场大于超导体的穿透场时,随温度的降低,超导体的损耗密度增加,这是由于随温度的

降低,超导体的钉扎力特性增强,磁通线运动克服钉扎力要作更大的功.实际上当外加磁场幅值小于超导体的穿透场时,临界电流密度越高,损耗越小^[5].从图4还可以看出,在低磁场下,Bean模型预期的

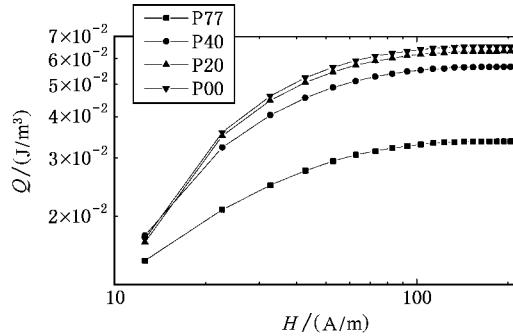
损耗密度增加较小,而指数模型预期的损耗密度迅速增加.在高磁场下,指数模型预期的损耗密度趋向一个恒定值,而Bean模型和Kim模型预期的损耗密度与磁场的关系为 $Q \propto H^n$,其中n为正的常数^[15].



(a) Bean 模型



(b) Kim 模型



(c) 指数模型

图4 不同温度条件下,每周内超导体的损耗密度随外加磁场的变化规律 B00,K00 和 P00 : $T = 0\text{K}$; B20,K20 和 P20 : $T = 20\text{K}$; B40,K40 和 P40 : $T = 40\text{K}$; B77,K77 和 P77 : $T = 77\text{K}$

- [1] Y. Kimishima, *Cryogenics*, **38** (1998), 763.
- [2] D. X. Chen, A. Sanchez, J. S. Munoz, *J. Appl. Phys.*, **67** (1990), 3430.
- [3] H. S. Wu *et al.*, *Superconductivity—Type II Superconductor and Weak Link One* (Science Press, Beijing, 1979), p. 76 (in Chinese) [吴杭生等, *超导电性——第二类超导体和弱连接超导体* (科学出版社, 北京, 1979), 第76页].
- [4] H. Theuss, H. Kronmuller, *Physica*, **C229** (1994), 17.
- [5] L. F. Hu *et al.*, *Low Temperature and Superconductivity*, **28** (2000), 24 (in Chinese) [胡立发等, *低温与超导*, **28** (2000), 24].
- [6] Y. H. Zhang, *Superconducting Physics*, 2nd ed. (Press of University of Science and Technology of China, Hefei, 1997), p. 265 (in Chinese) [张裕恒, *超导物理*, 第二版 (中国科学技术大学出版社,

合肥, 1997) 第265页].

- [7] P. Vase, R. Flukiger, M. Leghissa *et al.*, *Supercond. Sci. Technol.*, **13** (2000), R71.
- [8] X. W. Cao, Z. H. Wang, *Low Temperature and Superconductivity*, **25** (1997), 46 (in Chinese) [曹效义、王智河, *低温与超导*, **25** (1997) 46].
- [9] A. Iyo *et al.*, *Proceedings of the 10th International Symposium on Superconductivity (ISS '97)* (Gifu, 1997), p. 533.
- [10] S. Chu, M. E. McHenry, *Physica*, **C337** (2000), 229.
- [11] G. C. Montanari, I. Ghinello, L. Gherardi *et al.*, *Supercond. Sci. Technol.*, **9** (1996), 385.
- [12] K. Kuroda *et al.*, *Proceedings of the 10th International Symposium on Superconductivity (ISS '97)* (Gifu, 1997), p. 143.

[13] Z. Hiroi *et al.* , Proceedings of the 10th International Symposium on Superconductivity (ISS '97) (Gifu 1997) , p. 238.

[14] Y. Feng , L. Zhou , L. Shi *et al.* , *Chinese Science Bulletin* , **43** (1998) , 1726 (in Chinese) 冯 勇、周 廉、石 磊等 科学通报 **43** (1998) , 1726 [in Chinese].

[15] J. X. Wang , S. Z. Yang , Y. F. He *et al.* , *Acta Physica Sinica* **48** (1999) , 148 (in Chinese) 王金星、杨仕钟、何砚发等, 物理学报 **48** (1999) , 148 [in Chinese].

MAGNETIZATION AND HYSTERESIS LOSSES OF HIGH- T_c SUPERCONDUCTOR^{*}

HU LI-FA ZHOU LIAN ZHANG PING-XIANG

(*Superconducting Material Research Center, Northwest Institute for Nonferrous Metal, Xi'an 710016, China*)

WANG JIN-XING

(*Department of Physics, Northeast University, Shenyang 110006, China*)

(Received 21 December 2000; revised manuscript received 12 February 2001)

ABSTRACT

Three kinds of critical state models, such as Bean's model, Kim's model and Power model, are selected to analyze numerically the initial magnetic curve and hysteresis loop of Bi2223 high- T_c superconductor, as an example, with a simple method. Programs are made to calculate the magnetization as a function of applied magnetic field and temperature. The results are discussed compare the three kinds of critical state models. The hysteresis losses of superconductors at different temperatures and under different amplitudes of applied magnetic field are studied according to functions derived using these models.

Keywords : hysteresis loss, flux pinning, high- T_c superconductor, critical state model

PACC : 7430C, 7460G, 7460J

^{*} Project supported by the National Center of Research & Development on Superconductivity of China (Grant No. CD010101).