

$d_{x^2-y^2} + id_{xy}$ 混合波正常金属/绝缘层/ 超导体结中的隧道谱 *

李晓薇 董正超

(淮阴师范学院物理系 淮阴 223001)

(2000 年 12 月 15 日收到 2001 年 1 月 19 日收到修改稿)

考虑界面粗糙散射 在 Blonder-Tinkham-Klapwijk(BTK) 理论框架下 ,通过求解 Bogoliubov-de Gennes(BdG) 方程 ,分别计算 $T=0K$ 和有限温度下 $d_{x^2-y^2} + id_{xy}$ 混合波正常金属/绝缘层/超导体结中的准粒子输运系数和隧道谱 . 研究表明 隧道谱中的电导峰的劈裂程度强烈地依赖于 d_{xy} 波分量的强度、超导体的晶轴方位和界面粗糙强度 ,而温度的升高能压低电导峰 .

关键词 :NIS 结 , $d_{x^2-y^2} + id_{xy}$ 混合波超导体 , 隧道谱

PACC : 7450 , 7475 , 7340N

1 引言

自从发现高 T_c 氧化物超导体以来 ,很多学者都致力于高 T_c 氧化物超导体超导配对机理问题的研究 . 在研究过程中可获得高 T_c 氧化物超导体的一些基本参数 ,诸如能隙、转变温度、相干长度等 ,其中最通常的方法就是研究超导隧道结的微分电导 . 随着人们对高 T_c 氧化物超导体材料研究的深入 ,发现传统的 s 波理论已无法解释高 T_c 氧化物超导体的一些实验现象 ,普遍认为高 T_c 氧化物超导体具有 d 波对称结构 . 近期 Convingto 等人^[1] 报道了在零磁场情形下 ,观察到 Cu/YBCO 隧道结中有零偏电导峰劈裂现象 . Krishana 等人^[2] 报道了在研究 $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{CaCu}_2\text{O}_8$ 热传导随温度和磁场变化时 ,发现磁场能感应出超导相变 . Laughlin 等人^[3] 认为这一新型的超导相是 $d_{x^2-y^2} + id_{xy}$ 混合波 . 文献 4—6 研究了 $d_{x^2-y^2} + id_{xy}$ 混合波超导体的相变、态密度等特性 . 然而 到目前为止 ,有关 $d_{x^2-y^2} + id_{xy}$ 混合波超导体的隧道谱理论研究尚未见详细讨论 . 另外 对正常金属(N)-高 T_c 氧化物超导体(S) 结的隧道谱的理论研究大多是在 $T=0K$ 时的情形^[7—10] ,对在有限温度下隧道结微分电导的理论研究甚少 ,而实验均是在有

限温度下进行的 . 出于对以上问题的考虑 ,本文将利用已有的粗糙界面散射的理论模型 ,应用 Blonder-Tinkham-Klapwijk(BTK) 理论 ,通过求解 Bogoliubov-de Gennes(BdG) 方程 ,计算正常金属- $d_{x^2-y^2} + id_{xy}$ 混合波 NIS 结中电子、空穴在界面的反射系数 ,进而求出 $T=0K$ 和有限温度下的隧道谱 ,并给出一些数值计算结果 .

2 准粒子输运系数的计算

首先 ,设 $d_{x^2-y^2} + id_{xy}$ 混合波超导体 NIS 隧道结是沿 x 轴方向的 , $x > 0$ 处为正常金属 , $x < 0$ 处为 $d_{x^2-y^2} + id_{xy}$ 混合波超导体 , $x = 0$ 处为结界面 . 当考虑界面的粗糙散射时 ,由文献 [10] 的理论 ,得有效的粗糙界面散射势为

$$U(r) = (H_0 \hat{e} - iP\hat{\tau}_3)\delta(x), \quad (1)$$

$$\hat{e} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \hat{\tau} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}. \quad (2)$$

(1) 式中 H_0 为通常势垒散射强度 , P 为由界面粗糙引起的散射势 .

$d_{x^2-y^2} + id_{xy}$ 混合波 NIS 结中的准粒子输运系数是通过求解 BdG 方程得到的 . 在超导体中 ,其波函数可表示成二分量形式 ,上分量代表电子的传播 ,下

* 江苏省教育厅自然科学基金(批准号 99KJB140006)资助的课题 .

分量代表空穴的传播：

$$\psi(\mathbf{r}) = \begin{bmatrix} f(\mathbf{r}) \\ g(\mathbf{r}) \end{bmatrix}, \quad (3)$$

则 BdG 方程可写为^[11]

$$\begin{bmatrix} H & \Delta \\ \Delta^* & -H^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f \\ g \end{bmatrix} = E \begin{bmatrix} f \\ g \end{bmatrix}, \quad (4)$$

式中 $H(\mathbf{r}) = -\hbar^2 \nabla_r^2 / 2m + U(\mathbf{r}) + E_F$ 为单粒子的哈密顿量, $U(\mathbf{r})$ 为界面散射势, 对 $d_{x^2-y^2} + id_{xy}$ 混合波超导体和正常金属构成的 NIS 结, 如取界面两边的费米面相同, 则该散射势仅局域于界面处。研究表明 BdG 方程中的波函数(f, g)是以原子尺寸在振荡, 为了扣除这种短波振荡, 引入新的波函数

$$\begin{bmatrix} f \\ g \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} \exp(i\mathbf{k}_F \cdot \mathbf{r}). \quad (5)$$

把(5)式代入(4)式, BdG 方程可写为

$$\begin{aligned} Eu(\hat{\mathbf{k}}_F, \mathbf{r}) &= -(\hbar^2/m)\mathbf{k}_F \cdot \nabla u(\hat{\mathbf{k}}_F, \mathbf{r})u(\hat{\mathbf{k}}_F, \mathbf{r}), \\ Eu(\hat{\mathbf{k}}_F, \mathbf{r}) &= (\hbar^2/m)\mathbf{k}_F \cdot \nabla v(\hat{\mathbf{k}}_F, \mathbf{r})v(\hat{\mathbf{k}}_F, \mathbf{r}). \end{aligned} \quad (6)$$

对于 $d_{x^2-y^2} + id_{xy}$ 混合波超导体而言, Cooper 对中的电子、空穴的有效配对势与相位的关系为

$$\Delta_{\pm} = |\Delta_{\pm}| e^{i\varphi_{\pm}}. \quad (7)$$

本文所研究的 NIS 结系统的配对势可表示为^[6]

$$\Delta_{\pm} = \begin{cases} 0 & x > 0, \\ \Delta_0 \cos(2\theta \mp 2\alpha) \pm i\Delta_2 \sin(2\theta \mp 2\alpha) & x < 0, \end{cases} \quad (8)$$

式中 θ 为准粒子输运方向相对于 x 轴的夹角, Δ_0 , Δ_2 分别为混合波中的 $d_{x^2-y^2}$ 波和 d_{xy} 波序参数的幅

值, α 为 d 波超导体的 a 轴与 x 轴的夹角。如有一电子与 x 轴成 θ 角入射到隧道结上, 由(6)式可得不同区间波函数为

$$\begin{aligned} \psi_I &= \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} e^{iq_+ x} + a \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} e^{iq_- x} + b \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} e^{-iq_+ x}, \\ \psi_{II} &= c \begin{pmatrix} u_+ \\ v_+ \end{pmatrix} e^{ik_+ x} + d \begin{pmatrix} v_- \\ u_- \end{pmatrix} e^{-ik_- x}, \end{aligned} \quad (9)$$

式中 a, b 分别为入射电子在界面处的 Andreev 的反射^[12]波幅和电子反射波幅, c, d 分别为混合 d 波超导区域电子和空穴的穿透波幅, 准粒子传播因子为

$$\begin{aligned} q_{\pm} &= [k_F^2 \cos^2 \theta \pm 2mE/\hbar^2]^{1/2}, \\ k_{\pm} &= [k_F^2 \cos^2 \theta \pm 2m\sqrt{(E^2 - |\Delta_{\pm}|^2)/\hbar^2}]^{1/2}, \end{aligned} \quad (10)$$

超导相干因子为

$$\begin{aligned} u_{\pm}^2 &= [1 + \sqrt{(E^2 - |\Delta_{\pm}|^2)/E^2}]^2/2, \\ v_{\pm}^2 &= [1 - \sqrt{(E^2 - |\Delta_{\pm}|^2)/E^2}]^2/2, \end{aligned} \quad (11)$$

以及相位因子为

$$\begin{aligned} \varphi_{\pm} &= \cos^{-1} \left\{ \Delta_0 \cos(2\theta \mp 2\alpha) \right. \\ &\quad \left. \sqrt{[\Delta_0 \cos(2\theta \mp 2\alpha)]^2 + [\Delta_2 \sin(2\theta \mp 2\alpha)]^2} \right\}. \end{aligned} \quad (12)$$

由边界条件

$$\begin{aligned} \psi_{II}(0) &= \psi_I(0), \\ \psi'_{II}(0) - \psi'_I(0) &= \frac{2m}{\hbar^2} (H_0 \hat{e} - iP\hat{\tau}_3) \psi_I(0), \end{aligned} \quad (13)$$

可解出

$$\begin{aligned} a &= \frac{\cos^2 \theta u_- v_+ e^{-i\varphi_+}}{[Z_1^2 + (Z_2 + \cos\theta)^2]u_+ u_- - (Z_1^2 + Z_2^2)v_+ v_- e^{i(\varphi_- - \varphi_+)}}, \\ b &= \frac{(iZ_1 + Z_2)(iZ_1 - Z_2 - \cos\theta)u_+ u_- - (iZ_1 - Z_2)(iZ_1 + Z_2 - \cos\theta)v_+ v_- e^{i(\varphi_- - \varphi_+)}}{[Z_1^2 + (Z_2 + \cos\theta)^2]u_+ u_- - (Z_1^2 + Z_2^2)v_+ v_- e^{i(\varphi_- - \varphi_+)}}. \end{aligned} \quad (14)$$

在推导(14)式中已作近似 $k_{\pm} \approx q_{\pm} = k_F \cos\theta$, 式中 $Z_1 = mH_0(\hbar^2 k_F)$, $Z_2 = mP(\hbar^2 k_F)$, 它们都是无量纲的实数, 其中 Z_1 表示通常的界面势垒散射强度, Z_2 表示界面的粗糙散射强度。

3 NIS 结隧道谱的计算

根据 BTK 理论, 得到通过 $d_{x^2-y^2} + id_{xy}$ 混合波超导体 NIS 结的电流为^[13]

$$I = c_0 \cos\theta \int_{-\infty}^{+\infty} \{f_0(E - eV) - [Af_0(E + eV)$$

$$+ Bf_0(E - eV) + (C + D)f_0(E)\}dE, \quad (15)$$

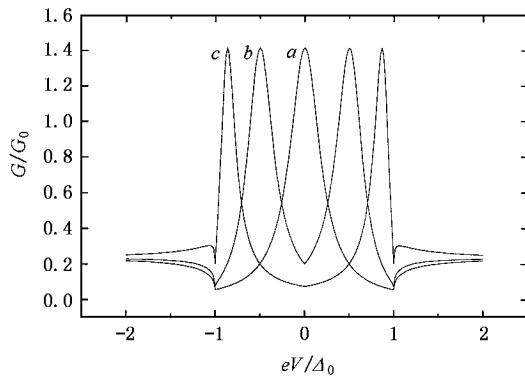
式中 $f_0(E)$ 为费米分布函数, V 为结两边所加的偏压, c_0 为常数, 它与结的有效接触面积、正常态的态密度, 以及费米速度有关, $A(E) = |a|^2$, 为 Andreev 反射系数, $B(E) = |b|^2$, 为通常电子的反射系数, $C = |c|^2$, $D = |d|^2$ 分别为混合 d 波超导区域电子和空穴的穿透系数。

由 BTK 理论, 求得 $T = 0K$ 时, $d_{x^2-y^2} + id_{xy}$ 混合

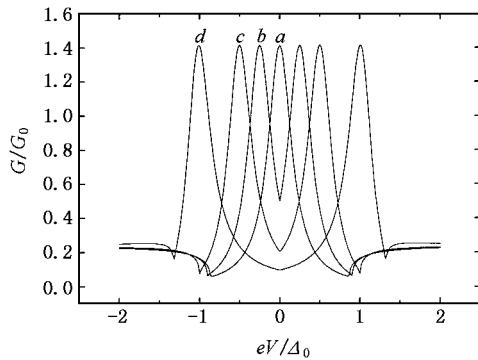
波 NIS 结的微分电导为^[13]

$$G(eV) = G_0 \cos\theta \int_{-\infty}^{+\infty} [1 + A - B] \delta(E - eV) dE, \quad (16)$$

G_0 为常数. 将(14)式代入(16)式, 可作出在 $T = 0K$ 时选取不同参数的微分电导随偏压 V 的变化关系, 如图 1 所示. 从图 1(a)可以看出, 当 $d_{x^2-y^2} + id_{xy}$ 混合波中 $d_{x^2-y^2}, d_{xy}$ 分量同时存在, 如取 $\Delta_2 = \Delta_0$, 且不考虑界面的粗糙散射时, 发现在不同的晶轴方位下, 零电压电导峰的位置随之发生偏移, 但峰值不变. 从图 1(b)中可以看出, 在不考虑界面粗糙散射时, 在取同一晶轴方位下, 对 $d_{x^2-y^2} + id_{xy}$ 混合波中 d_{xy} 分量取不同序参数幅值时, 隧道谱的形状也随之不同. 随着 Δ_2 逐渐增大, 零偏压电导峰劈裂的程度增大, 但峰值不变.



(a) 取 $T = 0K$, $\Delta_2 = \Delta_0$, $Z_1 = 1$, $Z_2 = 0$, $\theta = \pi/4$. 曲线 a 为 $\alpha = \pi/4$, 曲线 b 为 $\alpha = \pi/6$, 曲线 c 为 $\alpha = \pi/12$



(b) 取 $T = 0K$, $Z_1 = 1$, $Z_2 = 0$, $\theta = \pi/4$, $\alpha = \pi/6$. 曲线 a 为 $\Delta_2 = 0$, 曲线 b 为 $\Delta_2 = \Delta_0/2$, 曲线 c 为 $\Delta_2 = \Delta_0$, 曲线 d 为 $\Delta_2 = 2\Delta_0$

图 1 微分电导随偏压 V 的变化曲线

现在由(15)式求出有限温度下 $d_{x^2-y^2} + id_{xy}$ 混

合波超导体 NIS 结的微分电导为

$$G = \frac{dI}{dV} = c_0 \cos\theta \int_{-\infty}^{+\infty} [f_1 - (Af_2 + Bf_1)] dE, \quad (17)$$

式中

$$\begin{aligned} f_1 &= \frac{e}{kT} \exp[(E - eV)/kT] \\ &\times \{\exp[(E - eV)/kT] + 1\}^2, \\ f_2 &= -\frac{e}{kT} \exp[(E + eV)/kT] \\ &\times \{\exp[(E + eV)/kT] + 1\}. \end{aligned}$$

将(14)式代入(17)式, 可作出在不同温度下选取不同参数时, 微分电导随偏压 V 的变化关系, 如图 2 所示. 从图 2(a)和(b)可以看出, 在有限温度 $T = 4.2K$ 和 $T = 10K$ 下, $d_{x^2-y^2} + id_{xy}$ 混合波超导体 NIS 结隧道谱除了具有 $T = 0K$ 时的特性外, 电导峰的峰值随温度的升高而降低, 而且超导晶轴的方位对电导峰值随温度升高而降低的程度有所影响. 从图 2(c)和(d)可知, 在不同温度下, 考虑界面粗糙散射时, 电导峰峰值不仅随温度升高而降低, 也随界面粗糙散射强度的增大而明显降低. 另外, 粗糙界面的散射可抑制零偏压电导峰的劈裂. 综上讨论可以发现, $d_{x^2-y^2} + id_{xy}$ 混合波中由于 d_{xy} 波分量的存在, 零偏压电导峰发生了劈裂. 劈裂的程度取决于 d_{xy} 波分量序参数振幅、超导晶轴的方位, 以及粗糙散射强度的大小, 而峰值的高低与温度、界面的粗糙散射强度有关. 电导峰起源于 d 波超导表面存在准粒子束缚态^[14-18], 当晶轴与界面成非零角度, 在纯 $d_{x^2-y^2}$ 波超导中存在能量为零的束缚态. 由于混入 id_{xy} 波, 使得零能级劈裂. 事实上, 零偏压电导峰的位置还可通过求解(14)式中两个系数取分母为零而得到, 即

$$[Z_1^2 + (Z_2 + \cos\theta)^2]u_+ u_- - (Z_1^2 + Z_2^2)v_+ v_- e^{i(\varphi_- - \varphi_+)} = 0. \quad (18)$$

在取 Z_1 为很大的极限, $Z_2 = 0$, $\theta = \pi/4$ 情形下, 当 $E < |\Delta_{\pm}|$ 时, 有

$$\begin{aligned} \cos^{-1}(E/\sqrt{(\Delta_1 \sin 2\alpha)^2 + (\Delta_2 \cos 2\alpha)^2}) \\ + \cos^{-1}(\Delta_1 \sin 2\alpha) \end{aligned}$$

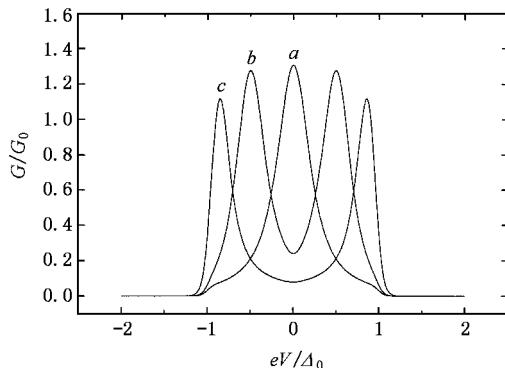
$$\sqrt{(\Delta_1 \sin 2\alpha)^2 + (\Delta_2 \cos 2\alpha)^2} = \frac{\pi}{2},$$

于是可得其束缚能为

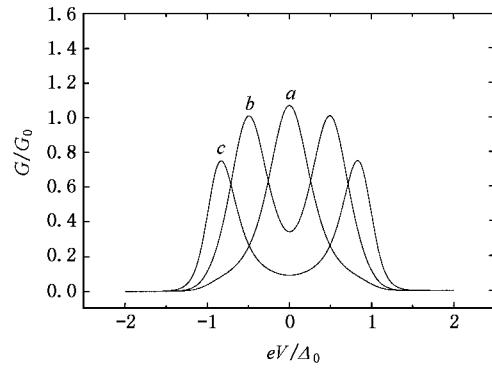
$$E = \Delta_2 \cos 2\alpha.$$

这一结果表明, 零偏压电导峰劈裂的程度取决于 d_{xy} 波分量的强度和超导晶轴方位, 而与 $d_{x^2-y^2}$ 波

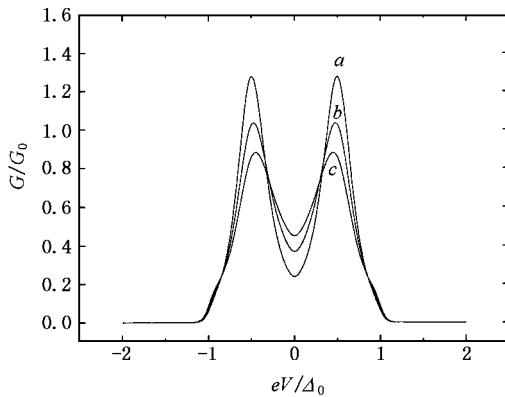
的强度无关.



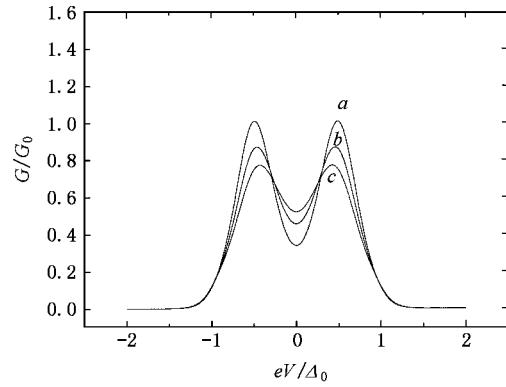
(a) 取 $T = 4.2\text{K}$, 其余参数同图 1(a)



(b) 取 $T = 10\text{K}$, 其余参数同图 1(a)



(c) 取 $T = 4.2\text{K}$, $\Delta_2 = \Delta_0$, $Z_1 = 1$, $\theta = \pi/4$, $\alpha = \pi/6$. 曲线 a 为 $Z_2 = 0$, 曲线 b 为 $Z_2 = 0.1$, 曲线 c 为 $Z_2 = 0.2$



(d) 取 $T = 10\text{K}$, 其余参数同图 2(c)

图 2 微分电导随偏压 V 的变化曲线

4 结语

本文通过求解 BdG 方程和利用 BTK 理论, 计算了 $d_{x^2-y^2} + id_{xy}$ 混合波超导体 NIS 结的微分电导, 所得结果解释了有些高 T_c 氧化物超导体 NIS 结能观

测到零偏压电导峰^[19], 而有些却观测不到^[20], 同时也解释了零偏压电导峰的劈裂现象^[1], 以及目前理论电导峰值比实验值偏高的差异^[21]. 预计本文所得结果对进一步揭示高 T_c 氧化物超导体的对称结构有所启发.

[1] M. Covington, M. Aprili, E. Paraoanu, L. H. Greene, F. Xu, T. Zhu, C. A. Mirkin, *Phys. Rev. Lett.*, **79** (1979) 277.

[2] K. Krishana *et al.*, *Science*, **83** (1997) 277.

[3] R. B. Laughlin, *Phys. Rev. Lett.*, **80** (1998) 5188.

[4] A. Ghosh *et al.*, *Physica*, **C309** (1998) 251.

[5] W. Mao *et al.*, *Phys. Rev.*, **B59** (1999) 6024.

[6] A. V. Balatsky, *Phys. Rev.*, **B61** (2000) 6940.

[7] S. Kashiwaya, Y. Tanaka, *Phys. Rev.*, **B53** (1996) 2667.

[8] Z. C. Dong, *Acta Physica Sinica*, **A48** (1999) 926 [in Chinese] [董正超, *物理学报*, **A48** (1999) 926].

[9] Z. C. Dong, *Acta Physica Sinica*, **A48** (1999) 2357 [in Chinese] [董正超, *物理学报*, **A48** (1999) 2357].

[10] Z. C. Dong, D. Y. Xing, Z. D. Wang, L. Sheng, *Z. Phys.*, **B100** (1996) 329.

[11] P. G. de Gennes, *Superconductivity of Metals and Alloys* (Benjamin, New York, 1966).

- [12] A. F. Andreev , *Zh . Eksp . Teor . Fiz .* **A6**(1964), 1823.
- [13] G. E. Blonder , M. Tinkham , T. M. Klapwijk , *Phys . Rev .* , **B25** (1982) A515.
- [14] C. R. Hu , *Phys . Rev . Lett .* **72**(1994), 1526.
- [15] L. J. Buchholtz *et al .* , *J . Low Temp . Phys .* , **101**(1995), 1079 , 1099.
- [16] M. Matsumoto , H. Shiba , *J . Phys . Soc . Jpn .* **64**(1995), 1703.
- [17] X. Z. Yan , H. Iyetomi , *Phys . Rev .* , **B57**(1998), 7944.
- [18] X. Z. Yan *et al .* , *Phys . Rev .* , **B61**(2000), 14759.
- [19] L. Alff *et al .* , *Phys . Rev .* , **B58**(1998), 11197.
- [20] S. Kashiwaya *et al .* , *Phys . Rev .* , **B57**(1998), 8680.
- [21] S. Kashiwaya , Y. Tanaka , M. Koyanagi , K. Kajimura , *Phys . Rev .* , **B51**(1995), 1350.

TUNNELING SPECTRUM OF MIXED $d_{x^2-y^2} + id_{xy}$ WAVE NORMAL METAL/INSULATOR/SUPERCONDUCTOR JUNCTIONS^{*}

LI XIAO-WEI DONG ZHENG-CHAO

(Department of Physics ,Huaiyin Normal College ,Huaiyin 223001 ,China)

(Received 15 December 2000 ; revised manuscript received 19 January 2001)

ABSTRACT

According to the Blonder-Tinkham-Klapwijk approach ,we calculate the electron transport coefficients through a junction of a mixed $d_{x^2-y^2} + id_{xy}$ wave superconductor and a normal metal with a rough interface . We investigate the effects of rough strength of the interface and the mixing of the two symmetries on electron tunneling . It is found that the tunneling spectrum depends strongly on the relative strength of the two components . The zero-bias conductance peak splits into two peaks due to the mixing .

Keywords : NIS junctions , mixed $d_{x^2-y^2} + id_{xy}$ wave superconductor , tunneling spectrum

PACC : 7450 , 7475 , 7340N

^{*} Project supported by the Natural Science Foundation of Jiangsu Provincial Education Commission ,China (Grant No.99KJB140006).