

扰动情况下基于 RBF 网络的混沌系统同步*

关新平 范正平 彭海朋 王益群

(燕山大学电气工程学院, 秦皇岛 066004)

(2001 年 3 月 1 日收到, 2001 年 4 月 20 日收到修改稿)

基于 RBF 网络, 在扰动存在的情况下, 对混沌系统的同步和异结构同步问题进行了研究. 研究表明本方法能有效地克服干扰对同步所造成的破坏, 实现良好的同步效果. 最后, 利用 Lorenz 系统进行了仿真. 仿真结果证明了所给方法的有效性.

关键词: 混沌系统, 同步, RBF 神经网络

PACC: 0545

1 引 言

近来, 关于混沌的控制与应用问题成为研究的热点和难点^[1-6, 13, 14]. 目前, 人们已成功地把混沌系统应用于保密通信中, 而同步则是混沌保密通信的关键技术. 同步的两个混沌系统结构可以相同, 也可以不同, 如果结构不相同, 则称这两个混沌系统的同步为“异结构同步”^[7]. 文献 8 基于极点配置的思想实现了混沌系统的同步, 文献 9 使用脉冲控制也实现了混沌 Lorenz 系统的同步. 然而, 文献 8, 9 的方法存在一定的缺陷, 即在实现混沌系统同步时没有考虑外界干扰对系统的影响. 但在实际系统中, 外界的干扰几乎是不可避免的, 如两个混沌电路系统中的电阻和电容值存在微小的差别. 因此文献 8, 9 的同步方法在实际应用中受到一定的限制. 最近, 神经网络控制方法引起了人们的兴趣, 文献 10 利用 BP 神经网络成功地将系统由混沌运动状态控制到规则运动状态. 本文利用 RBF 神经网络, 在系统参数存在扰动的情况下, 对混沌系统的同步及“异结构同步”问题进行了研究. 研究表明, 本文的方法克服了外界干扰对混沌系统同步所造成的破坏, 实现了良好的同步效果. 最后, 我们对 Lorenz 系统的同步及“异结构同步”问题进行了仿真, 分别在扰动存在的情况下实现了两个 Lorenz 系统的同步及 Lorenz 系统与 Rössler 系统的同步. 仿真结果证明了所给方法的

有效性.

2 问题描述

考虑如下的混沌系统

$$\dot{x} = Ax + f(x) + u, \quad (1)$$

其中 $x \in R^n$ 为系统的状态, $A \in R^{n \times n}$ 为定常矩阵, $f(\cdot)$ 为光滑的非线性矢量, u 为控制项. 在实际系统中, 系统总会不可避免地受到外界的干扰, 则(1)式可写为

$$\dot{x} = (A + \Delta A)x + f(x) + \Delta f(x) + u, \quad (2)$$

其中 ΔAx , $\Delta f(x)$ 分别为线性和非线性扰动项.

定义 对于如下的混沌系统

$$\dot{x}_m = g(x_m), \quad (3)$$

其中 $x_m \in R^n$, $g(\cdot)$ 为光滑的非线性矢量, 其结构可与 $f(\cdot)$ 结构相同, 也可不相同. 定义 $e = x - x_m$, 如果

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = 0,$$

则称系统(2)与(3)同步.

下面利用 RBF 网络来实现这两个混沌系统的同步.

3 同步控制设计

我们的目的是实现系统(2)和(3)的同步, 则由

* 国家自然科学基金(批准号 69872031)及河北省自然科学基金(批准号 601225)资助的课题.

上面的定义,对系统(2)和(3),有

$$\begin{aligned} \dot{e} &= \dot{x} - \dot{x}_m = (A + \Delta A)x + f(x) \\ &\quad + \Delta f(x) - g(x_m) + u \\ &= A_m e + [(A + \Delta A - A_m)x + f(x) \\ &\quad + \Delta f(x) - g(x_m) + A_m x_m] + u, \quad (4) \end{aligned}$$

其中 A_m 为预先给定的矩阵,其特征值的实部均小于零.令

$$F(x) = (A + \Delta A - A_m)x + f(x) + \Delta f(x) - g(x_m) + A_m x_m,$$

则(4)式可写为

$$\dot{e} = A_m e + F(x) + u. \quad (5)$$

下面,我们将使用 RBF 神经网络来实现混沌系统的同步,首先,给出 RBF 网络的一个基本的性质及一个重要引理.

性质^[11] 高斯 RBF 神经网络可用数学公式表示为

$$\begin{aligned} \phi_i(x) &= \exp(-\|x - c_i\|^2 / \sigma_i^2), \quad i = 1, 2, \dots, p, \\ y &= W^T \phi(x), \end{aligned}$$

其中 $x \in R^n$ 为网络的输入, $y \in R^m$ 为网络的输出, $\phi(x) = [\phi_1(x) \ \phi_2(x) \ \dots \ \phi_p(x)]$ 为隐层的输出向量,其中 p 为隐层单元的个数, $W \in R^{p \times m}$ 为网络的权值矩阵, c_i 和 σ_i 分别为第 i 个隐层单元的中心和宽度.

Barbalat 引理^[12] 如果 $f(t) \in L_2 \cap L_\infty$,且 $\dot{f}(t) \in L_\infty$,则有 $\lim_{t \rightarrow \infty} f(t) = 0$.

由 RBF 神经网络的性质,则(5)式中的 $F(x)$ 可表述为

$$F(x) = W^* T \phi(x) + \eta, \quad (6)$$

其中 W^* 为最优权值矩阵, η 为一小的实数,且满足

$$\begin{aligned} W^* &= \arg \min \left\{ \sup_{w \in R^p} \left\| \sup_{x \in R^n} F(x) - \hat{F}(x) \right\| \right\}, \\ \eta &= F(x) - \hat{F}(x), \end{aligned}$$

且有界,即

$$\eta_0 = \sup_{t \geq 0} \|F(x) - \hat{F}(x)\|,$$

式中 $\hat{F}(x)$ 为 RBF 网络对 $F(x)$ 的估计值, $\sup(\cdot)$ 表示对变量取上确界.用(6)式替代(5)式中的 $F(x)$,则

$$\dot{e} = A_m e + W^* T \phi(x) + \eta + u. \quad (7)$$

定理 定义矩阵范数 $\|R\|^2 = \text{tr}(RR^T) = \text{tr}(R^T R)$,则对系统(5),如设计如下控制器 u ,

$$u = u_1 + u_2,$$

其中

$$u_1 = -W^T \phi(x), \quad u_2 = -\eta_0 \text{sgn}(Pe),$$

且满足

$$\dot{W} = \phi(x)e^T P,$$

则系统(5)的状态收敛于零,故 $x \rightarrow x_m$,系统(2)与(3)同步.其中,矩阵 P 为正定对称矩阵,且满足

$$A_m^T P + P A_m = -Q,$$

其中, Q 为正定矩阵.

证明 令 $\tilde{W} = W^* - W$,取 Lyapunov 函数

$$V = \frac{1}{2} e^T P e + \frac{1}{2} \|\tilde{W}\|^2$$

对 V 求导,则

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \frac{1}{2} (e^T P e + e^T P e) + \text{tr}(\dot{\tilde{W}}^T \tilde{W}) \\ &= \frac{1}{2} e^T (A_m^T P + P A_m) e + \phi^T(x) \tilde{W} P e \\ &\quad + e^T P \eta - e^T P \eta_0 \text{sgn}(e^T P e) + \text{tr}(\dot{\tilde{W}}^T \tilde{W}) \\ &= -\frac{1}{2} e^T Q e + \phi^T(x) \tilde{W} P e + e^T P \eta \\ &\quad - e^T P \eta_0 \text{sgn}(e^T P e) + \text{tr}(\dot{\tilde{W}}^T \tilde{W}). \end{aligned}$$

因 $\phi^T(x) \tilde{W} P e = \text{tr}(P e \phi^T(x) \tilde{W})$, $e^T P \eta - e^T P \eta_0 \text{sign}(P e) \leq 0$,则

$$\begin{aligned} \dot{V} &\leq -\frac{1}{2} e^T Q e + \text{tr}(\dot{\tilde{W}}^T \tilde{W} + P e \phi^T(x) \tilde{W}) \\ &= -\frac{1}{2} e^T Q e \leq 0. \end{aligned}$$

由此可知, e, \tilde{W} 有界.因 $V(t_0) - V(\infty) = -\int_{t_0}^{\infty} \dot{V}(e(t), \tilde{W}(t)) dt < \infty$,所以 $e \in L^2$,又由(7)式得 \dot{e} 有界,故由 Barbalat 引理^[12]得

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = 0.$$

4 仿真结果

考虑如下 Lorenz 系统

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= (a + \delta a)(x_2 - x_1) + d_1 + u_1, \\ \dot{x}_2 &= (b + \delta b)x_1 - x_2 - x_1 x_3 + d_2 + u_2, \quad (8) \\ \dot{x}_3 &= x_1 x_2 - (c + \delta c)x_3 + d_3 + u_3, \end{aligned}$$

其中 x_1 表示对流体的运动状态, x_2 为水平方向的温度变化, x_3 为垂直方向的温度变化, a, b, c 分别为 Prandtl 数、Rayleigh 数和与所考虑区域的大小成比例的几何系数, $\delta a, \delta b, \delta c$ 分别为系统参数 a, b, c

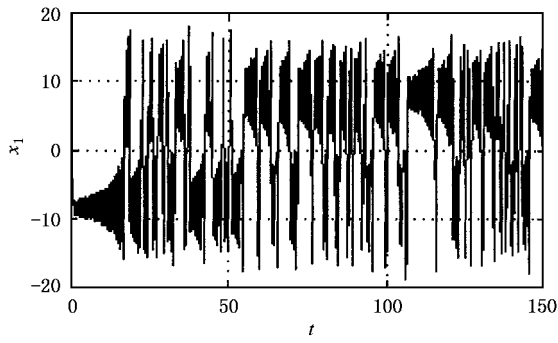
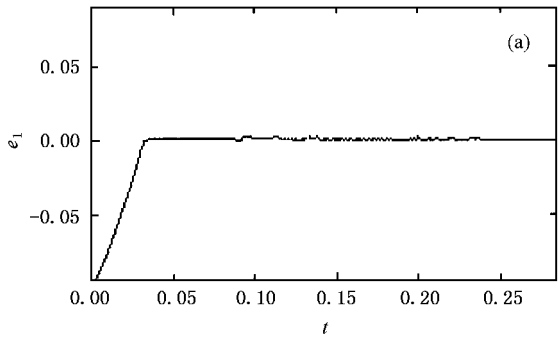
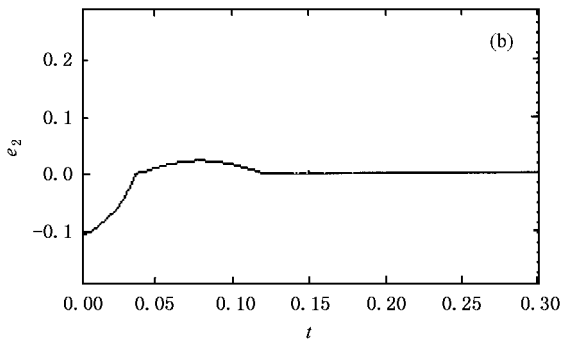


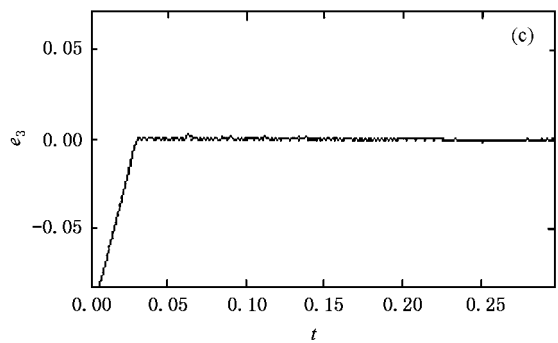
图 1 状态分量 x_1 随时间的变化图



(a) 同步误差 e_1 随时间的变化图



(b) 同步误差 e_2 随时间的变化图



(c) 同步误差 e_3 随时间的变化图

图 2

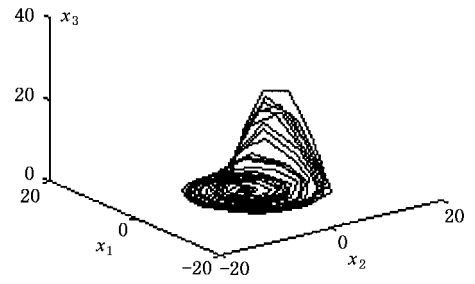
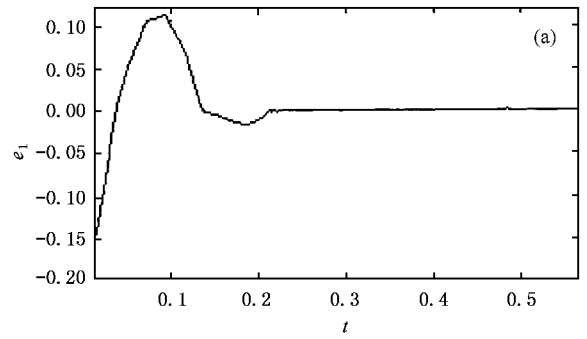
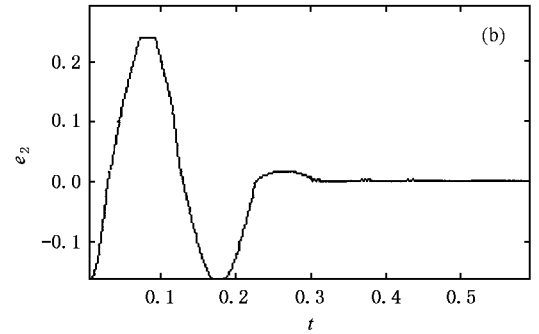


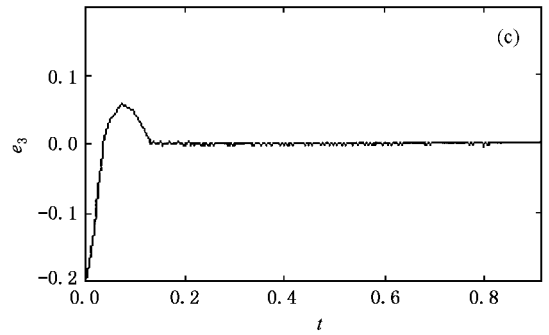
图 3 Rössler 系统相图



(a) 异结构同步误差 e_1 变化图



(b) 异结构同步误差 e_2 变化图



(c) 异结构同步误差 e_3 变化图

图 4

所受的干扰 d_1, d_2, d_3 分别为系统三个状态所受的干扰, u 为控制项. 取系统参数 $a = 10, b = 28, c = 8/$

3 参数扰动为 $\delta a = \delta b = 0.01$, $\delta c = 0.02$, 系统状态扰动为 $d_1 = 0.8 \sin t$, $d_2 = 0.1 x_1 x_2$, $d_3 = 0.2 x_3$, 此时, 系统为一混沌系统, 状态分量 x_1 随时间的变化如图 1 所示. 为使系统在扰动存在的情况下仍能实现同步, 我们对系统施加本文所给的控制率, 其中, RBF 网络具有 8 个隐层单元, 3 个输出单元, 网络隐层单元的中心值分别为 $(-2, -1.5, -1, 0, 1, 1.5, 2, 2.5)$, 宽度值均为 1. 取 $A_m = \text{diag}(-1, -1, -1)$, $Q = \text{diag}(2, 2, 2)$, $\eta_0 = 0.01$, 则 $P = \text{diag}(1, 1, 1)$, 系统 (8) 与未受干扰的 Lorenz 系统同步效果如图 2 (a, b, c) 所示. 由图可知, 系统很好地实现了同步.

为进一步考察本文所给控制率的有效性, 我们用它来实现系统 (8) 与 Rössler 系统的同步. Rössler 系统的状态可表述为

$$\dot{x}_{m_1} = -(x_{m_2} + x_{m_3}),$$

$$\dot{x}_{m_2} = x_{m_1} + 0.2x_{m_2},$$

$$\dot{x}_{m_3} = 0.2 + x_{m_3}(x_{m_1} - 5.7).$$

系统的相图如图 3 所示, 与 Lorenz 系统同步的效果图如图 4 (a, b, c) 所示. 由图知, Lorenz 系统和 Rössler 系统实现了很好的同步.

5 结 论

本文基于 RBF 网络, 在扰动存在的情况下对混沌系统的同步和异结构同步进行了研究. 研究表明, 该方法能有效地克服干扰对同步所造成的破坏. 最后, 利用 Lorenz 系统进行了仿真, 仿真结果表明了所给方法的有效性.

- [1] Zhi-gang Zheng, Gang Hu, Chang-Song Zhou *et al.*, *Acta Physica Sinica*, **49**(2000), 2320 (in Chinese) [郑志刚、胡岗、周昌松等, *物理学报*, **49**(2000), 2320].
- [2] Jin-feng Gao, Xian-jue Luo, Xi-kui Ma, *Acta Physica Sinica*, **49**(2000), 838 (in Chinese) [高金峰、罗先觉、马西奎, *物理学报*, **49**(2000), 838].
- [3] Jian-bo Liu, Chun-fei Ye, Shu-jing Zhang, *Acta Physica Sinica*, **49**(2000), 20 (in Chinese) [刘剑波、叶春飞、张树京, *物理学报*, **49**(2000), 20].
- [4] Feng Liu, Zhao-li Mu, Zu-lian Qiu, *Acta Physica Sinica*, **48**(1999), 2191 (in Chinese) [刘锋、穆肇骊、邱祖廉, *物理学报*, **48**(1999), 2191].
- [5] Jin-lan Wang, Guang-zhi Chen, *Acta Physica Sinica*, **48**(1999), 1605 (in Chinese) [王金兰、陈光旨, *物理学报*, **48**(1999), 1605].
- [6] Xiao-shu Luo, Jin-qing Fang, Li-hu Wang *et al.*, *Acta Physica Sinica*, **48**(1999), 2022 (in Chinese) [罗晓曙、方锦清、王立虎等, *物理学报*, **48**(1999), 2022].
- [7] L. X. Li, P. H. Peng, Z. P. Fan, X. P. Guan, *Acta Physica Sinica*, (accepted), (in Chinese) [李丽香、彭海朋、范正平、关新平, *物理学报*, 已接受].
- [8] G. Giuseppe, M. Saverio, *Int. J. Bifurca. Chaos*, **9**(1999), 705.
- [9] W. X. Xie, C. Y. Wen, Z. G. Li, *Phys. Lett. A*, **275**(2000), 67.
- [10] Z. Y. Wang, Y. L. Cai, D. Jia, W. J. Liu, *Control and Decision*, **15**(2000), 55 (in Chinese) [王忠勇、蔡远利、贾冬、刘文江, *控制与决策*, **15**(2000), 55].
- [11] D. S. Broomhead, D. Lowe, *Complex Syst.*, **2**(1988), 321.
- [12] K. S. Narendra, A. M. Annaswamy, Engle wood Cliffs NJ: Prentice Hall, 1989.
- [13] Shi-ping Yang, *Acta Physica Sinica*, **50**(2001), 619 (in Chinese) [杨世平, *物理学报*, **50**(2001), 619].
- [14] Xin-ping Guan, Hai-peng Peng, Li-xiang Li, Yi-qun Wang, *Acta Physica Sinica*, **50**(2001), 26 (in Chinese) [关新平、彭海朋、李丽香、王益群, *物理学报*, **50**(2001), 26].

THE SYNCHRONIZATION OF CHAOTIC SYSTEMS BASED ON RBF NETWORK IN THE PRESENCE OF PERTURBATION^{*}

GUAN XIN-PING FAN ZHENG-PING PENG HAI-PENG WANG YI-QUN

(*Institute of Electrical Engineering , Yanshan University , Qinhuangdao 066004 , China*)

(Received 1 March 2001 ; revised manuscript received 20 April 2001)

ABSTRACT

Based on RBF neural network , the synchronization and different-structure synchronization of chaotic systems in the presence of perturbation are studied . The proposed method can overcome effectively the disruption of perturbation , and make the chaotic systems keep synchronous well . At last , Lorenz system is used to verify the effectiveness of proposed method , and the simulation results confirm it .

Keywords : chaotic system , synchronization , RBF neural network

PACC : 0545

^{*} Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 69872031) and the Natural Science Foundation of Hebei (Grant No. 601225).