第 51 卷 第 1 期 2002 年 1 月
1000-3290/2002/51(01)/0010-05
物 理 学 报
ACTA PHYSICA SINICA
Vol.51,No.1,January,2002

一类非线性方程的新周期解*

刘式适[1)] 付遵涛[1)2)] 刘式达[1)2)] 赵 强[1)]

[1)] (北京大学地球物理系,北京 100871)

[2)] (北京大学湍流研究国家重点实验室,北京 100871)

(2001 年 7 月 15 日收到;2001 年 8 月 2 日收到修改稿)

把 Jacobi 椭圆函数展开法扩展到 Jacobi 椭圆余弦函数和第三类 Jacobi 椭圆函数的有限展开法,并给出了一类非线性波动方程的新周期解,并且应用这种方法得到的周期解也可以退化为冲击波解或孤波解.

关键词:Jacobi 椭圆函数,非线性方程,周期解,孤波解

PACC:0340K,0290

1 引 言

非线性波动方程的准确解对理解非线性方程的性质有很大的帮助,特别对于非线性方程的数值解来说,解析解有助于验证数值解的正确性,因此,求解非线性方程的解析解在非线性问题中占有重要的地位.最近,出现了许多求非线性波方程准确解的新方法,如齐次平衡法[1—3,16,19],双曲正切函数展开法[4—6],试探函数法[7,8],非线性变换法[9,10],和 sine-cosine 方法[11],文献[15,17,18,20]也探讨了非线性方程的某些解. 但是,这些方法只能求得非线性波方程的冲击波解和孤波解,不能求得非线性方程的周期解. Porubov 等[12—14]虽然求得了一些非线性波方程的准确周期解,但是应用的是 Weierstrass 椭圆函数,求解过程相对来说繁琐.我们[21]提出了 Jacobi 椭圆函数展开法而且用这种方法求得了一大类非线性波动方程的周期解,包括对应的冲击波解和孤波解.本文利用这种有限级数展开法,利用不同的 Jacobi 椭圆函数进行展开,对一类非线性方程得到了新的周期解,这些解也可以退化为对应的冲击波解或孤波解.

2 Jacobi 椭圆函数展开法

考虑非线性波方程

$$N\left(u,\frac{\partial u}{\partial t},\frac{\partial u}{\partial x},\frac{\partial^2 u}{\partial t^2},\frac{\partial^2 u}{\partial x^2},\cdots\right)=0, \tag{1}$$

寻求它的行波解为

$$u=u(\xi),\xi=k(x-ct), \tag{2}$$

其中 k 和 c 分别为波数和波速.

我们[21]曾将 $u(\xi)$ 展开为下列 Jacobi 椭圆正弦函数 $\mathrm{sn}\xi$ 的级数

$$u(\xi)=\sum_{j=0}^{n}a_j\mathrm{sn}^j\xi, \tag{3}$$

对一大类方程进行了求解,得到了相应的周期解和对应的冲击波解或孤波解.我们进一步分析发现,对大多数求解的方程来说,得到的解可以用不同的 Jacobi 椭圆函数(Jacobi 椭圆正弦函数,Jacobi 椭圆余弦函数和第三类 Jacobi 椭圆函数)表示.但是对于某类方程来说,不同的 Jacobi 椭圆函数展开会得到不同的周期解,在下面我们将就此说明.

2.1 Jacobi 椭圆余弦函数展开法

这时方程(1)的形式解为

$$u(\xi)=\sum_{j=0}^{n}a_j\mathrm{cn}^j\xi, \tag{4}$$

它的最高阶数为

$$O(u(\xi))=n. \tag{5}$$

因为

$$\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}\xi}=\sum_{j=0}^{n}-ja_j\mathrm{cn}^{j-1}\xi\mathrm{sn}\xi\mathrm{dn}\xi, \tag{6}$$

* 国家自然科学基金(批准号:40035010)和科技部攀登特别支持费(批准号:2000,No.26)资助的课题.

其中 $\mathrm{cn}\xi$ 和 $\mathrm{dn}\xi$ 分别为 Jacobi 椭圆余弦函数和第三种 Jacobi 椭圆函数，而且

$$\mathrm{sn}^2\xi = 1 - \mathrm{cn}^2\xi, \mathrm{dn}^2\xi = m'^2 + m^2\mathrm{cn}^2\xi, \tag{7}$$

$m(0<m<1)$ 为模数，$m'(0<m'<1)$ 为余模数. 而且

$$m'^2 + m^2 = 1, \tag{8}$$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\xi}\mathrm{sn}\xi = \mathrm{cn}\xi\mathrm{dn}\xi, \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\xi}\mathrm{cn}\xi = -\mathrm{sn}\xi\mathrm{dn}\xi,$$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\xi}\mathrm{dn}\xi = -m^2\mathrm{sn}\xi\mathrm{cn}\xi. \tag{9}$$

由(5)式，我们认为 $\mathrm{d}u/\mathrm{d}\xi$ 的最高阶数为

$$O\left(\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}\xi}\right) = n + 1. \tag{10}$$

类似地有

$$O\left(u\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}\xi}\right) = 2n + 1, O\left(\frac{\mathrm{d}^2u}{\mathrm{d}\xi^2}\right) = n + 2,$$

$$O\left(\frac{\mathrm{d}^3u}{\mathrm{d}\xi^3}\right) = n + 3. \tag{11}$$

同样在(4)式中，我们选择 n 使得非线性波动方程(1)中的非线性项和最高阶导数项平衡. 应该指出的是，因为 $m\to 1$ 时 $\mathrm{cn}\xi\to\mathrm{sech}\xi$，(4)式就退化为

$$u(\xi) = \sum_{j=0}^{n} a_j\mathrm{sech}^j\xi. \tag{12}$$

所以，我们的方法包含了双曲正割函数展开法.

下面举例说明 Jacobi 椭圆余弦函数展开法的应用.

1. mKdV 方程

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \alpha u^2\frac{\partial u}{\partial x} + \beta\frac{\partial^3u}{\partial x^3} = 0. \tag{13}$$

把(2)式代入上式求得

$$-c\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}\xi} + \alpha u^2\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}\xi} + \beta k^2\frac{\mathrm{d}^3u}{\mathrm{d}\xi^3} = 0. \tag{14}$$

由(4)式，我们看到

$$O\left(u^2\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}\xi}\right) = 3n + 1, O\left(\frac{\mathrm{d}^3u}{\mathrm{d}\xi^3}\right) = n + 3, \tag{15}$$

两者平衡得到

$$n = 1, \tag{16}$$

因而 mKdV 方程(13)有下列形式的周期解：

$$u = a_0 + a_1\mathrm{cn}\xi. \tag{17}$$

注意到

$$\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}\xi} = -a_1\mathrm{sn}\xi\mathrm{dn}\xi, \tag{18}$$

$$u^2\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}\xi} = (-a_0^2a_1 - 2a_0a_1^2\mathrm{cn}\xi - a_1^3\mathrm{cn}^2\xi)\mathrm{sn}\xi\mathrm{dn}\xi, \tag{19}$$

$$\frac{\mathrm{d}^3u}{\mathrm{d}\xi^3} = [-(2m^2-1)a_1 + 6m^2a_1\mathrm{cn}^2\xi]\mathrm{sn}\xi\mathrm{dn}\xi. \tag{20}$$

则把(17)式代入方程(14)有

$$\begin{aligned}&[c - \alpha a_0^2 - \beta(2m^2-1)k^2]a_1\mathrm{sn}\xi\mathrm{dn}\xi\\&- 2\alpha a_0a_1^2\mathrm{cn}\xi\mathrm{sn}\xi\mathrm{dn}\xi\\&- (\alpha a_1^2 - 6\beta m^2k^2)a_1\mathrm{cn}^2\xi\mathrm{sn}\xi\mathrm{dn}\xi = 0,\end{aligned} \tag{21}$$

由此定得

$$a_0 = 0, a_1 = \pm\sqrt{\frac{6\beta}{\alpha}}mk,$$

$$c = \beta(2m^2-1)k^2. \tag{22}$$

代入(17)式求得

$$\begin{aligned}u &= \pm\sqrt{\frac{6\beta}{\alpha}}mk\mathrm{cn}\xi = \pm\sqrt{\frac{6c}{\alpha(2m^2-1)}}\\&\cdot m\mathrm{cn}\sqrt{\frac{c}{\beta(2m^2-1)}}(x-ct),\end{aligned} \tag{23}$$

这就是 mKdV 方程(13)的另一个准确周期解. 它要求 $\alpha>0,\beta>0$ 或 $\alpha<0,\beta<0$. 取 $m=1$，则(23)式化为

$$u = \pm\sqrt{\frac{6\beta}{\alpha}}k\mathrm{sech}\xi = \pm\sqrt{\frac{6c}{\alpha}}\mathrm{sech}\sqrt{\frac{c}{\beta}}(x-ct), \tag{24}$$

这就是 mKdV 方程(13)的孤波解，它要求 $\alpha>0,\beta>0,c>0$ 或 $\alpha<0,\beta<0,c<0$.

2. 非线性 Klein-Gordon 方程

我们讨论下列方程：

$$\frac{\partial^2u}{\partial t^2} - c_0^2\frac{\partial^2u}{\partial x^2} + \alpha u - \beta u^3 = 0, \tag{25}$$

在作(2)式的变换后，它化为

$$k^2(c^2 - c_0^2)\frac{\mathrm{d}^2u}{\mathrm{d}\xi^2} + \alpha u - \beta u^3 = 0. \tag{26}$$

以(4)式的解代入方程(26)使其中的非线性项和最高阶导数项平衡，显然有

$$n = 1. \tag{27}$$

所以，方程(25)有形式为(17)的解.

把(17)代入(26)式得到

$$\begin{aligned}&(\alpha - \beta a_0^2)a_0 + [\alpha - 3\beta a_0^2\\&+ (2m^2-1)k^2(c^2-c_0^2)]a_1\mathrm{cn}\xi\\&- 3\beta a_0a_1^2\mathrm{cn}^2\xi - [\beta a_1^2\\&+ 2m^2k^2(c^2-c_0^2)]a_1\mathrm{cn}^3\xi = 0.\end{aligned} \tag{28}$$

由此定得

$$a_0 = 0, a_1 = \pm\sqrt{\frac{2m^2k^2(c_0^2-c^2)}{\beta}},$$

$$k^2 = \frac{\alpha}{(2m^2-1)(c_0^2-c^2)}, \tag{29}$$

代入(17)式求得

$$u = \pm\sqrt{\frac{2m^2k^2(c_0^2-c^2)}{\beta}}\mathrm{cn}\xi = \pm\sqrt{\frac{2m^2\alpha}{\beta(2m^2-1)}}$$

$$\cdot\ \mathrm{cn}\sqrt{\frac{\alpha}{(2m^2-1)(c_0^2-c^2)}}(x-ct). \quad (30)$$

这就是方程(25)的准确周期解. 它要求 $\beta>0$, $c^2<c_0^2$或 $\beta<0, c^2>c_0^2$.

取 $m=1$,则(30)式化为

$$u = \pm\sqrt{\frac{2k^2(c_0^2-c^2)}{\beta}}\mathrm{sech}\xi$$

$$= \pm\sqrt{\frac{2\alpha}{\beta}}\mathrm{sech}\sqrt{\frac{\alpha}{(c_0^2-c^2)}}(x-ct), \quad (31)$$

这就是方程(25)的孤波解.

2.2 第三类 Jacobi 椭圆函数展开法

这时方程(1)的形式解为

$$u(\xi) = \sum_{j=0}^{n} a_j \mathrm{dn}^j\xi, \quad (32)$$

它的最高阶数为

$$O(u(\xi)) = n. \quad (33)$$

因为

$$\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}\xi} = \sum_{j=0}^{n} -jm^2a_j\mathrm{dn}^{j-1}\xi\mathrm{sn}\xi\mathrm{cn}\xi, \quad (34)$$

而且

$$\mathrm{sn}^2\xi = (1-\mathrm{dn}^2\xi)/m^2,$$
$$\mathrm{cn}^2\xi = (\mathrm{dn}^2\xi - m'^2)/m^2. \quad (35)$$

同样由(33)式,我们认为 $\mathrm{d}u/\mathrm{d}\xi$ 的最高阶数为

$$O\left(\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}\xi}\right) = n+1. \quad (36)$$

类似地有

$$O\left(u\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}\xi}\right) = 2n+1, O\left(\frac{\mathrm{d}^2u}{\mathrm{d}\xi^2}\right) = n+2,$$

$$O\left(\frac{\mathrm{d}^3u}{\mathrm{d}\xi^3}\right) = n+3. \quad (37)$$

同样在(32)式中,我们选择 n 使得非线性波动方程(1)中的非线性项和最高阶导数项平衡.应该指出的是,因为 $m\to1$ 时 $\mathrm{dn}\xi\to\mathrm{sech}\xi$,(32)式就退化为

$$u(\xi) = \sum_{j=0}^{n} a_j\mathrm{sech}^j\xi, \quad (38)$$

所以,这也包含了双曲正割函数展开法.

我们仍以前面两个例子来说明第三类 Jacobi 椭圆函数展开法的应用.

1. mKdV 方程

把(32)式代入(13)式,我们看到

$$O\left(u^2\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}\xi}\right) = 3n+1, O\left(\frac{\mathrm{d}^3u}{\mathrm{d}\xi^3}\right) = n+3, \quad (39)$$

两者平衡得到

$$n = 1. \quad (40)$$

因而 mKdV 方程(13)有下列形式的周期解:

$$u = a_0 + a_1\mathrm{dn}\xi. \quad (41)$$

注意到

$$\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}\xi} = -m^2a_1\mathrm{sn}\xi\mathrm{cn}\xi, \quad (42)$$

$$u^2\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}\xi} = (-m^2a_0^2a_1 - 2m^2a_0a_1^2\mathrm{dn}\xi$$
$$- m^2a_1^3\mathrm{dn}^2\xi)\mathrm{sn}\xi\mathrm{cn}\xi, \quad (43)$$

$$\frac{\mathrm{d}^3u}{\mathrm{d}\xi^3} = [-m^2(2-m^2)a_1 + 6m^2a_1\mathrm{dn}^2\xi]\mathrm{sn}\xi\mathrm{cn}\xi, \quad (44)$$

则把(41)式代入方程(14)有

$$m^2[c - \alpha a_0^2 - \beta(2-m^2)k^2]a_1\mathrm{sn}\xi\mathrm{cn}\xi$$
$$- 2\alpha m^2a_0a_1^2\mathrm{dn}\xi\mathrm{sn}\xi\mathrm{cn}\xi$$
$$- (\alpha m^2a_1^2 - 6\beta m^2k^2)a_1\mathrm{dn}^2\xi\mathrm{sn}\xi\mathrm{cn}\xi = 0. \quad (45)$$

由此定得

$$a_0 = 0, a_1 = \pm\sqrt{\frac{6\beta}{\alpha}}k, c = \beta(2-m^2)k^2. \quad (46)$$

代入(41)式求得

$$u = \pm\sqrt{\frac{6\beta}{\alpha}}k\mathrm{dn}\xi = \pm\sqrt{\frac{6c}{\alpha(2-m^2)}}$$

$$\cdot\ \mathrm{dn}\sqrt{\frac{c}{\beta(2-m^2)}}(x-ct). \quad (47)$$

这就是 mKdV 方程(13)的另一个准确周期解.它要求 $\alpha>0, \beta>0, c>0$ 或 $\alpha<0, \beta<0, c<0$.取 $m=1$,则(47)式化为

$$u = \pm\sqrt{\frac{6\beta}{\alpha}}k\mathrm{sech}\xi = \pm\sqrt{\frac{6c}{\alpha}}\mathrm{sech}\sqrt{\frac{c}{\beta}}(x-ct). \quad (48)$$

这就是 mKdV 方程(13)的孤波解,它与(31)式的结果一样.同样它要求 $\alpha>0, \beta>0, c>0$ 或 $\alpha<0, \beta<0, c<0$.

2. 非线性 Klein-Gordon 方程

以(32)式的解代入方程(25)使其中的非线性项和最高阶导数项平衡,显然有

$$n = 1, \quad (49)$$

所以,方程(25)有形式为(41)的解.

把(41)代入(26)式得到

$$(\alpha - \beta a_0^2)a_0 + [\alpha - 3\beta a_0^2$$
$$+ (2-m^2)k^2(c^2-c_0^2)]a_1\mathrm{dn}\xi$$

$$-3\beta a_0 a_1^2 \mathrm{dn}^2 \xi - [\beta a_1^2 + 2k^2(c^2 - c_0^2)] a_1 \mathrm{dn}^3 \xi = 0. \tag{50}$$

由此定得

$$a_0 = 0, a_1 = \pm\sqrt{\frac{2k^2(c_0^2 - c^2)}{\beta}},$$

$$k^2 = \frac{\alpha}{(2 - m^2)(c_0^2 - c^2)}, \tag{51}$$

代入(41)式求得

$$u = \pm\sqrt{\frac{2k^2(c_0^2 - c^2)}{\beta}}\mathrm{dn}\xi = \pm\sqrt{\frac{2\alpha}{\beta(2 - m^2)}} \cdot \mathrm{dn}\sqrt{\frac{\alpha}{(2 - m^2)(c_0^2 - c^2)}}(x - ct). \tag{52}$$

这就是方程(25)的另一个准确周期解.同样,它要求 $\alpha > 0, \beta > 0, c^2 < c_0^2$ 或 $\alpha < 0, \beta < 0, c^2 > c_0^2$.

取 $m = 1$,则(52)式化为

$$u = \pm\sqrt{\frac{2k^2(c_0^2 - c^2)}{\beta}}\mathrm{sech}\xi = \pm\sqrt{\frac{2\alpha}{\beta}}\mathrm{sech}\sqrt{\frac{\alpha}{(c_0^2 - c^2)}}(x - ct), \tag{53}$$

这就是方程(25)的孤波解,它与(31)式的结果一样.

2.3 其他方程

类似上面的 mKdV 方程和非线性 Klein-Gordon 方程,应用不同的 Jacobi 椭圆函数展开可以得到不同的周期解的方程还有 Modified BBM 方程

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial u}{\partial x} + \alpha u^2 \frac{\partial u}{\partial x} + \beta \frac{\partial^3 u}{\partial t \partial x^2} = 0 \tag{54}$$

和 Combined KdV-mKdV 方程(即 Gardner 方程)

$$\frac{\partial u}{\partial t} + (\alpha u + \beta u^2)\frac{\partial u}{\partial x} + \gamma \frac{\partial^3 u}{\partial x^3} = 0 \tag{55}$$

及其他方程等.类似上面的求解过程,也可以得到相应的不同的周期解和对应的孤波解.对方程(54)来说,有下列周期解

$$u = \pm\sqrt{\frac{6(c-1)}{\alpha(2m^2-1)}}m\mathrm{cn}\sqrt{\frac{1-c}{c\beta(2m^2-1)}}(x - ct) \tag{56}$$

和

$$u = \pm\sqrt{\frac{6(c-1)}{\alpha(2-m^2)}}\mathrm{dn}\sqrt{\frac{1-c}{c\beta(2-m^2)}}(x - ct) \tag{57}$$

对于方程(55)来说,有下列周期解

$$u = -\frac{\alpha}{2\beta} \pm\sqrt{\frac{3(\alpha^2 + 4c\beta)}{2\beta^2(2m^2-1)}} \cdot m\mathrm{cn}\sqrt{\frac{\alpha^2 + 4c\beta}{4\beta\gamma(2m^2-1)}}(x - ct) \tag{58}$$

和

$$u = -\frac{\alpha}{2\beta} \pm\sqrt{\frac{3(\alpha^2 + 4c\beta)}{2\beta^2(2-m^2)}} \cdot \mathrm{dn}\sqrt{\frac{\alpha^2 + 4c\beta}{4\beta\gamma(2-m^2)}}(x - ct). \tag{59}$$

3 结　论

本文把 Jacobi 椭圆函数展开法扩展到 Jacobi 椭圆余弦函数和第三类 Jacobi 椭圆函数的有限展开,求得一类非线性波方程新的准确周期解,这些周期解也可以退化为新的孤波解.通过对 mKdV 方程和非线性 Klein - Gordon 方程的 Jacobi 椭圆余弦函数和第三类 Jacobi 椭圆函数的有限展开求解,我们在两种展开解的极限条件($m = 1$)下都得到了相同的孤波解,这是由 Jacobi 椭圆余弦函数和第三类 Jacobi 椭圆函数的极限($m = 1$)性质决定的.对有些方程(如 KdV 方程)来说,应用 Jacobi 椭圆余弦函数和第三类 Jacobi 椭圆函数的有限展开也可以得到方程的周期解,但是这些解都可以转化为用 Jacobi 椭圆正弦函数来表示,这里就不再列出.

[1] Wang M L 1995 *Phys. Lett.* **A199** 169

[2] Wang M L, Zhou Y B and Li Z B 1996 *Phys. Lett.* **A216** 67

[3] Yang L, Zhu Z and Wang Y 1999 *Phys. Lett.* **A260** 55

[4] Yang L, Liu J and Yang K 2001 *Phys. Lett.* **A278** 267

[5] Parkes E J and Duffy B R 1997 *Phys. Lett.* **A229** 217

[6] Fan E 2000 *Phys. Lett.* **A277** 212

[7] Hirota R 1973 *J. Math. Phys.* **14** 810

[8] Kudryashov N A 1990 *Phys. Lett.* **A147** 287

[9] Otwinowski M, Paul R and Laidlaw W G 1988 *Phys. Lett.* **A128** 483

[10] Liu S K, Fu Z T, Liu S D and Zhao Q 2001 *Appl. Math. Mech.* **22** 326

[11] Yan C 1996 *Phys. Lett.* **A224** 77

[12] Porubov A V 1996 *Phys. Lett.* **A221** 391

[13] Porubov A V and Velarde M G 1999 *J. Math. Phys.* **40** 884

[14] Porubov A V and Parker D F 1999 *Wave Motion* **29** 97

[15] Li Z B and Pan S Q 2001 *Acta Phys. Sin.* **50** 402(in Chinese)[李志斌、潘素起 2001 物理学报 **50** 402]

[16] Fan E G and Zhang H Q 1998 *Acta Phys. Sin.* **47** 353(in Chinese)[范恩贵、张鸿庆 1998 物理学报 **47** 353]

[17] Zhang J F 1998 *Acta Phys. Sin.* **47** 1057(in Chinese)[张解放 1998 物理学报 **47** 1057]

[18] Yan Z Y and Zhang H Q 1999 *Acta Phys. Sin.* **48** 1962(in Chinese)[闫振亚、张鸿庆 1999 物理学报 **48** 1962]

[19] Fan E G 2000 *Acta Phys. Sin.* **49** 1409 (in Chinese)[范恩贵 2000 物理学报 **49** 1409]

[20] Zhang J F 1999 *Chin. Phys.* **8** 326

[21] Liu S K, Fu Z T, Liu S D and Zhao Q *Acta Phys. Sin.* (submitted)(in Chinese)[刘式适、付遵涛、刘式达、赵 强 物理学报(已投)].

New periodic solutions to a kind of nonlinear wave equations*

Liu Shi-Kuo[1)] Fu Zun-Tao[1)2)] Liu Shi-Da[1)2)] Zhao Qiang[1)]

[1)] (*Department of Geophysics, Peking University, Beijing* 100871, *China*)

[2)] (*SKLTR, Peking University, Beijing* 100871, *China*)

(Received 15 July 2001; revised manuscript received 2 August 2001)

Abstract

In this paper the Jacobi elliptic function expansion method is extended to the finite expansion for the applied Jacobi cosine elliptic function or the third kind of Jacobi elliptic function to construct the new periodic solutions of nonlinear wave equations. The periodic solutions obtained by this method can be reduced to the solitary wave solutions under the limit condition.

Keywords: Jacobi elliptic function, nonlinear equation, periodic solution, solitary wave solution

PACC: 0340K, 0290

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 40035010) and Special Fund from "Climbing Project" by the Ministry of Science and Technology, China (Grant No. 2000026).