第 51 卷 第 1 期 2002 年 1 月
1000-3290/2002/51(01)/0068-06

物 理 学 报
ACTA PHYSICA SINICA

Vol.51,No.1,January,2002

介质光栅导模共振耦合波分析*

周传宏 王 磊 聂 娅 王植恒†

(四川大学物理系,成都,610064)

(2000 年 11 月 19 日收到;2001 年 7 月 16 日收到修改稿)

导模共振是由于光栅介质内高级次子波耦合进光栅所支持的泄漏模中,导致传播波能量重新分布的结果.采用严格的耦合波方法,通过分析波导的导波模式,正确估计出弱调制介质光栅导模共振的位置.并对导模共振与光栅厚度、基底厚度以及入射角的关系作了讨论.通过采用抗反射设计,获得了具有对称、低旁带特点的窄带共振峰.

关键词:导模共振,耦合波

PACC:4110H

1 引 言

衍射光栅的导模共振是指当入射波长、入射角或介质参数作很小的改变时,衍射波能量发生很大变化的现象.1902 年,Wood[1] 在研究金属反射光栅时,首先从试验上发现了导模共振.导模共振的产生,是由于衍射光栅可以看作周期调制的平面波导,当光栅内高级次传播波在参数上与光栅波导所支持的导模接近时,光波能量重新分布,由于光栅的周期调制性使得光栅波导有泄漏,因而泄漏波能量也将重新分布,形成导模共振.利用导模共振效应的高衍射效率和窄带性质,可以设计制作高反射器、高透射器以及窄带滤波器等光学元件[2—4].

对导模共振的研究已经作了大量工作.Hessel 与 Oliner[5] 通过对反射光栅导模共振的研究,指出导模共振效应是由于入射光与光栅所支持的泄漏模发生耦合而产生的.傅克祥等[6] 研究了导模共振随基底厚度的变化,并用内全反射的方法确定出共振峰与基底厚度的关系.Wang 与 Magnusson[4] 用等效折射率方法把介质光栅看作平板波导,然后用光学特征矩阵法求解波导中的导模,从而确定光栅导模共振的位置.Peng[7],Brundrett[8] 分别用严格的耦合波方法[9],对光栅波导的齐次问题进行求解,研究了导模共振的性质.

从求解过程看,无论是光学特征矩阵方法还是耦合波方法,都是通过求解无外部激励波导内形成的导波模,进而对光栅的导模共振效应进行研究.实际上,求解光栅问题的严格电磁波方法[10—13] 都可以求解波导问题.文献[7]指出:用严格的电磁波方法计算导波模,由于避开了等效折射率近似,求解比光学特征矩阵方法准确.因此本文采用耦合波法对介质光栅的导模共振进行分析.

一般的耦合波法求解反射和透射振幅系数时,由于位相因子随介质厚度指数增大或减小,因此对传输矩阵求逆时,会出现数值溢出,导致矩阵病态.用耦合波法求解波导,同样存在这个问题[14].文献[7]没有对此进行阐述,而文献[8]分析了导波模与反射系数的关系,通过求解与反射系数相关的方程,避免了这个问题.本文的耦合波法则采用增强透射比矩阵方法[15],避免了数值溢出,所以可直接用传输矩阵对光栅以及波导进行计算.

2 耦合波分析方法

本文用耦合波法分析导模光栅问题.对于折射率弱调制介质光栅,可以看作有调制扰动的平面波导[8].用耦合波法求解平面波导问题时,求解过程与求解一般光栅情形一样,也由两部分组成:首先求出平面波导结构的本征模式场,然后根据电磁波的边界连续性求解边界方程.平板波导与一般光栅不同的是,波导内各导波模式被约束在波导内,能量不能

* 国家自然科学基金(批准号:69888002)及中国科学院光电技术研究所微细加工光学技术国家重点实验室资助的课题.

† 通讯作者.

泄漏出外部.各导波模式不需要外部激励维持,即入射波振幅为 0.在数学处理上,这相当于把非齐次方程转化为齐次方程.由齐次方程非 0 解存在的条件,可以求出波导内导波模式的传播常数 β.传播常数 β 表征波导内各模式导波在传播方向上的波矢分量.

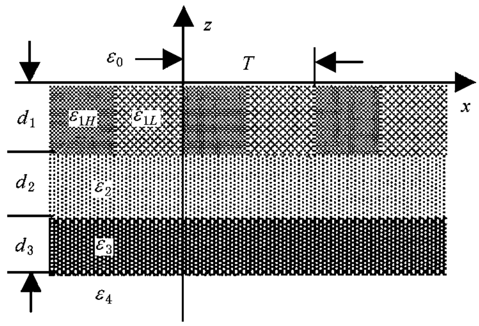

图 1　介质光栅结构示意图

由于光栅可以看作有周期调制扰动的平面波导,求解平面波导的导波模式可以理解光栅的导模共振.对图 1 所示的光栅,入射光在光栅介质内形成很多子波级次.若第 m 级子波的波矢分量 k_{xm} 与光栅所支持的某一导波模传播常数 β 接近,将出现光栅的导模共振效应.由第 m 级子波导致的共振与波导传播常数的关系为

$$k_{xm} \cong \beta, \tag{1}$$

其中,$k_{xm} = k_0\left(\sin\theta - \frac{\lambda}{T}m\right)$, $m = \pm 1, \pm 2, \cdots$, $k_0 = \frac{2\pi}{\lambda}$, θ 为入射角,T 为光栅周期.

(1)式把光栅参数与波导方程联系起来,若用 k_{xm} 代替 β,则求解波导方程时,可确定出 k_{xm} 与导波模的关系,即光栅计算参数与导模共振的关系,从而估计导模共振的位置.

本文针对 TE 波进行讨论.对于图 1 的光栅结构,介质第 l 层的电磁波可以表示为本征模的形式,

$$\begin{aligned} E_y^l &= e_y^l \exp(\mathrm{i}k_x^l x)\{\exp[(ik_0 r_l(z - z_{l-1})]c_+^l \\ &\quad + \exp[-\mathrm{i}k_0 r_l(z - z_l)]c_-^l\}, \\ \sigma H_x^l &= -h_x^l \exp(\mathrm{i}k_x^l x)\{\exp[(\mathrm{i}k_0 r_l(z - z_{l-1})]c_+^l \\ &\quad - \exp[-\mathrm{i}k_0 r_l(z - z_l)]c_-^l\}, \end{aligned} \tag{2}$$

其中 $\sigma = \sqrt{\mu_0/\varepsilon_0}$, μ_0, ε_0 为真空中的相对磁导率与介电率;r_l 与 e_y^l, h_x^l 分别为光栅本征矩阵方程的本征值和本征矢矩阵.c_+^l, c_-^l 分别表示前向波与后向波的振幅系数列矢量.

对于多层介质光栅,由电磁场在各边界面上切向分量连续的条件,可以求得入射层与透射层电磁波的关系为[9]

$$\begin{bmatrix} e_y^0\delta_{i0} \\ h_x^0\delta_{i0} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e_y^0 \\ -h_x^0 \end{bmatrix} R = \prod_{l=1}^{L} \begin{bmatrix} e_y^l & e_y^l x_l \\ h_x^l & -h_x^l x_l \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_y^l x_l & e_y^l \\ h_x^l x_l & -h_x^l \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} e_y^{l+1} \\ h_x^{l+1} \end{bmatrix} T. \tag{3}$$

(3)式左端,第一个矩阵表示入射波,R,T 表示反射与透射振幅系数列矢量.矩阵 x_l 表示由位相因子组成的对角阵,其对角元为 $\exp(-\mathrm{i}k_0\gamma_{lm}d_l)$,$d_l$ 为第 l 层的厚度.化简(3)式并把 R 与 T 合并为一个列矢量,则可得矩阵方程

$$M\begin{bmatrix} R \\ T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e_y^0\delta_{i0} \\ h_x^0\delta_{i0} \end{bmatrix}. \tag{4}$$

(3)与(4)式都是关于单位振幅入射波衍射问题的求解方程.对于平面波导,由于不存在入射波,方程(4)右边为 0,(4)式变为一个齐次矩阵方程,而齐次方程存在非平凡解的条件是传输矩阵 M 行列式的值为 0,即

$$\det[M(\beta)] = 0, \tag{5}$$

在此条件下,存在导波模式.由于 $k_{xm} \cong \beta$,所以此条件也为光栅导模共振出现的条件.

但是,在光栅介质较厚时,直接求解(5)式会出现数值溢出,导致无法应用(5)式进行计算.这个问题的出现,是由于位相因子 x_l 随介质厚度指数增大或减小,于是当介质较厚时,位相因子 x_l 太小从而使得对矩阵 M 的计算超出计算容许的数值范围.对此问题,文献[7]没有作进一步分析,而文献[8]则是分析了导波模与反射系数的关系,通过求解与反射系数相关的方程,避免了直接求解(5)式.本文采用增强透射比矩阵方法[9],该方法由于对位相因子作了处理,避免了数值溢出问题,因此计算是可靠的.

对于方程(3)右边的式子,在最后一个交面上,有

$$\begin{aligned} &\begin{bmatrix} \boldsymbol{e}_y^L & \boldsymbol{e}_y^L \boldsymbol{x}_L \\ \boldsymbol{h}_x^L & -\boldsymbol{h}_x^L \boldsymbol{x}_L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{e}_y^L \boldsymbol{x}_L & \boldsymbol{e}_y^L \\ \boldsymbol{h}_x^L \boldsymbol{x}_L & -\boldsymbol{h}_x^L \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \boldsymbol{e}_y^{L+1} \\ \boldsymbol{h}_x^{L+1} \end{bmatrix} \boldsymbol{T} \\ &= \begin{bmatrix} \boldsymbol{e}_y^L & \boldsymbol{e}_y^L \boldsymbol{x}_L \\ \boldsymbol{h}_x^L & -\boldsymbol{h}_x^L \boldsymbol{x}_L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{x}_L & 0 \\ 0 & \boldsymbol{I} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \boldsymbol{a}_L \\ \boldsymbol{b}_L \end{bmatrix} \boldsymbol{T}, \end{aligned} \tag{6}$$

其中

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{a}_L \\ \boldsymbol{b}_L \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{e}_y^L & \boldsymbol{e}_y^L \\ \boldsymbol{h}_x^L & -\boldsymbol{h}_x^L \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \boldsymbol{e}_y^{L+1} \\ \boldsymbol{h}_x^{L+1} \end{bmatrix}. \tag{7}$$

由于(6)式中对关于位相因子 x_L 的矩阵求逆，会出现数值溢出. 为避免这个问题，令 $T = a_L^{-1} x_L T_L$，代入方程(6)，则(6)式可化简为

$$\begin{bmatrix} f_L \\ g_L \end{bmatrix} T_L = \begin{bmatrix} e_y^L & e_y^L \\ h_x^L & -h_x^L \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} I \\ b_L a_L^{-1} x_L \end{bmatrix} T_L, \qquad (8)$$

对每一介质层都作这样的处理，于是(3)式化为

$$\begin{bmatrix} e_y^0 \delta_{io} \\ h_x^0 \delta_{io} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e_y^0 \\ -h_x^0 \end{bmatrix} R = \begin{bmatrix} f_1 \\ g_1 \end{bmatrix} T_1, \qquad (9)$$

其中. $T = a_L^{-1} x_L \cdots a_l^{-1} x_l \cdots a_1^{-1} x_1 T_1$.

对于波导情形，由于无入射光，(9)式转化为齐次方程，

$$\begin{bmatrix} -e_y^0 & f_1 \\ h_x^0 & g_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R \\ T_1 \end{bmatrix} = M' \begin{bmatrix} R \\ T_1 \end{bmatrix} = 0. \qquad (10)$$

同样地，方程(10)存在非平凡解的条件是矩阵 M' 行列式的值为 0. 由于矩阵 M' 经过了处理，不会出现数值溢出，因此可以对其进行计算.

3　单层介质光栅的导模共振

从以上分析可知，导模共振是由于光栅内高级次子波在参数上与光栅所支持的导模接近，引起共振而产生的. 0 级子波不能引起导模共振，是由于波导所支持的导波实际上是沿波导表面传播的倏逝波，0 级子波要引起共振实质上是要求入射波成为沿波导表面传播的倏逝波，此时入射波根本不能进入光栅内，也就谈不上 0 级子波引起导模共振了. 这说明导模共振的出现必须要求光栅介质内要有高级次子波存在. 另一方面，光学元件的设计，总希望有高的衍射效率，这可以通过控制波导光栅的周期，使其足够小($T < \lambda$)，保证透射波与反射波只有一个传播级次，从而达到能量集中的目的.

下面对一单层介质光栅的导模共振进行分析. 设 TE 偏振光垂直入射，波长 $\lambda = 0.5\mu$m. 光栅由两种介质周期相间排列构成，周期 $T = 0.4\mu$m，介质 H 与介质 L 相对介电率分别为 $\varepsilon_{1H} = 2.4$，$\varepsilon_{1L} = 2.2$，介质 H 填充系数 $n_{1H} = 0.5$. 入射层与透射层同为空气，$\varepsilon_1 = \varepsilon_3 = 1$. 对此光栅结构，入射层与透射层只有 0 级衍射波存在.

首先由齐次问题估计导模共振的位置. 图 2 所示为传输矩阵 M' 行列式绝对值随光栅厚度的变化，图中 A，B 与 C 为导波模出现的位置，对应的厚度分别为 $d_A = 0.1329\mu$m，$d_B = 0.4260\mu$m 与 $d_C = 0.7178\mu$m. 根据导模共振条件，在这些位置，由于波导光栅的泄漏，会产生导模共振效应. 图 3 是用严格耦合波法计算的 0 级反射率随光栅厚度变化的关系. 在 0—1.0μm 厚度范围内，共出现了三个共振反射峰 A'，B' 与 C'，对应的光栅厚度分别为 $d_{A'} = 0.1334\mu$m，$d_{B'} = 0.4262\mu$m 与 $d_{C'} = 0.7178\mu$m. 可以看出，齐次问题导波模的位置与光栅导模共振的位置基本一致，说明用导波模的计算估计共振峰的位置是准确的.

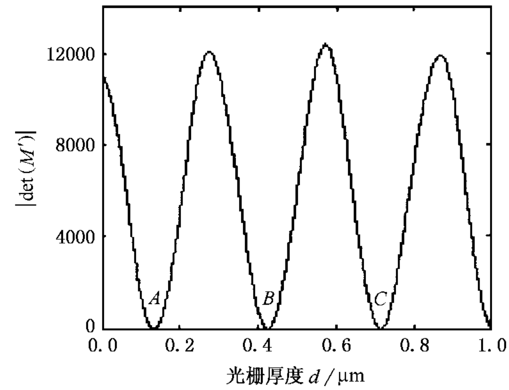

图 2　传输矩阵行列式与光栅厚度的关系

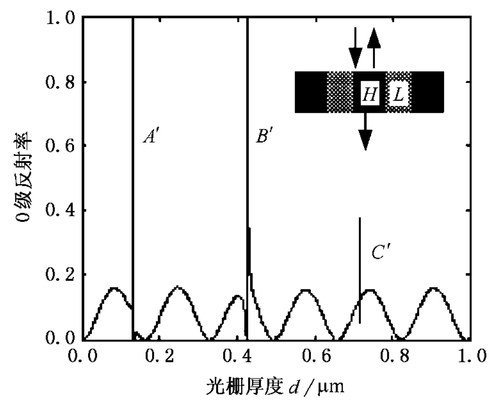

图 3　介质光栅 0 级反射率与光栅厚度的关系

下面，讨论共振峰对入射角的依赖性. 对于图 3 中 A' 共振峰，当入射角作微小改变时，共振峰变化如图 4，图中虚线表示正入射，实线表示斜入射，入射角 $\theta = 0.05°$. 从图 4 可以看出，共振峰发生了很大改变. 首先是峰值波长作了平移，其次是共振峰由正入射时的单峰变成双峰. 双峰的峰值波长分别为 $\lambda_{A1} = 0.4998\mu$m，$\lambda_{A2} = 0.5005\mu$m. 双峰的出现是因为斜入射使得子波级次的空间对称被破坏，子波第 $\pm m$ 级的 $|\pm k_{xm}|$ 不再相同，因此在满足共振条件时，二者共振峰值波长也不相同. 图 4 的光栅介质中，高级

次子波只有 ±1 级,由于入射角变化微小,假设导波模传播常数 β 不变,由(1)式可知,对于 −1 级波,峰值波长向短波方向移动;对于 +1 级波,峰值波长向长波方向移动,因此形成双共振峰.

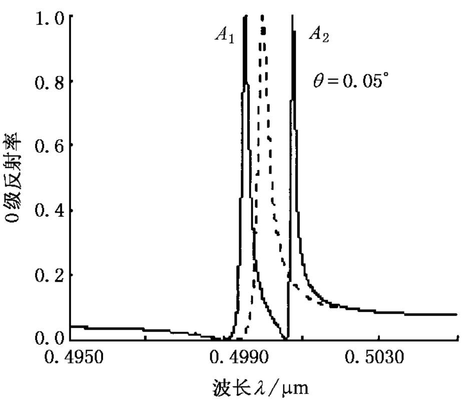

图 4　导模共振随入射角变化的不稳定性

4　双层介质光栅的导模共振

下面对双层介质光栅的导模共振进行讨论.设介质光栅由光栅层与基底层组成,光栅层由介质 H 与 L 以周期 $T=0.6\mu$m 排列构成,两种介质的相对介电率分别为,$\varepsilon_{1H}=2.84$,$\varepsilon_{1L}=2.76$,介质 H 的填充系数 $n_{1H}=0.5$,光栅层厚 $d_1=0.3\mu$m.基底层介质相对介电率 $\varepsilon_2=2.5$.入射层与透射层同为空气,$\varepsilon_1=\varepsilon_4=1$.若 TE 偏振光垂直入射,波长 $\lambda=0.7\mu$m,考虑基底厚度同导模共振的关系.

图 5 所示为齐次问题传输矩阵 M' 行列式绝对值随基底厚度变化的关系.图中 A,B 与 C 为导波模出现的位置,对应的基底厚度分别为 $d_{2A}=0.0971\mu$m,$d_{2B}=0.4251\mu$m 与 $d_{2C}=0.7530\mu$m.图 6 是用严格耦合波法计算的 0 级反射率随光栅厚度变化的关系,0 级共振反射峰对应的基底厚度分别为 $d_{2A'}=0.0971\mu$m,$d_{2B'}=0.4251\mu$m 与 $d_{3C'}=0.7531\mu$m.再一次看出,对于弱调制介质光栅,齐次问题导波模位置与光栅导模共振位置基本一致.

窄带滤波器具有线宽窄,旁带低,高衍效的特点,利用导模共振的高衍效以及窄带性质,可以制作窄带滤波器.对于图 6 所示的导模共振,各共振峰都不在反射低谷位置,可以预见其随波长变化,旁带反射率较高,而且与图 4 类似,共振峰旁带也不对称.解决这些问题可以采取抗反射设计.对图 6 所示的介质光栅,抗反射设计就是使得共振峰位于反射低

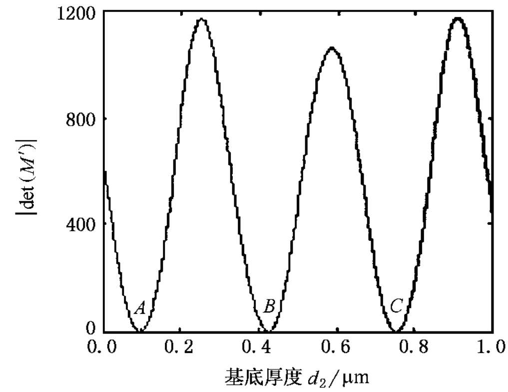

图 5　传输矩阵与光栅厚度的关系

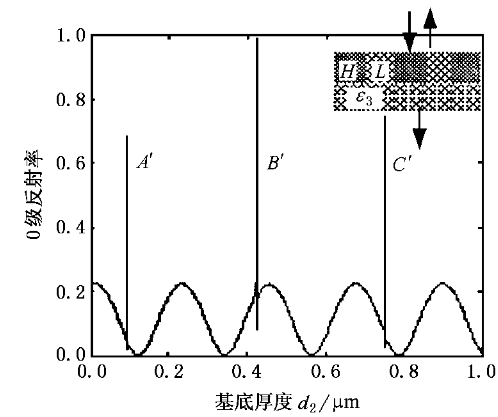

图 6　介质光栅 0 级反射率与光栅厚度的关系

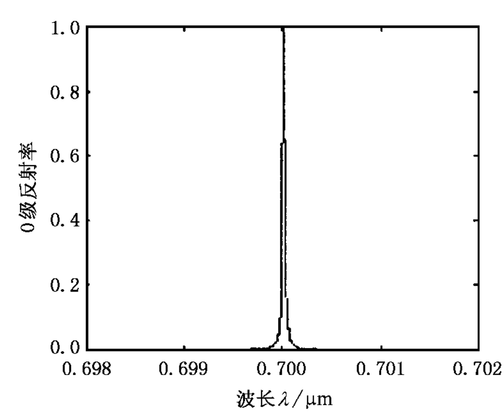

图 7　AR 设计 0 级反射率随波长的变化

谷.由于上述光栅的反射与透射波只存在一个传播级次,因此在非共振位置,介质光栅可以作为多层介质膜处理.则在反射低谷,光栅层与基底层厚度分别为

$$d_1=\lambda/2\sqrt{\varepsilon_{\mathrm{eff}}},\quad d_2=\lambda/2\sqrt{\varepsilon_2},\tag{11}$$

其中 $\varepsilon_{\mathrm{eff}}=\varepsilon_H n_H+\varepsilon_L(1-n_H)$ 为光栅层等效介电率.

根据（11）式，可以求出 $d_1 = 0.2092\mu m$，$d_2 = 0.2214\mu m$. 求解齐次问题，可以估计出导波模位于光栅周期 $T = 0.5839\mu m$ 的位置. 把参数代入耦合波方程，计算结果如图 7 所示.

从图 7 可以看出，共振峰保持了窄带高反射的性质，而且共振峰旁带对称、反射率非常低. 因此应用光栅导模共振效应可以制作高效窄带滤波器.

5 结 论

本文对介质光栅的导模共振性质进行了研究. 通过分析波导导波模式，说明了导模共振是由于光栅介质内高级次子波耦合进光栅所支持的泄漏模中，导致能量重新分布的结果，从而深入了解了导模共振产生的机理. 进而，本文用耦合波法计算了无入射波导的导波模式，并由计算结果' 正确估计出弱调制介质光栅产生导模共振的条件. 本文还分析了导模共振对入射角的不稳定性，并采用抗反射设计（AR），获得了对称、低旁带的窄带共振峰.

[1] Wood R W，1902 *Philos. Mag.* **4** 396

[2] Sharon A，Rosenblatt D and Friesem A 1997 *J. Opt. Soc. Am.* **A14** 2985

[3] Tibuleac S，Magnusson R 1997 *J. Opt. Soc. Am.* **A14** 1617

[4] Wang S S，Magnusson R 1995 *Appl. Opt.* **34** 2414

[5] Hessel A，Oliner A 1965 *Appl. Opt.* **4** 1275

[6] Fu K X，Zhang D，Wang Z H *et al* 1998 *Acta Phys. Sin.* **47** 1278（in Chinese）[傅克祥等 1998 物理学报 **47** 1278]

[7] Peng S 1996 *J. Opt. Soc. Am.* **A13** 993

[8] Brundrett D，Glytsis E *et al* 2000 *J. Opt. Soc. Am.* **A17** 1221

[9] Moharam M，Grann E *et al* 1995 *J. Opt. Soc. Am.* **A12** 1068

[10] Tremain D and Mei K 1978 *J. Opt. Soc. Am.* **A68** 775

[11] Popov E and Mashev L 1986 *Optica. Acta* **33** 593

[12] Chandezon J，Dupuis M *et al* 1982 *J. Opt. Soc. Am.* **A72** 839

[13] Zheng H X and Ge D B 2000 *Acta. Phys. Sin.*，**49** 1702（in Chinese）[郑宏兴、葛德彪 2000 物理学报 **49** 1702]

[14] Zhou C H，Wang L and Wang Z H 2001 *Acta. Phys. Sin.* **50** 1046（in Chinese）[周传宏、王磊、王植恒 2001 物理学报 **50** 1046]

[15] Moharam M G，Pommet D A *et al* 1995 *J. Opt. Soc. Am.* **A12** 1077

The rigorous coupled – wave analysis of guided – mode resonance in dielectric gratings*

Zhou Chuan-Hong　Wang Lei　Nie Ya　Wang Zhi-Heng
(*Department of Physics*, *Sichuan University*, *Chengdu*, 610064, *China*)
(Received 19 November 2000 ; revised manuscript received 16 July 2001)

ABSTRACT

Guided-mode resonance in a dielectric grating results from a redistribution of energy in propagating waves when high-order spatial harmonics are coupled to the leaky wave-guide modes sustained by the grating. In this paper, we have analyzed the guided-wave modes in a wave guide with a rigorous coupled-wave approach. From the analyzed results, we have estimated properly the location of the guided-mode resonance in a weakly modulated dielectric grating. We also discussed the relations among the guided-mode resonance, grating layer thickness, substrate thickness, and the incident angle. By adopting a design for anti-refection, the symmetric guided-mode resonance with low side band was achieved.

Keywords : Guided-mode resonance, Coupled-wave.
PACC : 4110H

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 69888002).