

孤子和辐射场的非线性相互作用

卫 青[†] 王 奇 施解龙 陈园园

(上海大学物理系, 上海 200436)

(2001 年 5 月 25 日收到, 2001 年 7 月 19 日收到修改稿)

利用穿衣服的方法推导出了在纯辐射场情况下 Jost 函数对的显式, 由此得到了孤子与辐射场相互作用的解析表达式, 发现脉冲在传输过程中, 由于受到辐射场的作用, 其振幅的演化在传播方向上是按照幂指数的负的平方根的规律衰减, 并且将最终演化成一个类孤子的形式, 且阐明了因子 γ 对光脉冲输出的光谱特性将会产生重要影响; 并对辐射场的存在对类孤子演化的动力学行为作了分析.

关键词: 穿衣服方法, 类孤子, 孤子, 辐射场

PACC: 4265S, 4265, 0340K

1 引 言

自从逆散射方法成功的求解了非线性薛定谔方程以后, 孤子和辐射场的弹性相互作用已经成为可积模型中最具吸引力的研究课题. 通常在假设色散长度远小于衰减长度的前提下, 所讨论的辐射场不包括由外部趋动场所引起的衰减作用, 这时对辐射场有影响的仅是光纤中小信号的线性衰减和对线性衰减起补偿作用的放大过程^[1, 2], 这些因素对于孤子在光纤长距离传输中将造成一定的影响. 比如, 传输信号的失真, 能量的损失等等.

对孤子和辐射场相互作用的研究, 可以在纯非线性薛定谔方程的框架中进行. 现有文献已经从解析和数值上进行了广泛的探讨. Alonso 等人将一种求解 GLM 类型的积分方程的渐近的方法运用到处理孤子和辐射分量的相互作用上^[3], 得到描述相互作用的散射矩阵, 但是结果十分复杂, 不利于进一步的分析和讨论. 后来由 Segur 等人^[4]在此基础上发展起来的一种守恒律的方法, 在最终得到的渐近表达式中可以很好地看出辐射分量对孤子传播特性的影响, 但是这种方法不能确定孤子的总位相的起伏.

本文在 Kuznetsov 等人所做工作的基础上^[12], 利用穿衣服^[5, 6]的方法, 导出了在纯辐射场情况下 Jost 函数对的显式, 得到了孤子和辐射场相互作用的解

析表达式. 阐明了因子 γ 对光脉冲输出光谱特性的重要影响, 并且对类孤子的特性及其与辐射场相互作用的动力学过程进行了分析, 深化了文献 [2] 的理论描述. 理论分析表明: 受辐射场的作用孤子脉冲在传输过程中, 其振幅的演化呈现出振荡的特性, 并且最终演化成一个类孤子的形式; 在传播方向上脉冲的振荡是按照幂指数负平方根的规律衰减的; 并对辐射场的存在对类孤子演化的动力学行为作了分析.

2 孤子和辐射场相互作用的解析解

将逆散射方法应用到非线性薛定谔方程, 可以得到与非线性薛定谔方程相容的两个线性方程^[7, 8]

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = (\lambda \sigma_3 + \hat{E}) \phi, \quad (1)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial z} = (2\lambda^2 \sigma_3 + 2\lambda \hat{E} + \hat{Q}) \phi,$$

$$\text{其中 } \sigma_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \hat{E} = \begin{pmatrix} 0 & E^* \\ E & 0 \end{pmatrix},$$

$$\hat{Q} = \begin{pmatrix} -|E|^2 & -E_i^* \\ iE_i & |E|^2 \end{pmatrix}.$$

将方程组 (1) 中的 ϕ 写成 $\begin{pmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \end{pmatrix}$ 的两分量的形式, 然后将 σ_3, \hat{E} 的矩阵表达式代入方程组 (1) 的第一个方

[†]E-mail: wqwqwqwq@citiz.net

程中得到

$$\begin{aligned}\phi_{1t} &= i\lambda\phi_1 + iE^*\phi_2, \\ \phi_{2t} &= -i\lambda\phi_2 + iE\phi_1.\end{aligned}\quad (2)$$

我们假设当 $t \rightarrow \pm \infty$ 时, 脉冲 $E(z, t)$ 逐渐消失. 基于这个思想, 我们定义当 $t \rightarrow \pm \infty$ 时的两套基底, 由此得到方程组(2)的渐近解的形式(即 Jost 函数对)

$$\phi_1(t, \lambda) \rightarrow \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \exp(i\lambda t),$$

$$\phi_2(t, \lambda) \rightarrow \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \exp(-i\lambda t), \quad t \rightarrow \infty, \quad (3)$$

$$\varphi_1(t, \lambda) \rightarrow \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \exp(i\lambda t),$$

$$\varphi_2(t, \lambda) \rightarrow \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \exp(-i\lambda t), \quad t \rightarrow -\infty, \quad (4)$$

两组基底 $\varphi_+(\phi_1, \phi_2)$ 和 $\varphi_-(\varphi_1, \varphi_2)$ 是线性独立的, 这两者之间的关系可以通过散射矩阵 \hat{S} 来联系起来,

$$\varphi_-(t, \lambda) = \varphi_+(t, \lambda) \mathcal{S}(\lambda). \quad (5)$$

由于方程组(2)存在对合(involution)^[5], $\begin{pmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \end{pmatrix}$ 和 $\begin{pmatrix} \phi_2^* \\ -\phi_1^* \end{pmatrix}$ 都是方程组(2)的解, 根据散射矩阵 \hat{S} 的定义可以得到散射矩阵 \hat{S} 具有如下的形式:

$$\mathcal{S}(\lambda) = \begin{pmatrix} a^*(\lambda) & b(\lambda) \\ -b^*(\lambda) & a(\lambda) \end{pmatrix}, \quad (6)$$

其中 $b(\lambda)$ 是反射系数, $a(\lambda)$ 是传递系数. 非对角的反射系数代表了脉冲的非孤子部分(即辐射项), 如果等于 0 的话, 则散射矩阵 \hat{S} 简化为对角矩阵, 代表脉冲是一个基孤子或多孤子的形式.

下面就用穿衣服的方法对方程组(1)进行求解. 用数学的语言来描述是, 根据已知解的核方程构造广泛类的新解, 从而使解增值; 用物理的语言来描述是, 通过用已知辐射场的表达式 \hat{E}_{RAD} 求得的相应的本征函数 ϕ , 再乘以一个描述孤子作用项的有理矩阵元 χ , 最终可以得到孤子与辐射场相互作用的脉冲 E 的精确表达式.

我们假设当 z 趋向 $+\infty$ 时, 纯辐射的非线性薛定谔方程的渐近解将有纯线性的特性, 如果解的振幅衰减同 $z^{-1/2}$ 成正比, 一般来讲, 波的频率的非线性位移为振幅的平方, 从而同 z^{-1} 成正比, 这应导致与 $\ln z$ 成正比例的附加位相的存在^[5,9],

$$E_{\text{RAD}}(z, t) = \frac{1}{z^{-1/2}} \alpha(\xi) \exp\left(i \frac{t^2}{4z} + i\chi(\xi) \ln z\right), \quad (7)$$

其中 $\chi(\xi) = 2|\alpha(\xi)|^2$, $\xi = -\frac{t}{4z}$ 振幅 $|\alpha(\xi)|$ 可以通过传递系数 $\alpha(\lambda)$ 将其表示出来

$$|\alpha(\xi)|^2 = -\frac{1}{4\pi} \ln(|\alpha(\xi)|^2), \quad (8)$$

在式中, 仅仅指数项 $\chi(\xi)$ 是与非线性相关的部分, 其余各项描述的都是脉冲的线性色散的加宽.

将纯辐射场的解(7)代入方程组(1)的第一个方程, 并作变量代换

$$\varphi = \exp\left(\frac{-it^2\sigma_3}{8z}\right) \hat{f}, \quad (9)$$

得到

$$(\partial_\xi + 4iz\hat{A})\hat{f} = 0, \quad (10)$$

其中

$$\hat{A} = \begin{pmatrix} \lambda - \xi & \alpha^*(\xi)^{-1/2-i\chi(\xi)} \\ \alpha(\xi)z^{-1/2+i\chi(\xi)} & \xi - \lambda \end{pmatrix}. \quad (11)$$

利用么正变换将算符 $(\partial_\xi + 4iz\hat{A})$ 进行对角化处理. 通过计算我们得到算符 \hat{A} 经过对角化处理后的形式

$$\hat{A} = (\lambda - \xi)\sigma_3 + \frac{1}{2z} \frac{|\alpha(\xi)|^2}{(\lambda - \xi)} \sigma_3, \quad (12)$$

么正变换的厄米矩阵元是

$$T = \begin{pmatrix} 1 & \frac{-1}{2z^{1/2}(\lambda - \xi)} \alpha^*(\xi) z^{-i\chi(\xi)} \\ \frac{1}{2z^{1/2}(\lambda - \xi)} \alpha(\xi) z^{i\chi(\xi)} & 1 \end{pmatrix}, \quad (13)$$

我们很容易得到它的解:

$$\begin{aligned}f^{(0)}(t, \lambda) &= \exp(i\lambda t\sigma_3) \exp\left(\frac{it^2}{8z}\sigma_3\right) \\ &\cdot \exp\left(-2i\sigma_3 \int_{-\infty}^{\xi} \frac{|\alpha(\mu)|^2}{\lambda - \mu} d\mu\right). \quad (14)\end{aligned}$$

利用关系式 $\hat{f} = T f^{(0)}(t, \lambda)$ 及(9)式可得纯辐射解(7)的本征函数

$$\begin{aligned}\varphi(t, \lambda) &= \left(I - \frac{1}{2(\lambda - \xi)} \begin{pmatrix} 0 & E_{\text{RAD}}^*(z, t) \\ -E_{\text{RAD}}(z, t) & 0 \end{pmatrix} \right) \\ &\cdot \exp\left(i\lambda t\sigma_3 - 2i\sigma_3 \int_{-\infty}^{\xi} \frac{|\alpha(\mu)|^2}{\lambda - \mu} d\mu\right). \quad (15)\end{aligned}$$

由此利用 Jost 函数定义(3)(4)式, 求得对应的 Jost 函数对 $\varphi_+(\phi_1, \phi_2); \varphi_-(\varphi_1, \varphi_2)$ 的具体形式为

$$\phi_1(\varphi_1) = \begin{pmatrix} \exp\left(i\lambda t - 2i \int_{-\infty}^{\xi} \frac{|\alpha(\mu)|^2}{\lambda - \mu} d\mu\right) \\ \frac{E_{\text{RAD}}}{\mathcal{X}(\lambda - \xi)} \exp\left(i\lambda t - 2i \int_{\mp\infty}^{\xi} \frac{|\alpha(\mu)|^2}{\lambda - \mu} d\mu\right) \end{pmatrix}$$

当 $t \rightarrow \pm \infty$, (16)

$$\phi_2(\varphi_2) = \begin{pmatrix} -\frac{E_{\text{RAD}}}{\mathcal{X}(\lambda - \xi)} \exp\left(-i\lambda t + 2i \int_{-\infty}^{\xi} \frac{|\alpha(\mu)|^2}{\lambda - \mu} d\mu\right) \\ \exp\left(-i\lambda t + 2i \int_{\mp\infty}^{\xi} \frac{|\alpha(\mu)|^2}{\lambda - \mu} d\mu\right) \end{pmatrix}$$

当 $t \rightarrow \pm \infty$, (17)

Jost 函数对 (16) 和 (17) 式只是方程组 (1) 的第一个方程的解,并不满足第二个方程. 所以必须在满足第一个方程解的基础上构造同时满足第二个方程的 Jost 对函数. 很容易就能够得到满足上述要求的 Jost 对函数

$$\phi_{\pm} = \varphi_{\pm}(t, \lambda) \exp(2i\lambda^2 z_3). \quad (18)$$

通过仔细分析上面得出的 (18) 式的过程,不难看出当 $t > 0$ 时在 λ 的上半复平面内唯有 ϕ_+ (含有 $\exp(i\lambda t)$ 项) 及 φ_+ (含有 $\exp(-i\lambda t)$ 项) 构成闭合的圆域,因此在 λ 的上半复平面内是解析的. 同理当 $t < 0$ 时,在 λ 的下半平面是解析的. 于是引入函数 $\mathcal{A}(t, \lambda, t)$,

$$\phi = \begin{cases} (\phi_+, \varphi_+) \exp(-i\lambda t \sigma_3 - 2i\lambda^2 z_3) & \text{if } \text{Im}(\lambda) > 0, \\ (\phi_-, \varphi_-) \exp(-i\lambda t \sigma_3 - 2i\lambda^2 z_3) & \text{if } \text{Im}(\lambda) < 0. \end{cases} \quad (19)$$

通过类似于文献 [12] 的推导,得到单孤子和辐射场作用的解析解如下:

$$E(z, t) = E_{\text{RAD}} + 2i\eta \left[\exp(i\varphi) + \frac{E_{\text{RAD}}}{2} \left(\frac{\exp(-\theta)}{\lambda_0 - \xi} - \frac{\exp(\theta)}{\lambda_0^* - \xi} \right) \right] \cdot \left(\cosh\theta + \frac{\eta |E_{\text{RAD}}|}{|\lambda_0 - \xi|^2 \sin(\varphi_1 + \varphi_2 - \varphi)} \right)^{-1},$$

其中

$$\begin{aligned} \theta &= 2\eta t + 8\eta \zeta z + 2\gamma'' - 2\eta \Delta(\xi), \\ \varphi &= -2\zeta t + 4(\eta^2 - \zeta^2)z - 2\gamma', \\ \varphi_1 &= \arg(E_{\text{RAD}}), \end{aligned}$$

$$\Delta(\xi) = \int_{-\infty}^{\infty} \text{sign}(\mu - \xi) \frac{|\alpha(\mu)|^2}{|\lambda_0 - \mu|^2} d\mu,$$

$$\begin{aligned} \varphi_2(\xi) &= 2 \int_{-\infty}^{\infty} \text{sign}(\mu - \xi) \frac{(\zeta - \mu) |\alpha(\mu)|^2}{|\lambda_0 - \mu|^2} d\mu, \\ \xi &= -\frac{t}{4z}. \end{aligned} \quad (20)$$

最终结果仅与复常矢量 $|n_0\rangle$ 和复标量 λ_0 有关,其中 $\zeta, \eta, \gamma', \gamma''$ 均是常量. 取

$$\lambda_0 = \zeta + i\eta, \quad |n_0\rangle = \begin{pmatrix} \exp(i\gamma' - \gamma'') \\ \exp(-i\gamma' + \gamma'') \end{pmatrix}.$$

3 结果分析

使单一的纯孤子(由 sech 函数的形式给出)经过局域放大后,在原有的基础上获得了一个因子 γ , 就有

$$E(t, z=0) = \gamma E_0 \text{sech}(E_0 t). \quad (21)$$

在这里 γ 有一定的取值范围, E_0 表示脉冲的振幅. 这是一个典型的非线性薛定谔方程逆散射解的初值问题,其详细求解过程已有 Zakharov 和 Shabat 在 1974 年就已经给出^[8]. 同理可以求得散射矩阵 $\mathcal{S}(\lambda)$ 中的反射系数 $b(\lambda)$ 和传递系数 $a(\lambda)$, 并且考虑到反射系数 $b(\lambda)$ 和传递系数 $a(\lambda)$ 满足如下关系:

$$|a(\lambda)|^2 + |b(\lambda)|^2 = 1, \quad (22)$$

就可以求得传递系数

$$a(\lambda) = \frac{\lambda - i\left(\gamma - \frac{1}{2}\right)E_0}{\lambda + i\left(\gamma - \frac{1}{2}\right)E_0} \hat{a}(\lambda), \quad (23)$$

反射系数为

$$b(\lambda) = \frac{i \left[\Gamma\left(i\frac{\lambda}{E_0} + \frac{1}{2}\right) \right]^2}{\Gamma(\gamma)\Gamma(1-\gamma)} = \frac{i \sin\pi\gamma}{\cosh\left(\frac{\pi\lambda}{E_0}\right)}, \quad (24)$$

其中函数

$$\hat{a}(\lambda) = \frac{\Gamma^2\left(\frac{1}{2} - \frac{i\lambda}{E_0}\right)}{\Gamma\left(-\frac{i\lambda}{E_0} + \gamma - \frac{1}{2}\right)\Gamma\left(-\frac{i\lambda}{E_0} - \gamma + \frac{3}{2}\right)}. \quad (25)$$

在计算得到的散射矩阵中同时存在反射系数和传递系数,因此可以看出由 (20) 式给出的脉冲是由孤子和辐射场共同作用的结果.

从逆散射方法中,我们知道孤子点的位置是在复本征矢 λ 所在的半复平面上(这里我们约定的是上半复平面内)的有限个零点处. 通过这一特性,在

加上上面求出的散射矩阵 $S(\lambda)$, 就可以容易得到光脉冲的孤子本征值 λ_0 的表达式. 观察传递系数 $\alpha(\lambda)$ 的表达式, 因为函数 $\hat{\alpha}(\lambda)$ 在复本征矢 λ 所在的上半复平面内是解析的, 故孤子本征值 λ_0 就由 $\alpha(\lambda)$ 中函数 $\hat{\alpha}(\lambda)$ 前面的一部分唯一的确定下来.

因子 γ 的取值将直接影响光脉冲输出的光谱特性(连续谱, 分立谱, 或者还是这两者兼而有之). 在最一般的情况下, γ 可以取一切正实数. 在这里, 首先定义孤子的阶数 N , N 取的值是最邻近 γ 的正整数. 下面按照 γ 的不同取值, 分三种情况加以讨论.

1. 当 $\gamma = N =$ 正整数时, 表示的是 N 阶孤子的情形, 即 N 阶孤子在复本征矢 λ 所在的上半复平面上有 N 个零点, 即相应地有 N 个孤子的本征值 λ_0 , 它们分别是

$$\lambda_{0i} = i(\gamma - 1/2), i(\gamma - 3/2), \dots, i/2, \quad i = N.$$

将本征值 λ_{0i} ($i = 1, 2, 3, \dots, N$) 代入反射系数 $k(\lambda_{0i})$ 的(24)式中, 得 $k(\lambda_{0i}) = 0$, 这就意味着当 $\gamma = N$ 时, 代表辐射场作用的连续谱不存在, 只具有表示纯 N 阶孤子作用的分立谱的模式.

2. 当 $\gamma \leq 0.5$ 时, 对应的只是纯辐射场的形式. 因为从传递系数 $\alpha(\lambda)$ 的表达式(23)中能够看出, 当 γ 取小于 0.5 时, 孤子本征值 λ_0 的位置落到了复本征矢 λ 所在的下半复平面上, 与我们约定的孤子只可能存在于复本征矢 λ 所在的上半复平面上的假设相悖, 所以此种情况下不包含描述孤子作用的分立谱的形式.

3. 当 γ 取大于 0.5 的非整数时, 因为反射系数 $k(\lambda)$ 和传递系数 $\alpha(\lambda)$ 都不等于零. 故对应的是辐射场和孤子共同作用的情况. 孤子的本征值 λ_0 分别为 $\lambda_{0i} = i(\gamma - 1/2), i(\gamma - 3/2), \dots$ 本征值 λ_0 的个数等于最邻近 γ 的正整数. 在这里讨论的是单孤子和辐射场相互作用的情况, 故 γ 应取 0.5 到 1.5 之间(不包括 $\gamma = 1$ 的情形), 所以对应的孤子的本征值 λ_0 只有一个, 为 $\lambda_0 = (\gamma - 1/2)E_0$.

类孤子是指一种光脉冲具有纯孤子的某些最基本的特性, 但是在其不断演化的过程中, 受某些因素的影响(比如材料的不均匀性)致使光脉冲的形状偏离纯孤子的形式(类孤子的形式还是 Sech 函数).

将在前面得到的单孤子与辐射场相互作用的孤子本征值 λ_0 的表达式代入(20)式, 得到类孤子的渐近振幅为 $E_1 = (2\gamma - 1)E_0$. 当 $0.5 < \gamma < 1.0$ 时, 类孤子相对于纯孤子的振幅来说, 表现为衰减的特性;

反之, 当 $1.0 < \gamma < 1.5$ 时, 类孤子就表现为放大的特性.

下面我们就可以用已经得到的散射数据的信息去匹配单孤子解(20)式中所选取的参数 $\xi, \eta, \gamma', \gamma''$ 的值. 由上面得到的孤子本征值 $\lambda_0 = (\gamma - 1/2)E_0$, 容易看出

$$\xi = 0, \quad \eta = (\gamma - 1/2)E_0. \quad (26)$$

由于 E_{RAD} 和 $\alpha(\mu)$ 都是偶函数, 可以证明(20)式也是偶函数, 这样就能够唯一的确定(20)式中的另两个参量的结果, 为 $\gamma' = 0, \gamma'' = -\frac{\pi}{4}$.

在这里我们关心的只是类孤子最终状态的某些特性. 这个最终状态的数学表达式指的是(20)式中的第二项, 当 z 趋向于正无穷大时的情况. 上面已经求得类孤子的渐近振幅为 $E_1 = (2\gamma - 1)E_0$, 并描述了在因子 γ 的变化下类孤子呈现出放大或衰减的特性. 观察(21)式, 不难发现, 在类孤子演化的过程中, 它的振幅是随着其渐近的孤子振幅 $E_1 = (2\gamma - 1)E_0$ 为平衡位置, 沿着传播方向(z 轴)不断地振荡, 且振荡是按照 $z^{-1/2}$ 的幂指数的规律衰减的, 最后逐渐趋向于平衡位置. 从(20)式还可以计算出光脉冲总的振荡频率为

$$\omega = (2\gamma - 1)^2 E_0^2 - 2|\alpha(0)|^2 z^{-1}. \quad (27)$$

上式的第二项指的是辐射场的频率, 第一项指的是类孤子的渐近频率.

值得提一下的是(20)式中的积分 $\Delta(\xi)$ 表示的是类孤子的质心的位置, 当 $z \rightarrow +\infty$ 时, 积分值等于零, 看出光脉冲的渐近形式中包含了一部分由因子 γ 所调整的一类孤子的形式,

$$E_{\text{SL}} = (2\gamma - 1)E_0 \exp\{i[(2\gamma - 1)^2 E_0^2 z] \cdot \text{sech}[(2\gamma - 1)E_0 t]\}. \quad (28)$$

4 类孤子与辐射场相互作用的动力学描述

通常在没有辐射场作用的理想情况下, 为了保证孤子序列能够在光纤中不失真的传播, 要求孤子之间的相对距离要尽可能拉大, 这样在长距离传输后, 才能保证孤子之间相互重叠的部分会变得更小. 在理论上可以证明, 孤子之间的相互重叠的部分在其演化的过程中, 是按照指数的规律减小的^[11], 那么孤子之间的相互作用也随之呈指数型衰减.

但是辐射场的引入将会对孤子脉冲序列的演化

产生很大的影响. 通常在孤子演化开始的时候, 由于辐射场的作用相对较小, 孤子之间的相互重叠部分还近似呈指数型减小, 但是随着传播距离的增大, 辐射场的作用会变得愈发明显起来. 我们在前面曾经提到过, 在辐射场的作用下, 在光纤中传输的孤子会变为类孤子的形式. 这些类孤子的尾部在传输过程中会逐渐拉大, 最终一个类孤子的前沿必将赶上并超过前一个孤子的后沿部分, 这种类孤子之间的相互重叠将产生新的相互作用. 在长距离传输过程中, 相互重叠的部分是按照类似幂指数的规律变化的.

5 结 论

从穿衣服的方法出发, 给出了孤子和辐射场相互作用的解析表达式, 发现由于受辐射场的作用脉冲在传输过程中, 其振幅的演化在传播方向上是按照幂指数的负的平方根的规律衰减的, 并且最终演化成一个类孤子的形式, 且阐明了因子 γ 对光脉冲输出的光谱特性将会产生重要影响; 并对辐射场的存在对类孤子演化的动力学行为作了分析.

- [1] Mollenauer L F , Stolen R H and Islam M N 1985 *Opt . Lett .* **10** 229
 [2] Mollenauer L F , Lichtman E , Neibelt M J and Harvey G T 1993 *Electron . Lett .* **29** 910
 [3] Alonso L M 1985 *Phys . Rev .* **D32** 1459
 [4] Segur H 1976 *J . Math . Phys .* **17** 714
 [5] Zakharov V E , Manakov S V , Novikov S P and Pitaevsky L P 1980 *Theory of Solitons* [in Russian] (Nauka , Moscow)
 [6] Zakharov V E and Mikhailov A V 1978 *Zh . Eksp . Teor . Fiz .* **74** 1953

- [7] Zakharov V E and Shabat A B 1971 *Zh . Eksp . Teor . Fiz .* **61** 118
 [8] Zakharov V E and Shabat A B 1974 *Sov . Phys . JETP* **38** 693
 [9] Manakov S V 1973 *Zh . Eksp . Teor . Fiz .* **65** 1392
 [10] Satsuma J and Yajima N 1974 *Prog . Theor . Phys . Suppl .* No. 5 284
 [11] Gordon J P 1983 *Opt . Lett .* **8** 596
 [12] Kuznetsov E A , Mikhailov A V and Shimokhin I A 1995 *Phys .* **D87** 201

Nonlinear interaction between solitons and radiation

Wei Qing Wang Qi Shi Jie-Long Chen Yuan-Yuan

(Department of Physics , Shanghai University , Shanghai 200436 , China)

(Received 25 May 2001 ; revised manuscript received 19 July 2001)

ABSTRACT

In this paper , the explicit formula of Jost function pairs in the case of pure radiation is derived by using the dressing method and , the analysis of the interaction between solitons and radiation is made . It is found that in the course of transmission , the optical pulse , whose amplitude decays according to the law of the negative square root of power index along the propagating direction , ultimately evolves into the form of soliton-like wave in the absence of radiation . It is revealed that the factor γ plays an important role in the spectrum properties for the output of the optical pulse . The dynamical behaviour of the evolution of soliton-like waves during the interaction of solitons and radiation is also analyzed .

Keywords : dressing method , soliton-like wave , soliton , radiation

PACC : 4265S , 4265 , 0340K