

连续时间稳定线性系统的混沌反控制研究*

关新平¹⁾²⁾ 范正平²⁾ 张群亮²⁾ 王益群²⁾

¹⁾ 中国矿业大学信息与电气工程学院, 徐州 221008)

²⁾ 燕山大学电气工程学院, 秦皇岛 066004)

(2001 年 3 月 13 日收到, 2002 年 3 月 31 日收到修改稿)

从混沌反控制定义的本质出发, 利用传统的控制方法, 研究了连续时间稳定线性系统的混沌反控制问题. 通过巧妙地引入跟踪控制, 成功地实现了连续时间稳定线性系统的混沌化. 该方法无需计算系统的 Lyapunov 指数, 大大降低了混沌反控制的计算量, 从而在实际中也更易于应用.

关键词: 线性系统, 混沌, 反控制

PACC: 0545

1. 引 言

近来, 关于混沌系统的控制与反控制问题已引起人们的广泛关注. 所谓混沌控制, 指的是把混沌系统的轨迹控制到某一周期轨道或平衡点. 目前, 人们已提出了各种混沌控制的方法^[1-9], 如反馈控制、自适应控制、神经网络控制等. 显然, 由于混沌会给系统带来不确定性使得系统不稳定, 因而关于混沌系统的控制对实际的系统来说是十分必要的. 但从另一个角度看, 混沌在某些领域又十分有用, 有着广阔的应用前景, 如在保密通信, 信号处理等领域. 由此激发了人们对一个新领域研究的兴趣, 即混沌系统的反控制研究. 所谓混沌系统的反控制是指使一个非混沌系统混沌化或增强一个现有的混沌系统的混沌行为^[10], 文献[11]通过简单的反馈控制实现了 Devaney 意义下的混沌; 文献[12]在此基础上, 证明了对任意维数的线性和非线性自治系统通过反馈控制不仅可以实现 Devaney 意义下的混沌, 而且可以实现 Li 和 Yorke 意义下的混沌; 文献[13]对前人的工作进行了总结, 并指出可以通过任意小的反馈控制完成一个稳定非线性自治系统的混沌化; 文献[14]进一步证明对一个稳定的线性系统通过微小的反馈控制也可实现混沌系统的反控制. 然而文献[11-14]的方法都是在混沌系统的基本定义基础上进行的, 通常需要计算系统的 Lyapunov 指数. 但对一个实际的系统来说, Lyapunov 指数的计算十分困

难, 而且系统总会不可避免地受到外界的扰动, 同时系统的结构参数也可能是未知的, 从而系统 Lyapunov 指数的计算更加复杂甚至是不可能的, 这导致文献[11-14]的方法在实际应用中受到极大的限制. 另外, 文献[11-14]考虑的均是离散时间系统的混沌反控制, 而连续时间系统的混沌反控制尚未考虑.

实际上, 从混沌系统反控制的定义来看, 其本质是使一个非混沌系统出现混沌或者增强一个已有的混沌系统的混沌行为. 则对于一个系统, 无论它是离散的还是连续的, 如果我们对系统施加一定的控制行为, 使其出现混沌或者增强其混沌行为, 那么我们可以认为已经实现了该系统的混沌反控制. 本文正是基于此思想, 对连续时间稳定线性系统的混沌反控制问题进行了研究, 通过跟踪控制的方法, 使系统跟踪一个已知混沌系统的动态行为, 从而实现了该系统的混沌化. 该方法无需计算系统的 Lyapunov 指数, 从而大大降低了混沌系统反控制的工作量, 在实际中也更易于应用.

2. 问题描述

考虑如下的连续时间稳定线性系统:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2, \\ \dot{x}_2 = x_3, \\ \vdots \\ \dot{x}_n = a_1 x_1 + a_2 x_2 + \dots + a_n x_n + a_0 + u, \end{cases} \quad (1)$$

* 国家自然科学基金(批准号 69872031)和河北省自然科学基金(批准号 601225)资助的课题.

其中 $x = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T$ 为系统的状态变量, $a = [a_0, a_1, a_2, \dots, a_n]^T$ 为系统参数, 且使得系统稳定, u 为控制项.

本文的目的是通过设计控制项 u 使得系统的动态轨迹跟踪另一给定的混沌系统轨迹, 从而实现该系统的混沌反控制. 为考虑问题方便, 不失一般性, 只考虑二阶和三阶的连续时间稳定线性系统. 对二阶连续时间稳定线性系统, 系统的结构为

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2, \\ \dot{x}_2 = a_1 x_1 + a_2 x_2 + a_0 + u. \end{cases} \quad (2)$$

对系统(2), 我们将设计控制器 u , 使其跟踪一给定的混沌系统, 如 Duffing 方程. Duffing 振子的状态可描述为

$$\begin{cases} \dot{y}_1 = y_2, \\ \dot{y}_2 = -b_1 y_2 - b_2 y_1 - b_3 y_1^3 + q \cos \omega t. \end{cases} \quad (3)$$

同样地, 我们可以考虑三阶连续时间稳定线性系统的混沌反控制问题. 系统的结构为

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2, \\ \dot{x}_2 = x_3, \\ \dot{x}_3 = a_1 x_1 + a_2 x_2 + a_3 x_3 + a_0 + u. \end{cases} \quad (4)$$

对系统(4), 我们设计控制器 u , 使其跟踪给定的混沌系统, 如 Arneodo 系统^[15]. Arneodo 系统的状态方程可写为

$$\begin{cases} \dot{y}_1 = y_2, \\ \dot{y}_2 = y_3, \\ \dot{y}_3 = -b_0 y_1 - b_1 y_2 - b_2 y_3 + b_3 y_1^3. \end{cases} \quad (5)$$

下面, 我们将分别设计二阶和三阶连续时间稳定线性系统的控制器 u , 使系统跟踪给定的混沌轨迹, 从而实现连续时间线性稳定系统的混沌反控制.

3. 控制器设计

对二阶连续时间线性稳定系统(2)及 Duffing 方程(3), 我们定义误差 $e = x - y$ 则

$$\begin{cases} \dot{e}_1 = e_2, \\ \dot{e}_2 = a_1 x_1 + a_2 x_2 + a_0 + b_1 y_2 + b_2 y_1 + b_3 y_1^3 - q \cos \omega t + u. \end{cases} \quad (6)$$

定义

$$f(x, t) = a_1 x_1 + a_2 x_2 + a_0 + b_1 y_2 + b_2 y_1 + b_3 y_1^3 - q \cos \omega t.$$

由文献[16]若控制器

$$u = -f(x, t) - k_1 e_1 - k_2 e_2, \quad (7)$$

其中, 参数 $k_1, k_2 > 0$. 则误差系统可写为

$$\begin{cases} \dot{e}_1 = e_2, \\ \dot{e}_2 = -k_1 e_1 - k_2 e_2. \end{cases} \quad (8)$$

因 $k_1, k_2 > 0$, 故有

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = 0. \quad (9)$$

同样地, 我们考虑三阶连续时间线性系统(4)及 Arneodo 系统(5), 定义误差 $e = x - y$ 则

$$\begin{cases} \dot{e}_1 = e_2, \\ \dot{e}_2 = e_3, \\ \dot{e}_3 = a_1 x_1 + a_2 x_2 + a_3 x_3 + a_0 + b_0 y_1 + b_1 y_2 + b_2 y_3 - b_3 y_1^3 + u. \end{cases} \quad (10)$$

定义

$$g(x, t) = a_1 x_1 + a_2 x_2 + a_3 x_3 + a_0 + b_0 y_1 + b_1 y_2 + b_2 y_3 - b_3 y_1^3,$$

则若控制器

$$u = -g(y, t) - k_1 e_1 - k_2 e_2 - k_3 e_3, \quad (11)$$

其中, k_1, k_2, k_3 为控制参数. 此时误差系统可写为

$$\begin{cases} \dot{e}_1 = e_2, \\ \dot{e}_2 = e_3, \\ \dot{e}_3 = -k_1 e_1 - k_2 e_2 - k_3 e_3. \end{cases} \quad (12)$$

定义矩阵

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -k_1 & -k_2 & -k_3 \end{bmatrix}.$$

如果 k_1, k_2, k_3 的值使得矩阵 A 的特征值都具有负实部, 则由线性系统的稳定性理论知系统(11)渐进稳定, 即

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = 0. \quad (13)$$

4. 仿真结果

对二阶连续时间线性稳定系统, 取系统结构参数 $a_1 = -1, a_2 = -3, a_0 = 0$, Duffing 方程的参数取 $b_1 = 0.4, b_2 = -1.1, b_3 = 1, q = 2.1, \omega = 1.8$. 采用本文所给的控制律, 并取控制参数 $k_1 = 2, k_2 = 4$, 则误差系统状态如图 1(a)(b)所示, 控制后的二阶线性系统的状态如图 2(a)(b)所示. 由图知, 通过施加控制项 u 后, 线性系统处于混沌状态.

同样地, 对三阶连续时间稳定线性系统, 我们取系统结构参数为 $a_1 = -2, a_2 = -2, a_3 = -4, a_0 =$

0 Arneodo 系统的结构参数取为 $b_0 = -5.5, b_1 = 3.5, b_2 = 1, b_3 = -1$. 对系统(4), 采用跟踪控制, 并取控制参数 $k_1 = 2, k_2 = 1, k_3 = 7$, 则矩阵 A 的特征值都具有负实部, 误差系统状态如图 3(a)(b)(c) 所示, 控制后的三阶线性系统的状态如图 4(a), (b)(c) 所示. 由图知, 通过施加控制项 u 后, 线性系统很好地跟踪了 Arneodo 系统的动态行为, 从而处于混沌状态.

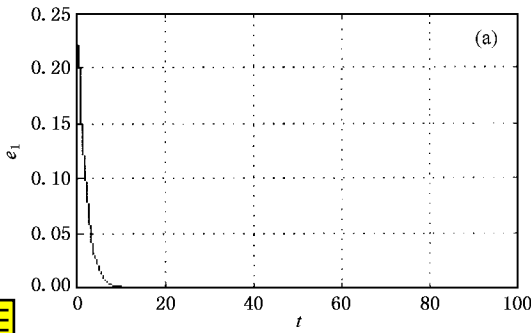


图 1(a) 跟踪误差 e_1 随时间变化图

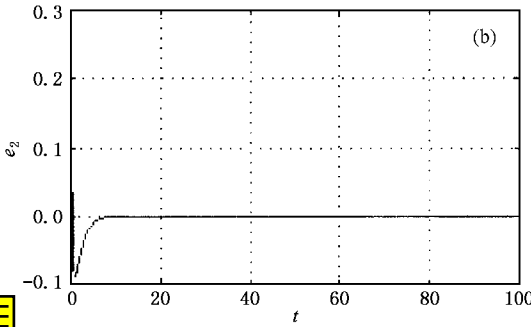


图 1(b) 跟踪误差 e_2 随时间变化图

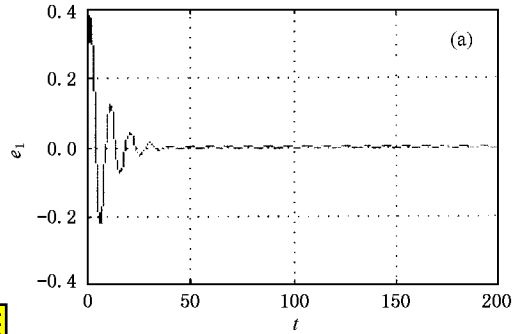


图 3(a) 跟踪误差 e_1 随时间变化图

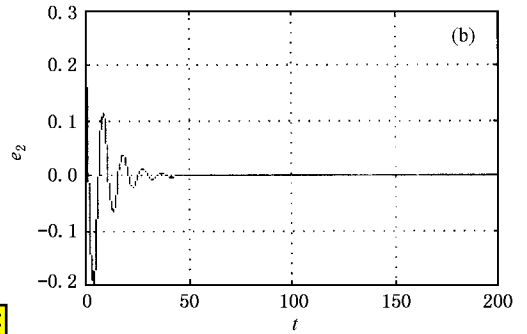


图 3(b) 跟踪误差 e_2 随时间变化图

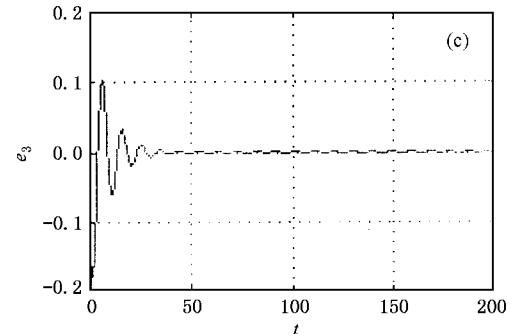


图 3(c) 跟踪误差 e_3 随时间变化图

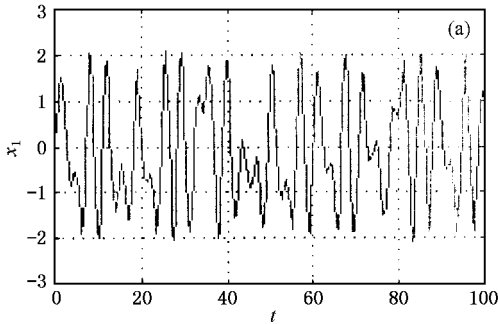


图 4(a) 状态 x_1 随时间的变化图

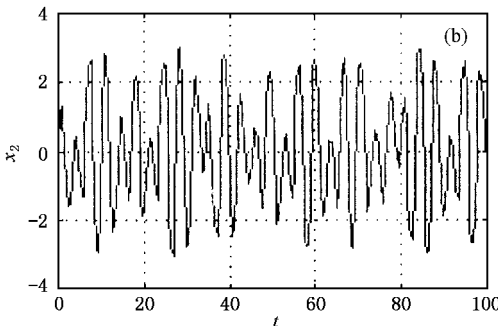
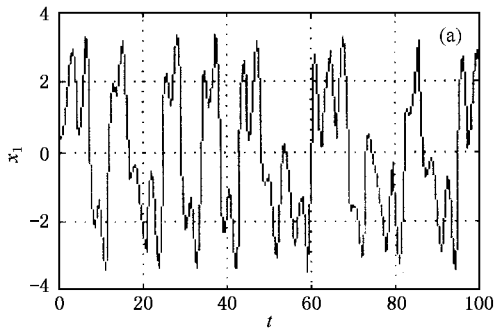
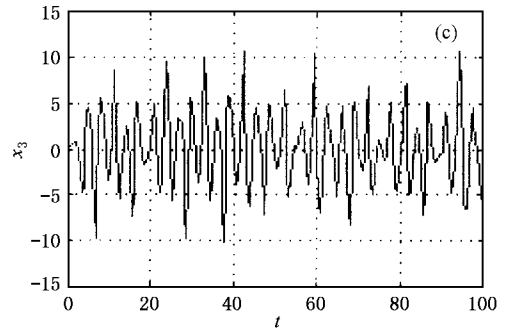
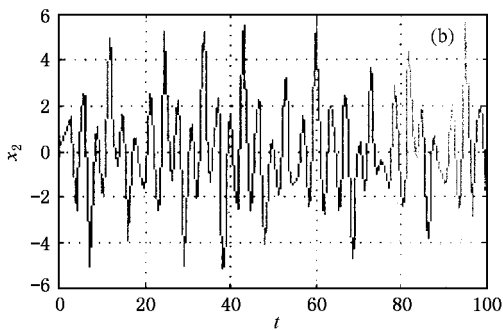


图 4(b) 状态 x_2 随时间的变化图

图 4(a) 状态 x_1 随时间的变化图图 4(c) 状态 x_3 随时间的变化图图 4(b) 状态 x_2 随时间的变化图

5. 结 论

基于传统的控制方法,本文对连续时间稳定线性系统的混沌反控制问题进行了研究.通过巧妙地引入跟踪控制,成功地实现了连续时间系统的混沌反控制,即使得非混沌系统混沌化.与其他方法相比,该方法无需计算系统的 Lyapunov 指数,大大减少了混沌反控制研究的计算工作量,从而在实际工程中更易于应用.

- [1] Gao J F , Luo X J and Ma X K *et al* 1999 *Acta Phys. Sin.* **48** 1618 (in Chinese) [高峰, 罗先觉, 马西奎等 1999 物理学报 **48** 1618]
- [2] Tang G N , Luo X S and Kong L J 2000 *Acta Phys. Sin.* **49** 30 (in Chinese) [唐国宁, 罗晓曙, 孔令江 2000 物理学报 **49** 30]
- [3] Xue Y J , Yin X H and Feng R P 2000 *Acta Phys. Sin.* **49** 641 (in Chinese) [薛月菊, 尹逊和, 冯汝鹏 2000 物理学报 **49** 641]
- [4] Li W , Chen G Z and Liu Z H 1999 *Acta Phys. Sin.* **48** 581 (in Chinese) [李 伟, 陈光旨, 刘宗华 1999 物理学报 **48** 581]
- [5] Wang Z Y , Cai Y L , Jia D and Liu W J 2000 *Control and Decision* **15** 55 (in Chinese) [王忠勇, 蔡远利, 贾 冬, 刘文江 2000 控制与决策 **15** 55]
- [6] Liu F , Mu Z L , Cai Y L and Qiu Z L 2000 *Control and Decision* **15** 15 (in Chinese) [刘 峰, 穆肇骊, 蔡远利, 邱祖廉 2000 控制与决策 **15** 15]
- [7] Yang L B and Yang T 2000 *Acta Phys. Sin.* **49** 1039 (in Chinese)

[杨林保, 杨 涛 2000 物理学报 **49** 1039]

- [8] Guan X P , Fan Z P , Peng P H and Wang Y Q 2001 *Acta Phys. Sin.* **50** 1670 (in Chinese) [关新平, 范正平, 彭海朋, 王益群 2001 物理学报 **50** 1670]
- [9] Guan X P , Fan Z P , Peng P H and Wang Y Q 2001 *Acta Phys. Sin.* **50** 2113 (in Chinese) [关新平, 范正平, 彭海朋, 王益群 2001 物理学报 **50** 2113]
- [10] Chen G R 1981 *IEEE Trans. Circuits Syst. Soc. Newsletter , Match* 1998 , 1
- [11] Chen G R and Lai D 1998 *Int. J. Bifur. Chaos.* **8** 1585
- [12] Wang X F and Chen G R 1999 *Int. J. Bifur. Chaos.* **9** 1435
- [13] Wang X F and Chen G R 2000 *Int. J. Bifur. Chaos.* **10** 549
- [14] Wang X F and Chen G R 2000 *IEEE Trans. Circuits Syst.* **47** 1539
- [15] Wu C W and Chua L O 1996 *Int. J. Bif. Chaos.* **6** 801
- [16] Nijmeijer H and Berghuis H 1995 *IEEE Trans. Circuits Syst.* **42** 473

The study on chaotic anti-control of a continuous-time stable linear system^{*}

Guan Xin-Ping¹⁾²⁾ Fan Zheng-Ping²⁾ Zhang Qun-Liang²⁾ Wang Yi-Qun²⁾

¹⁾*College of Information and Electrical Engineering, China University of Mining and Technology, Xuzhou 221008, China*

²⁾*Institute of Electrical Engineering, Yanshan University, Qinhuangdao 066004, China*

(Received 13 March 2001 ; revised manuscript received 31 March 2002)

Abstract

According to the nature of anti-control of a chaos system, the problem about chaotic anti-control of a continuous-time stable linear system is considered via traditional control method. By introducing subtly tracking control, the chaotifying of continuous-time stable linear system is successfully realized. The proposed method need not estimate the Lyapunov exponent of the chaotic system, and can dramatically reduce the computation. This makes the method simpler in practical applications.

Keywords : linear system, chaos, anti-control

PACC : 0545

^{*} Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 69872031) and Natural Science Foundation of Hebei Province (Grant No. 601225).