

一层非球形粒子散射的标量辐射 传输迭代解的求逆*

梁子长 金亚秋†

(复旦大学波散射和遥感中心,信息科学与工程学院,上海 200433)

(2001 年 11 月 23 日收到 2002 年 3 月 10 日收到修改稿)

给出了一层有下垫反射面的非球形粒子散射的标量辐射传输方程一、二阶迭代解,推导了相函数各阶 Legendre 展开系数与随机小椭球粒子相函数的对应关系,提出了一层随机小椭球粒子介电常数和单位面积粒子数的迭代反演方法.通过两次各方位角上双站散射测量,反演随机小椭球粒子的介电常数和单位面积粒子数.本方法比现有文献的一些反演方法易于实现,可应用于颗粒性复合材料介电与结构特性以及地表背景参数的反演研究.

关键词:辐射传输方程,迭代解,反演,相函数,介电常数

PACC: 4210Q, 0340K, 0380, 0270

1. 引 言

辐射传输的逆问题是在已知辐射强度分布的条件下,反演观测对象的特征性参数,如粒子大小、介电常数和层厚等.辐射传输的逆问题求解在大气辐射与遥感、热物理、中子输运等广泛的领域中均是十分重要的问题.除大气辐射传输中曾讨论过的统计矩阵、Backus-Gilbert 方法、物理反演法等研究之外^[1] 辐射传输逆问题的解析求解也有过一些研究^[2-5] 如通过介质层上下界面各方向上的辐射通量反演辐射传输方程中散射相函数的展开系数或反演源函数等^[1-7].但是,散射相函数展开系数并不直接是散射介质直观的物理特性,对于介质层上下界面各方向上辐射通量的测量在许多情形下也往往是不实际的^[6].

本文给出了一层散射粒子标量辐射传输方程的一、二阶迭代解,推导了相函数各阶 Legendre 展开系数与小椭球粒子相函数之间的对应关系,建立了用一、二阶迭代解反演相函数展开系数的矩阵方程.由此,通过两次各方位上双站散射强度的测量(一、二阶解的模拟结果),由迭代法反演有下垫反射面的随

机小椭球粒子的介电常数和单位面积粒子数.这一反演方法比文献 [2—7] 的一些方法更易于实现,可应用于颗粒性复合材料介电与结构特性以及复杂地表背景参数的反演研究.

2. 标量辐射传输方程的一、二阶迭代解

如图 1 所示,一层散射介质的标量辐射传输方程为

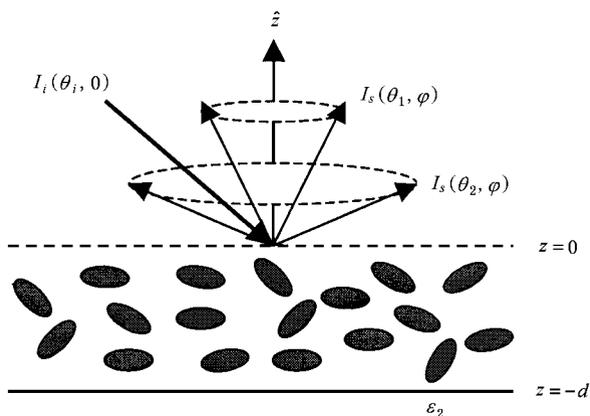


图 1 问题的几何结构

* 国家重点基础研究发展规划(批准号 2001CB309401)和国家自然科学基金(批准号 49831060, 60171009)资助的课题.

† 通信人.

$$\begin{aligned} \cos\theta \frac{dK(\theta, \varphi, iz)}{\kappa_e dz} = & -K(\theta, \varphi, iz) + \int_0^\pi d\theta' \sin\theta' \\ & \times \int_0^{2\pi} d\varphi' P(\theta, \varphi; \theta', \varphi') \\ & \times K(\theta', \varphi', iz), \end{aligned} \quad (1)$$

其中 κ_e 为消光系数, P 为相函数. 边界条件可写为

$$K(\pi - \theta, \varphi, 0) = \alpha(\cos\theta - \cos\theta_i)\alpha(\varphi),$$

$$K(\theta, \varphi, -d) = R_{12}(\theta)K(\pi - \theta, \varphi, -d), \quad (2)$$

其中 $R_{12}(\theta)$ 是下垫界面反射率.

由(1)式方程的积分形式解^[1]迭代求解(1)(2)式, 可得上界面 $z = 0$ 处观测到的一、二阶散射强度^[1]:

$$\begin{aligned} I^1(\theta, \varphi, z = 0) = & P(\theta, \varphi; \pi - \theta_i, \varphi_i) \frac{\sec\theta}{\sec\theta + \sec\theta_i} \{1 - \exp[-\kappa_e d(\sec\theta + \sec\theta_i)]\} \\ & + P(\theta, \varphi; \theta_i, \varphi_i) \frac{\sec\theta}{\sec\theta - \sec\theta_i} [\exp(-\kappa_e d \sec\theta_i) - \exp(-\kappa_e d \sec\theta)] R_{12}(\theta_i) \exp(-\kappa_e d \sec\theta_i) \\ & + P(\pi - \theta, \varphi; \pi - \theta_i, \varphi_i) \frac{\sec\theta}{\sec\theta - \sec\theta_i} [\exp(-\kappa_e d \sec\theta_i) - \exp(-\kappa_e d \sec\theta)] R_{12}(\theta) \\ & \times \exp(-\kappa_e d \sec\theta) + P(\pi - \theta, \varphi; \theta_i, \varphi_i) \frac{\sec\theta}{\sec\theta + \sec\theta_i} \{1 - \exp[-\kappa_e d(\sec\theta + \sec\theta_i)]\} \\ & \times R_{12}(\theta) R_{12}(\theta_i) \exp[-\kappa_e d(\sec\theta + \sec\theta_i)], \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} I^2(\theta, \varphi, z = 0) = & \sec\theta \int_0^{\pi/2} d\theta' \sin\theta' \int_0^{2\pi} d\varphi' \{1 + R_{12}(\theta_i) R_{12}(\theta) \exp[-\kappa_e d(\sec\theta_i + \sec\theta)]\} \\ & \times [P(\theta, \varphi; \theta', \varphi') A_1(\theta', \varphi') + P(\theta, \varphi; \pi - \theta', \varphi') A_2(\theta', \varphi')] \\ & + \sec\theta \int_0^{\pi/2} d\theta' \sin\theta' \int_0^{2\pi} d\varphi' [R_{12}(\theta_i) \exp(-\kappa_e d \sec\theta_i) + R_{12}(\theta) \exp(-\kappa_e d \sec\theta)] \\ & \times [P(\pi - \theta, \varphi; \theta', \varphi') A_3(\theta', \varphi') + P(\pi - \theta, \varphi; \pi - \theta', \varphi') A_4(\theta', \varphi')] \\ & + \exp(-\kappa_e d \sec\theta_i) \int_0^{\pi/2} d\theta' \sin\theta' \int_0^{2\pi} d\varphi' \sec\theta' R_{12}(\theta) [P(\pi - \theta', \varphi'; \pi - \theta_i, \varphi_i) D_1(\theta', \theta_i) \\ & + R_{12}(\theta_i) P(\pi - \theta', \varphi'; \theta_i, \varphi_i) D_2(\theta', \varphi_i)] [P(\theta, \varphi; \theta', \varphi') D_1(\theta, \theta') \exp(-\kappa_e d \sec\theta') \\ & + P(\pi - \theta, \varphi; \theta', \varphi') D_2(\theta, \theta') R_{12}(\theta) \exp(-\kappa_e d \sec\theta)], \end{aligned} \quad (4)$$

其中

$$A_1(\theta', \varphi') = P(\theta', \varphi'; \pi - \theta_i, \varphi_i) \frac{\sec\theta'}{\sec\theta' + \sec\theta_i} \{D_2(\theta, \theta_i) - D_1(\theta, \theta') \exp[-\kappa_e d(\sec\theta' + \sec\theta_i)]\},$$

$$A_2(\theta', \varphi') = P(\pi - \theta', \varphi'; \pi - \theta_i, \varphi_i) \frac{\sec\theta'}{\sec\theta' - \sec\theta_i} [D_2(\theta, \theta_i) - D_2(\theta, \theta')],$$

$$A_3(\theta', \varphi') = P(\theta', \varphi'; \pi - \theta_i, \varphi_i) \frac{\sec\theta'}{\sec\theta' + \sec\theta_i} [D_1(\theta, \theta_i) - D_2(\theta, \theta')] \exp(-\kappa_e d \sec\theta_i),$$

$$\begin{aligned} A_4(\theta', \varphi') = & P(\pi - \theta', \varphi'; \pi - \theta_i, \varphi_i) \frac{\sec\theta'}{\sec\theta' - \sec\theta_i} [D_1(\theta, \theta_i) \exp(-\kappa_e d \sec\theta_i) \\ & - D_1(\theta, \theta') \exp(-\kappa_e d \sec\theta')], \end{aligned}$$

$$D_1(\theta, \theta_i) = \frac{1}{\sec\theta - \sec\theta_i} \{1 - \exp[-\kappa_e d(\sec\theta - \sec\theta_i)]\},$$

$$D_2(\theta, \theta_i) = \frac{1}{\sec\theta + \sec\theta_i} \{1 - \exp[-\kappa_e d(\sec\theta + \sec\theta_i)]\}.$$

这里的一、二阶迭代解描述的是电磁波与粒子的一次和两次散射, 以及与平坦界面镜面反射的相互作用.

3. 相函数展开系数的迭代反演

将(3)和(4)式中的相函数展开成 Legendre 多

项式^[11]

$$P(\theta, \varphi; \theta', \varphi') = \frac{1}{4\pi} \sum_{m=0}^M \sum_{l=m}^M \omega_l b_{lm} P_l^m(\cos\theta) P_l^m(\cos\theta') \times \cos m(\varphi - \varphi'), \quad (5)$$

其中 $b_{ml} = (2 - \delta_{m0}) (l - m)! (l + m)! / (l!)^2$, P_l^m 为连带 Legendre 函数, 表示散射各向异性的相函数各阶展开系数 ω_l 可以是常数, 也可能是入射角 θ_i 和散射角 θ 的函数, M 大小按需要展开阶数而定。

由 (3)–(5) 式可知, 要计算散射介质层上界面处的一、二阶散射强度, 只需已知各阶 ω_l 及介质层光学厚度 $\tau = \kappa_e d$. 反过来说, 若已知测量值 $I^1(\theta, \varphi, z=0)$ 和 $I^2(\theta, \varphi, z=0)$, 则由 (3)–(4) 式可能确定未知量 ω_l 与 τ .

对一阶散射强度 $I^1(\theta, \varphi, z=0)$ 进行 Fourier 展开

$$I_m^1(\theta, z=0) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} I^1(\theta, \varphi, \rho) \cos m\varphi d\varphi = \sum_{l=m}^M A_{ml} W_l(\tau, \theta), \quad (6)$$

其中

$$A_{ml}(\theta) = \frac{1}{8\pi} \frac{(l-m)!}{(l+m)!} P_l^m(\cos\theta) P_l^m(\cos\theta_i).$$

这里 $l = m, \dots, M$, 即 A_{ml} 是上三角矩阵。

$$W_l(\tau, \theta) = \omega_l(\theta) \{ -1 \}^{-m} \frac{2\sec\theta}{\sec\theta + \sec\theta_i} \times \{ 1 - \exp[-\kappa_e d(\sec\theta + \sec\theta_i)] \} + \frac{2\sec\theta}{\sec\theta - \sec\theta_i} [\exp(-\kappa_e d\sec\theta_i) - \exp(-\kappa_e d\sec\theta)] R_{ix}(\theta_i) \exp(-\kappa_e d\sec\theta_i) + \frac{2\sec\theta}{\sec\theta - \sec\theta_i} [\exp(-\kappa_e d\sec\theta_i) - \exp(-\kappa_e d\sec\theta)] R_{ix}(\theta) \exp(-\kappa_e d\sec\theta) + (-1)^{-m} \frac{2\sec\theta}{\sec\theta + \sec\theta_i} \times \{ 1 - \exp[-\kappa_e d(\sec\theta + \sec\theta_i)] \} R_{ix}(\theta_i) R_{ix}(\theta) \times \exp[-\kappa_e d(\sec\theta_i + \sec\theta)] \quad (7)$$

这里 $m = 0, 1, \dots, M$, $l = m, \dots, M$.

在未知光学厚度 τ 的情况下, 仅可从 $I_M^1(\theta, z=0)$ 和 $A_{MM}(\theta)$ 求解一个临时展开系数 $W_M(\tau, \theta)$. 而若有两个不同散射角的 $I_M^1(\theta_1, z=0)$, $I_M^1(\theta_2, z=0)$ 则可求出 $W_M(\tau, \theta_1)$ 和 $W_M(\tau, \theta_2)$. 这样, 由 $W_M(\tau, \theta_1)$, $W_M(\tau, \theta_2)$ 以及 (7) 式, 通过数值方法而可求出光学厚度 τ . 再将求出的 τ 值代入 (6)–(7) 式

求解出 $\omega_l(\theta)$.

上述各阶 ω_l 及 τ 的求解是对一阶散射强度而言, 而实际测量的散射强度包括了二阶及以上高阶的散射强度. 作为近似, 用一、二阶散射强度之和来作为实际测量的数据, 即

$$I_s(\theta, \varphi, z=0) \approx I^1(\theta, \varphi, z=0) + I^2(\theta, \varphi, z=0). \quad (8)$$

这样可归纳 W_l 或 ω_l 的反演步骤为

1) 用 (8) 式观测到的总散射强度 $I_s(\theta, \varphi, z=0)$ 代替 (6) 式的 $I^1(\theta, \varphi, z=0)$, 求解 $\omega_l^{(1)}$ 和 $\tau^{(1)}$, 这里上标 (1) 为第一次迭代反演解。

2) 将求得的 $\omega_l^{(1)}$ 和 $\tau^{(1)}$ 代入 (4) 式, 求出近似的二阶散射强度 $I^2(\theta, \varphi, z=0)$. 再与 (8) 式的总散射强度 $I_s(\theta, \varphi, z=0)$ 相减, 分离出一阶散射强度 $I^1(\theta, \varphi, z=0)$, 然后重新按 (6)–(7) 式反演 τ, ω_l 步骤, 得到新一次的反演系数 $\omega_l^{(2)}$ 和 $\tau^{(2)}$.

3) 重复 2) 的迭代过程, 直到 $\omega_l^{(n)}$ 和 $\tau^{(n)}$ 收敛为止。

4. 随机小椭球粒子介电常数与粒子数的反演

本文将利用上一节方法反演随机非球形粒子介电常数 ϵ 与单位面积上粒子数 $n_0 d$. 若小椭球粒子的空间取向 Euler 角在水平方位 $\gamma \in (0^\circ, 360^\circ)$ 范围内均匀分布, 则其消光系数在标量的情况下为^[11]

$$\kappa_e(\theta) = \frac{3\pi n_0}{k^2} \text{Im} \left[2T_1 + (T_0 - T_1) \times \left(\frac{1}{2} \sin^2\beta + \sin^2\theta \cos^2\beta + \frac{1}{2} \cos^2\theta \sin^2\beta \right) \right], \quad (9)$$

其中角括号表示关于 Euler 角 β 的分布平均值

$P(\beta) = \frac{1}{\cos\beta_2 - \cos\beta_1} \int_{\beta_1}^{\beta_2} P(\beta) \sin\beta d\beta$, 小椭球粒子的散射振幅函数^[18]由下列函数表示:

$$T_0 = t_0(1 + it_0),$$

$$T_1 = t_1(1 + it_1),$$

$$t_0 = \frac{2}{9} k^3 \alpha^2 c \frac{\epsilon - 1}{1 + (\epsilon - 1)g_c},$$

$$t_1 = \frac{2}{9} k^3 \alpha^2 c \frac{\epsilon - 1}{1 + (\epsilon - 1)g_a},$$

其中 a 和 c 为小椭球的两半轴长, g_a 和 g_c 为椭球两

轴之比 c/a 的函数, ϵ 为其相对介电常数, n_0 为单位体积粒子数, k 为入射波数. 相函数可推导为^[11]

$$\begin{aligned}
 & P(\theta, \varphi; \theta_i, \varphi_i) \\
 = & \left(\frac{1}{6} L_1 + \frac{1}{24} L_2 \sin^4 \beta \right. \\
 & + \frac{1}{6} L_3 \sin^2 \beta \left[3 \cos^2 \Theta - 1 \right] \\
 & + \left[L_2 \left(\sin^2 \beta \cos^2 \beta - \frac{\sin^2 \beta}{4} \right) \right. \\
 & + \left. L_3 \left(\cos^2 \beta - \frac{\sin^2 \beta}{2} \right) \right] \\
 & \times \sin \theta \sin \theta_i \cos \theta \cos \theta_i \cos(\varphi - \varphi_i) \\
 & + \left[\frac{2}{3} L_1 + \frac{L_2}{2} \left(\sin^2 \beta \cos^2 \beta + \frac{7 \sin^4 \beta}{12} \right) \right. \\
 & + \frac{2}{3} L_3 \sin^2 \beta \left. \right] + \frac{L_2}{2} \left(\frac{\sin^4 \beta}{4} \right. \\
 & - \left. \sin^2 \beta \cos^2 \beta \right) \cos^2 \theta \cos^2 \theta_i \\
 & + \left[\frac{L_2}{2} \left(\cos^4 \beta - \frac{3}{8} \sin^4 \beta \right) \right. \\
 & + \left. L_3 \left(\cos^2 \beta - \frac{\sin^2 \beta}{2} \right) \right] \\
 & \times \sin^2 \theta \sin^2 \theta_i, \quad (10)
 \end{aligned}$$

其中 Θ 为入射角 (θ_i, φ_i) 与散射角 (θ, φ) 方向之间的夹角,

$$\begin{aligned}
 L_1 &= C_1 |T_1|^2, L_2 = C_1 |T_0 - T_1|^2, \\
 L_3 &= C_1 \operatorname{Re} [T_1(T_0^* - T_0^*)], \\
 C_1 &= 9n_0 / (4k^2). \quad (11)
 \end{aligned}$$

将上述相函数展开成 Legendre 多项式的形式, 可推导出得到随机小椭球的相函数展开系数有对应关系为

$$\begin{aligned}
 \omega_0(\theta, \theta_i) &= \frac{2L_1}{3\kappa_e} + \frac{L_3}{\kappa_e} \left[\frac{2}{3} \sin^2 \beta + (\cos^2 \beta \right. \\
 & - \frac{1}{2} \sin^2 \beta \left[\sin^2 \theta_i \sin^2 \theta \right. \\
 & - \left. \cos^2 \theta_i \cos^2 \theta \right] + \frac{L_2}{2\kappa_e} \left[\sin^2 \theta_i \right. \\
 & \times \sin^2 \theta \left(\cos^4 \beta - \frac{3}{8} \sin^4 \beta \right) \\
 & + \left. \cos^2 \theta_i \cos^2 \theta \left(\frac{3}{4} \sin^4 \beta \right. \right. \\
 & - \left. \left. \frac{5}{2} \cos^2 \beta \sin^2 \beta \right) \right] + \left(\sin^2 \beta \right. \\
 & - \left. \frac{5}{12} \sin^4 \beta \right) \left. \right], \quad (12)
 \end{aligned}$$

$$\omega_1(\theta, \theta_i) = - \left[\frac{L_2}{\kappa_e} \left(\sin^2 \beta \cos^2 \beta - \frac{1}{4} \sin^2 \beta \right) \right.$$

$$\begin{aligned}
 & + \frac{L_3}{\kappa_e} \left(\cos^2 \beta - \frac{\sin^2 \beta}{2} \right) \left. \right] \\
 & \times \cos \theta_i \cos \theta, \quad (13)
 \end{aligned}$$

$$\omega_2 = \frac{L_1}{3\kappa_e} + \frac{L_3}{3\kappa_e} \sin^2 \beta + \frac{L_2}{12\kappa_e} \sin^4 \beta. \quad (14)$$

当 $\beta \in (0^\circ, 180^\circ)$ 均匀分布时有 $\cos^2 \beta = 1/3$, $\sin^2 \beta = 2/3$, $\cos^4 \beta = 1/5$, $\sin^4 \beta = 8/15$, $\sin^2 \beta \cos^2 \beta = 2/15$. 此时(12)–(14)式可进一步化简, 同时消光系数 κ_e 也简化为常数.

由此, 用上一节的方法反演出随机小椭球粒子的 $\omega_0, \omega_1, \omega_2$ (此时 M 为 2) 和光学厚度 τ . 再求解(12)–(14)式组成的方程组, 可得 L_2/κ_e 和 $L_1/\kappa_e + 2L_3/3\kappa_e$ 的值.

反过来说, 当已知 L_2/κ_e 和 $L_1/\kappa_e + 2L_3/3\kappa_e$ 时, 可求出 ω_0, ω_1 和 ω_2 , 从而计算出散射介质层上界面处的二阶散射强度, 再继续迭代过程求解 L_2/κ_e 和 $L_1/\kappa_e + 2L_3/3\kappa_e$, 直到两者收敛为止.

在已知小椭球粒子尺寸的情况下, 可由下面两式分别计算小椭球粒子介电常数 ϵ 及单位面积粒子数 $n_0 d$:

$$\begin{cases} \frac{|T_1|^2 + 2\operatorname{Re} [T_1(T_0^* - T_1^*)]}{|T_0 - T_1|^2} \\ = \frac{L_1/\kappa_e + 2L_3/3\kappa_e}{L_2/\kappa_e}, \quad (15) \\ \frac{|T_0 - T_1|^2}{\ln(2T_1 + T_0)} = \frac{8\pi L_2}{9\kappa_e}, \end{cases}$$

$$n_0 d = \frac{4k^2}{9 |T_1|^2} \frac{L_1}{\kappa_e} \tau, \quad (16)$$

其中 L_2/κ_e 和 $L_1/\kappa_e + 2L_3/3\kappa_e$ 为迭代反演收敛值.

5. 数值结果与讨论

频率为 2GHz 的平面电磁波入射到一层厚为 $d = 250\text{cm}$, 有下垫反射面的散射粒子介质上(下垫面介电常数到 $\epsilon_2 = 6.0 + 0.5i$). 利用(3)(4)式计算介质层的一、二阶散射迭代解 $I^{(1)}(\theta, \varphi, z=0)$ 和 $I^{(2)}(\theta, \varphi, z=0)$ 将这两者之和近似为散射强度的测量值 $I_s(\theta, \varphi, z=0)$ 然后根据上述方法反演小椭球粒子的介电常数 $\epsilon^{(n)}$ 及散射介质层的单位面积粒子数 $n_0 d^{(n)}$, 上标 n 为迭代次数.

如图 2, 小椭球粒子的 $\epsilon = 40.0 + 7.5i$ 粒子大小 $a = b = 2.5\text{cm}$, $c = 0.05\text{cm}$, $n_0 = 0.002\text{cm}^{-3}$. 其中图

标圆点(●)代表 $\theta_i = 60^\circ$ 入射角, 方块点(■)代表 $\theta_i = 30^\circ$ 入射角, 相应两散射角 θ_1, θ_2 选为入射角 $\theta_i \pm 2^\circ$,

方位角 φ 取 $(0^\circ, 360^\circ)$ 中 1° 间隔, 这样, 共有 $2 \times 360 = 720$ 次测量值.

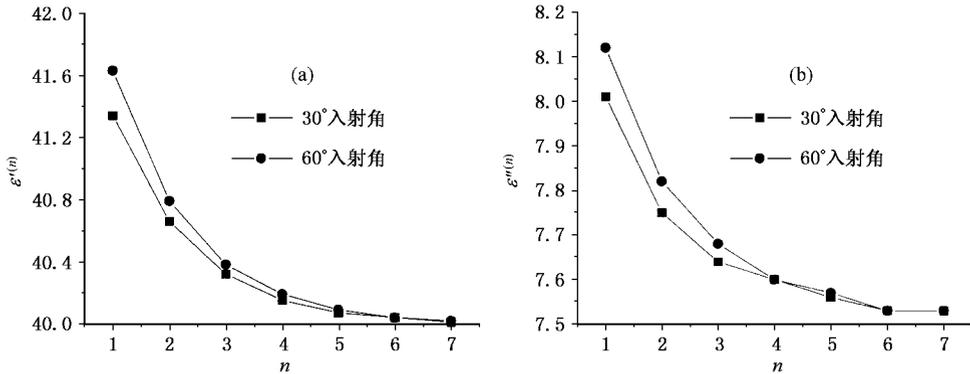


图2 小椭球粒子相对介电常数的反演 (a)介电常数实部;(b)介电常数虚部

可以看出在迭代6次以后,介电常数反演值已收敛至正演值.另外还可看出选取小的入射角时反演值更接近正演值,但这不是说入射角越小越好,因为入射角等于 0° 时散射强度关于 φ 的傅里叶系数只有零阶不等于0,无法完成反演.

表1 长椭球粒子的正反演参数对比

正演数据		第7次迭代反演数据	
ϵ	$n_0 d$	$\epsilon^{(7)}$	$n_0 d^{(7)}$
12.5 + 7.5i	5.0	12.49 + 7.51i	4.973
15.5 + 7.5i	5.0	15.49 + 7.51i	4.974
18.5 + 7.5i	5.0	18.49 + 7.52i	4.973
21.5 + 7.5i	5.0	21.50 + 7.52i	4.971
24.5 + 7.5i	5.0	24.50 + 7.52i	4.972
27.5 + 7.5i	5.0	27.51 + 7.53i	4.972

表1列出了不同介电常数的长椭球粒子的正、反演参数的对比, $\epsilon^{(7)}$ 和 $n_0 d^{(7)}$ 为第7次迭代反演值, $a = b = 0.1\text{cm}$, $c = 2.5\text{cm}$, $n_0 = 0.02\text{cm}^{-3}$;入射角取为 $\theta_i = 30^\circ$.

表2列出了不同介电常数的扁椭球粒子的正、反演参数的对比, $\epsilon^{(9)}$ 和 $n_0 d^{(9)}$ 为第9次迭代反演值, $a = b = 2.5\text{cm}$, $c = 0.05\text{cm}$, $n_0 = 0.002\text{cm}^{-3}$,入射角取为 $\theta_i = 30^\circ$.

从表1和2可知,不同相对介电常数情况下的反演值都收敛至正演值.同时比较两表可知,表1的反演结果比表2的误差小,而且收敛也较快.这是因为表2相应的扁椭球粒子单次散射反照率比较大, $\omega_0 \approx 0.5$,总的散射强度中二阶散射强度所占的比重比较大,所以收敛也比较慢,而且相对介电常数的反

演误差也相对较大.相对地,表1对应的长椭球粒子的单次散射反射率比较小, $\omega_0 \approx 0.01$,所以反演的误差比较小.

表2 扁椭球粒子的正反演参数对比

正演数据		第9次迭代反演数据	
ϵ	$n_0 d$	$\epsilon^{(9)}$	$n_0 d^{(9)}$
12.5 + 7.5i	0.5	12.54 + 7.61i	0.469
15.5 + 7.5i	0.5	15.61 + 7.67i	0.469
18.5 + 7.5i	0.5	18.70 + 7.72i	0.469
21.5 + 7.5i	0.5	21.83 + 7.79i	0.468
24.5 + 7.5i	0.5	25.00 + 7.88i	0.468
27.5 + 7.5i	0.5	28.21 + 7.95i	0.467

6. 结 论

本文通过标量辐射传输方程的一、二阶解,以及相函数展开系数用两次不同的遍布各方位上的双站散射测量的迭代反演,提出了一层随机小椭球粒子介电常数和单位面积粒子数的反演方法.本方法反演的结果能很好收敛至给定的正演值,而且要求测量的数据少,可方便地选取测量不同的入射角 θ_i 和两散射角 θ_1, θ_2 处的散射强度.本文用一、二阶散射迭代解之和来模拟测量值,使反演过程可解析处理.自然,它与实际测量数据会有一定的偏差,但相差的只是三阶以上的散射解,一般情况下是可以忽略的.

本方法减少了以往在辐射传输求逆时对数据测量的一些特别的要求,比现有文献[2—7]的一些方法易于实现数据测量,可应用于颗粒性复合材料介电与结构特性以及复杂地表背景参数的反演研究.

结合与时间相关^[9]的辐射传输方程的高阶解,能发展有关逆问题的类似求解方法.也有可能在此 x 射线

波段探测原子层信息^[10]时,进一步计及多次散射的影响以及逆问题求解.

- [1] Jin Y Q 1984 *Theory of Vector Radiation Transport and Parametric Inversion* (Henan Science and Technology Press) 金亚秋 1994 矢量辐射传输理论和参数反演(河南科技出版社)
- [2] McCormick N J R 1984 *Transport Theory Statist Phys.* **13** 15
- [3] McCormick N J 1992 *Nucl. Sci. Engng A* **112** 185
- [4] Ligon D A , Chen T W and Gillespie J B 1996 *Appl. Opt.* **35** 4297
- [5] Quirantes A and Delgado 1998 *JQSRT* **60** 463
- [6] Fukshansky-Kazarinova N , Fukshansky L , Kuhl M and Jorgensen B 1998 *JQSRT* **59** 77
- [7] Liu L , Tan H and Yu Q 2000 *JQSRT* **64** 395
- [8] Han Y P and Wu Z S 2000 *Acta Phys. Sin.* **49** 57 (in Chinese) 韩一平、吴振森 2000 物理学报 **49** 57]
- [9] Chang M and Jin Y Q 2002 *Acta Phys. Sin.* **51** 74 (in Chinese) [常 梅、金亚秋 2002 物理学报 **51** 74]
- [10] Xu Ming and Yang Tao 2000 *Chin. Phys.* **9** 833

Inversion of scattering from a layer of non-spherical particles using iterative solutions of the scalar radiative transfer equation^{*}

Liang Zi-Chang Jin Ya-Qiu

(Center for Wave Scattering and Remote Sensing , and School of Information Science and Engineering , Fudan University , Shanghai 200433 , China)

(Received 23 November 2001 ; revised manuscript received 10 March 2002)

Abstract

The first- and second- order iterative solutions of the scalar radiative transfer equation for a layer of random non-spherical particles are derived. An iterative inverse method of the Legendre coefficients of the phase function with the relationship of small spheroids is developed. Using two measurements of azimuthal distribution of bistatic scattering , the dielectric constant of a layer of random small spheroids and the number of particles per unit area are iteratively inverted. This approach is more feasible than some available methods , and is applicable to retrievals of dielectric and nonfigurative parameters of particulate materials and terrain surfaces.

Keywords : radiative transfer equation , iterative solution , inversion , phase function , dielectric constant

PACC : 4210Q , 0340K , 0380 , 0270

* Project supported by the State Key Development Program for Basic Research of China (Grant No. 2001CB309401) , and by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 49831060 , 60171009).