第 51 卷 第 10 期 2002 年 10 月
1000-3290/2002/51(10)/2256-05

物 理 学 报
ACTA PHYSICA SINICA

Vol.51,No.10,October,2002

同调谐振子参数与基态能量的关系

龙姝明

(陕西理工学院物理系,汉中 723000)

(2002 年 2 月 4 日收到;2002 年 3 月 25 日收到修改稿)

采用升降算符方法研究了同调谐振子(包括一维谐振子)定态薛定谔方程的严格解,详细讨论了谐振子参量不同取值范围形成不同基态能量的关系.对于有关文献的一些欠完善的提法给予了分析和澄清.

关键词:同调谐振子,升算符,降算符,基态能量
PACC:4250

1. 同调谐振子能量本征值方程

谐振子模型在量子光学理论中有广泛的应用[1—7],本文对谐振子参数 g 与基态能级的关系及谐振子能级公式作深入讨论.

设质量为 m 的粒子在一维势场

$$V(x) = m\omega^2 x^2/2 + g\hbar^2/(2mx^2) \tag{1a}$$

中运动(其中 $g \geqslant -1/4$ 且为常数,$-\infty < x < +\infty$),若取能量单位为 $\hbar\omega$,长度单位为 $(\hbar/m\omega)^{1/2}$,则

$$V(x) = x^2/2 + g/(2x^2), \tag{1b}$$

相应定态薛定谔方程为(注意:$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x} = D$)

$$(1/2)(-D^2 + x^2 + g/x^2)\psi(x) = E\psi(x), \tag{2}$$

其中 $-\infty < x < +\infty$.势能 $V(x)$ 的极小值为

$$V_{\min} = \begin{cases} \sqrt{g} & g \geqslant 0, \\ -\infty & 0 > g \geqslant -1/4. \end{cases} \tag{3}$$

基态能量 E_0 应该满足[8]

$$E_0 > V_{\min}. \tag{4}$$

文献[9—11]也从不同角度给出同调谐振子定态薛定谔方程(2).

文献[12]给出了三维各向同性谐振子在球坐标系中分离变量后,波函数'径向因子 $rR(r)$'满足的方程(径向坐标记为 x、波函数'径向因子 $rR(r)$'记为 $\psi(x)$),

$$(1/2)(-D^2 + x^2 + l(l+1)/x^2)\psi(x) = E\psi(x), \tag{5}$$

(式中,$+\infty > x \geqslant 0$,能量单位选为 $\hbar\omega$,长度单位选为 $(\hbar/m\omega)^{1/2}$,$l = 0,1,\cdots$ 为角量子数),比较发现,(5)式与(2)式有以下联系

$$g = l(l+1), \; l = 0,1,\cdots. \tag{6}$$

对于三维各向同性谐振子,若外加'径向离心势垒'项 $\beta/(2x^2)$,(5)式成为

$$(1/2)(-D^2 + x^2 + (l(l+1) + \beta)/x^2)\psi(x) = E\psi(x), \tag{7}$$

式中,$+\infty > x \geqslant 0$.比较(2),(7)式发现

$$g = l(l+1) + \beta. \tag{8}$$

考虑以上情况,(2)式中的 g 可取大于 $-1/4$ 的任意实常数,以便使方程(2)既代表无'离心势垒'项的一维谐振子,又代表有'径向离心势垒'项的三维谐振子.

如果记哈密顿算符为

$$H = (1/2)(-D^2 + x^2 + g/x^2), \tag{9}$$

那么,(2),(5),(7)式可写成

$$H\psi(x) = E\psi(x). \tag{10}$$

方程(2)既可用赝角动量方法求解(见文献[10])又可以采用升降算符求解(见文献[11]).

2. 谐振子本征方程的升降算符解法

为方便,记方程(2)中的参数 g 为

$$g = \alpha(\alpha - 1), (g \geqslant -1/4), \tag{11}$$

解得

$$\alpha = 1/2 \pm (g + 1/4)^{1/2}, \tag{12}$$

于是,谐振子哈密顿算符(9)式成为

$$H = H(\alpha) = (1/2)(-D^2 + x^2 + \alpha(\alpha - 1)/x^2), \tag{13}$$

其中 α 所依赖的 g 是大于等于 $-1/4$ 的实常量,也可能是由(6),(8)式决定的实常数,而且 H 的厄米性要求 α 为实数.

升降算符法解定态薛定谔方程的基本思想(见文献[11])是

1)定义一对升降算符($D=\dfrac{d}{dx}$)

$$A(\alpha)=-D+T(\alpha),\ A^{\dagger}(\alpha)=D+T(\alpha) \tag{14}$$

和一对正定厄米算符 $H^{+}(\alpha)$,$H^{-}(\alpha)$,

$$H^{+}(\alpha)=A^{\dagger}A,\ H^{-}(\alpha)=AA^{\dagger}, \tag{15}$$

只要

$$H^{+}(\alpha)=A^{\dagger}A=2H(\alpha)+B(\alpha) \tag{16a}$$

和

$$H^{-}(\alpha)=AA^{\dagger}=2H(\alpha+1)+C(\alpha+1) \tag{16b}$$

成立,而且 $B(\alpha)$和 $C(\alpha+1)$是仅依赖于 α 的常数.

2)解一阶微分方程

$$A(\alpha)\psi_{\rm key}(x,\alpha)=0,$$

$$(\psi_{\rm key}(x,\alpha)\ \text{单值连续可归一}), \tag{17}$$

并对升降算符"代数运算"来简化定态薛定谔方程本征值问题的求解.

考虑到(14),(16),(17)式,对于谐振子只能取

$$T(\alpha)=\alpha/x-x, \tag{18}$$

由(14)—(18)式各式计算得

$$B(\alpha)=-2\alpha-1,C(\alpha+1)=1-2\alpha, \tag{19}$$

$$\psi_{\rm key}(x,\alpha)=N_0(\alpha)x^{\alpha}\exp(-x^2/2), \tag{20}$$

其中 $N_0(\alpha)$是归一化常数.如果 $\alpha>-1/2$,并且是三维或一维半空间问题,计算得

$$N_0(\alpha)=(2/\Gamma(\alpha+1/2))^{1/2}, \tag{21a}$$

如果 $\alpha>-1/2$,并且是一维全空间问题,计算得

$$N_0(\alpha)=2^{1/2}/[(1+(-1)^{2\alpha})\Gamma(\alpha+1/2)]^{1/2}. \tag{21b}$$

考虑到(10)—(18)式,设 $H(\alpha)$,$H^{+}(\alpha)$,$H^{-}(\alpha)$的本征值分别为 $E_n(\alpha)$,$\varepsilon_n^{+}(\alpha)$,$\varepsilon_n^{-}(\alpha)$,那么本征方程为

$$H(\alpha)\psi_n(x,\alpha)=E_n(\alpha)\psi_n(x,\alpha), \tag{22a}$$

$$H^{+}(\alpha)\psi_n^{+}(x,\alpha)=\varepsilon_n^{+}(\alpha)\psi_n^{+}(x,\alpha), \tag{22b}$$

$$H^{-}(\alpha)\psi_n^{-}(x,\alpha)=\varepsilon_n^{-}(\alpha)\psi_n^{-}(x,\alpha). \tag{22c}$$

由于算符乘积 $A^{\dagger}A$,$AA^{\dagger}$(即 $H^{+}(\alpha)$,$H^{-}(\alpha)$)都是正定厄米算符,其本征值必定大于等于 0.又因为是束缚态,能级是分立可数的,按大小依序对本征值编号,则有

$$\cdots E_n(\alpha)>\cdots>E_2(\alpha)>E_1(\alpha)>E_0(\alpha)>V_{\min}, \tag{23a}$$

$$\cdots\varepsilon_n^{+}(\alpha)>\cdots>\varepsilon_2^{+}(\alpha)>\varepsilon_1^{+}(\alpha)>\varepsilon_0^{+}(\alpha)\geqslant 0, \tag{23b}$$

$$\cdots\varepsilon_n^{-}(\alpha)>\cdots>\varepsilon_2^{-}(\alpha)>\varepsilon_1^{-}(\alpha)>\varepsilon_0^{-}(\alpha)\geqslant 0. \tag{23c}$$

为方便,设能量本征值

$$E_n(\alpha)=\varepsilon_n(\alpha)/2. \tag{24}$$

由(15)—(24)式可得

$$\psi_n^{+}(x,\alpha)=\psi_n(x,\alpha),$$

$$\varepsilon_n^{+}(\alpha)=\varepsilon_n(\alpha)+B(\alpha), \tag{25}$$

$$\psi_n^{-}(x,\alpha)=\psi_n(x,\alpha+1),$$

$$\varepsilon_n^{-}(\alpha)=\varepsilon_n(\alpha+1)+C(\alpha+1). \tag{26}$$

考虑到(17),(15)和(22)式,由

$$0=A^{+}A\psi_{\rm key}(x)=H^{+}(\alpha)\psi_0^{+}(x,\alpha)$$

$$=\varepsilon_0^{+}(\alpha)\psi_0^{+}(x,\alpha)$$

得到

$$\psi_0(x,\alpha)=\psi_0^{+}(x,\alpha)=\psi_{\rm key}(x,\alpha),$$

$$\varepsilon_0^{+}(\alpha)=0. \tag{27}$$

由(19),(25),(26),(27)式可得

$$\varepsilon_0(\alpha)=-B(\alpha)=2\alpha+1, \tag{28}$$

$$\varepsilon_0^{-}(\alpha)=\varepsilon_0(\alpha+1)+C(\alpha+1)=4>0. \tag{29}$$

注意(15),(16),(22),(27),(29)各式,考察

$$H^{+}(\alpha)(A^{\dagger}\psi_m^{-}(x,\alpha))=A^{\dagger}AA^{\dagger}\psi_m^{-}(x,\alpha)$$

$$=A^{\dagger}H^{-}(\alpha)\psi_m^{-}(x,\alpha)$$

$$=\varepsilon_m^{-}(\alpha)(A^{\dagger}\psi_m^{-}(x,\alpha))$$

与(22b)比较发现,

1)$\psi_n^{+}(x,\alpha)$和 $A^{\dagger}\psi_m^{-}(x,\alpha)$都是 $H^{+}(\alpha)$的本征函数;

2)$\psi_n^{+}(x,\alpha)$和 $A^{\dagger}\psi_m^{-}(x,\alpha)$分别对应本征值 $\varepsilon_n^{+}(\alpha)$和 $\varepsilon_m^{-}(\alpha)$;

3)$\varepsilon_0^{+}(\alpha)=0$,$\varepsilon_1^{+}(\alpha)>0$,$\varepsilon_0^{-}(\alpha)>0$;

4)能级与波函数一一对应(α 为常数时无简并).

因而必有

$$\varepsilon_1^{+}(\alpha)=\varepsilon_0^{-}(\alpha),\psi_1^{+}(x,\alpha)=a_1A^{\dagger}\psi_0^{-}(x,\alpha),\cdots$$

即

$$\varepsilon_n^{+}(\alpha)=\varepsilon_{n-1}^{-}(\alpha)\qquad n=1,2,\cdots \tag{30}$$

$$\psi_n^{+}(x,\alpha)=a_nA^{\dagger}(\alpha)\psi_{n-1}^{-}(x,\alpha). \tag{31a}$$

注意到(25),(26)式和波函数的归一性便有

$$\psi_n(x,\alpha)=a_nA^{\dagger}(\alpha)\psi_{n-1}(x,\alpha+1),$$

$$n=1,2,\cdots \tag{31b}$$

$$a_n(\alpha)=(\varepsilon_{n-1}^{-}(\alpha))^{-1/2}=(\varepsilon_n^{+}(\alpha))^{-1/2}. \tag{31c}$$

联立(19),(25),(26),(28),(30)各式得

$$\varepsilon_n(\alpha)=\varepsilon_{n-1}(\alpha+1)+C(\alpha+1)-B(\alpha)$$

$$=\varepsilon_{n-2}(\alpha+2)+C(\alpha+2)-B(\alpha+1)$$

$$+C(\alpha+1)-B(\alpha)$$

$$=\varepsilon_0(\alpha+n)+C(\alpha+n)+C(\alpha+n-1)$$

$$+\cdots+C(\alpha+1)-[B(\alpha+n-1)+B(\alpha+n-2)+\cdots+B(\alpha)],$$

$$\varepsilon_n(\alpha)=4n+2\alpha+1, \tag{32a}$$

$$\varepsilon_n^-(\alpha)=\varepsilon_n(\alpha+1)+C(\alpha+1)=4n+4, \tag{32b}$$

$$\varepsilon_n^+(\alpha)=\varepsilon_n(\alpha)+B(\alpha)=4n, \tag{32c}$$

$$a_n(\alpha)=(4n)^{-1/2}. \tag{33}$$

到此,我们得到谐振子定态薛定谔方程的解

$$\psi_0(x,\alpha)=N_0(\alpha)x^\alpha\exp(-x^2/2), \tag{34a}$$

$$\psi_n(x,\alpha)=(4n)^{-1/2}A^\dagger(\alpha)\psi_{n-1}(x,\alpha+1), \tag{34b}$$

$$E_n(\alpha)=\varepsilon_n(\alpha)/2=2n+\alpha+1/2,\quad n=1,2,\cdots \tag{34c}$$

特别注意(12)式,α 有两种可能值.为保证 $\psi_0(x,\alpha)$ 的有限性,由(34a)式和(21)式导出过程可知,必须要求 $\alpha>-1/2$,即

$$\alpha+1/2>0. \tag{35}$$

考虑到 α 必须为实数,这相当于要求

$$\alpha=\alpha^-=1/2-(g+1/4)^{1/2},\ -1/4\leqslant g<3/4, \tag{36a}$$

$$\alpha=\alpha^+=1/2+(g+1/4)^{1/2},\ -1/4\leqslant g<\infty, \tag{36b}$$

现在的问题是,对于超过 3/4 的 g 值,还有没有比(36b)式决定的 α 更低的 α 值?对于大的 g 值,基态能级计算公式 $E_0=\alpha+1/2$ 中的 α 仍由(36)式决定吗?

3. 基态能级与谐振子参数 g 的关系

3.1. 决定基态能级的因素

首先,E_0 和 $\psi_0(x,\alpha)$ 是定态薛定谔方程的解,而且 $\psi_0(x,\alpha)$ 可归一化,E_0 是实数.

其次,要大于'实际'势能函数的极小值(参见文献[8]),即(4)式要满足.

第三,基态是能量最低的态.

当 g 超过 3/4 后由(36a)决定的 α 值不满足(35)式以致(34a)不可归一化.这时我们考察

$$\alpha=2m+1/2-(g+1/4)^{1/2},\text{或 } 1/2+(g+1/4)^{1/2}, \tag{37}$$

$$E_n=E_0+2n\quad(n=0,1,2,\cdots), \tag{38}$$

$$E_0=\alpha+1/2=\min(2m+1-\sqrt{g+1/4},1+\sqrt{g+1/4}), \tag{39}$$

其中 m 是使(4)式成立的最小正整数,min 表示取最小值.从(39)式中找出基态能级.

3.2. 一维谐振子能级公式

对于一维谐振子($-\infty<x<+\infty$),势能函数由(1b)式给出,势能函数极小值由(3)式给出.

1)当 $0>g>-1/4$ 时,$V_{\min}=-\infty$.要求 $E_0>V_{\min}$,基态能量为

$$E_0=1-(g+1/4)^{1/2}\quad(1/2<E_0<1), \tag{40}$$

系统的能级由两个公式给出:

$$E_n^-=2n+E_0\quad(n=0,1,\cdots), \tag{41a}$$

$$E_n^+=2n+2-E_0\quad(n=0,1,\cdots). \tag{41b}$$

2)$g=-1/4$ 时 $\alpha=1/2$,$E_0=1$,能级公式成为

$$E_n=2n+1\quad(n=0,1,\cdots). \tag{42}$$

3)$g=0$ 时,$\alpha=0$ 或 1,$E_0=1/2$,$E_n=2n+1/2$ 和 $E_n=2n+3/2$,等价于

$$E_n=n+1/2\quad(n=0,1,\cdots), \tag{43}$$

对一维半空间问题 $0<x<+\infty$,波函数连续性要求

$$\psi_n(0,\alpha)=0, \tag{44}$$

只有 $\alpha=1$ 才满足(44)式.于是 $g=0$ 的一维半空间谐振子问题能级公式为

$$E_n=2n+3/2\quad(n=0,1,\cdots), \tag{45}$$

文献[13]使用的能级公式属于这种情况.

4)$g>0$,$V_{\min}=g^{1/2}$,能级公式为

$$E_n=2n+E_0\quad(E_0>V_{\min};n=0,1,\cdots), \tag{46}$$

其中的 E_0 由(39)式决定,要求 $E_0>V_{\min}$,即

$$2m+1-(g+1/4)^{1/2}>g^{1/2}, \tag{47}$$

m 是使(47)式成立的最小正整数.这时有两个能级公式

$$E_n^-=2n+2m+1-(g+1/4)^{1/2},\quad n=0,1,\cdots \tag{48a}$$

$$E_n^+=2n+1+(g+1/4)^{1/2}\quad n=0,1,\cdots \tag{48b}$$

给定 g 值计算出 m 再从(48)式中决定基态能级.

例 1 取 $g=0.14$,由(47)式得出 $m=0$,及

$$E_n^-=2n+0.3755,\quad n=0,1,\cdots$$

$$E_n^+=2n+1.6245,\quad n=0,1,\cdots.$$

可见在一维谐振子势能 $x^2/2$ 中再加上同调项(或称势垒项)$0.14/(2x^2)$后,谐振子基态能级 $E_0=0.3755$ 比标准谐振子基态能级 $E_0=0.5$ 还要低,我们认为这是由于同调谐振子相当于两个相互关联的一维谐

振子,因而将有比单个谐振子更低的基态能量.

例 2　取 $g=0.74$,由(47)式得出 $m=1$,及

$$E_n^-=2n+2.00501,\qquad n=0,1,\cdots$$

$$E_n^+=2n+1.99499,\qquad n=0,1,\cdots.$$

两个能级公式决定的能级十分接近,基态能量为

$$E_0=E_0^+=1.99499.$$

与例 1 比较发现:随着加入的势垒项强度的加大(即 g 变大),势能极小值 $V_{\min}$ 变大,同调谐振子将有越来越高的基态能量 E_0.

当 $g=k^2-1/4$ $(k=0,1,2\cdots)$ 时,同调谐振子基态能级为 $E_0=1+k$,这是因为由(47)式决定的 $m=k$,因而有

$$E_0=2m+1-(g+1/4)^{1/2}$$
$$=1+k=1+(g+1/4)^{1/2}.$$

文献[10]提供的基态能级公式没有说明是一维还是三维,也没有说明'势垒项'是实际势能的一部分(这时必须考虑(4)式)或者是三维谐振子在球系中分离变量时产生的角动量部分 $l(l+1)/(2x^2)$(这时'势垒项'并不是实际势能的一部分,因而不需要考虑(4)式),文献[10]给出的(32)式中 g 的取值范围是不正确的. 对于一维同调谐振子,正确的 g 和 m 的关系只能是(47)式,或者改写为

$$g<f(m),\tag{49}$$

其中

$$f(m)=[((2m+1)^2-0.25)/(2(2m+1))]^2,\tag{50}$$

g 给定后,m 由小到大取值代入(50)式计算,找出满足(49)式的最小 m 值,代入(48)式就得到能级公式. 前三个 $f(m)$ 为 $f(0)=0.14063$,$f(1)=2.1267$,$f(2)=6.1256$.

3.3. 三维谐振子能级公式

对于三维同调谐振子,"离心势能项"或称为同调项中的 g 可能是由(6)或(8)式给出的. 这时,实际势能为

$$V(x)=x^2/2+(g-l(l+1))/(2x^2)$$
$$0<x<+\infty,\tag{51}$$

$$V_{\min}=(g-l(l+1))^{1/2},\ \text{或}\ -\infty.\tag{52}$$

1) $g=l(l+1)$,$V_{\min}=0$

$$1/2\pm(g+1/4)^{1/2}=1/2\pm(l+1/2).\tag{53}$$

如果 $l=0$,$\alpha=0$ 或 1 都满足归一化条件要求的(35)式,这时基态能量有两种可能性,即 $E_0=\alpha+1/2=1/2$ 或 3/2. 如果认为三维谐振子的基态退化为一维运动(?),那么 $E_0=1/2$ 如果认为三维谐振子可分离变量为三个一维谐振子,则基态能量为 $E_0=3/2$(相当于取 $\alpha=1$),$E_n=2n+3/2$.

如果 $l=1,2,\cdots$,$\alpha=l+1$ 或 $-l$,但 $\alpha=-l$ 不满足归一化条件要求的(35)式,因而这时 $\alpha=l+1$,能级公式为

$$E_n=2n+\alpha+1/2=2n+l+3/2,$$
$$n=0,1,\cdots\tag{54}$$

上式也适用于 $l=0$. 注意基态能量是 3/2.

2) $g=l(l+1)+\beta$,$|\beta|\ll1$ 或 $\beta\ll g$

如果 $\beta<0$,$V_{\min}=-\infty$,不要求 $E_0>0$,但归一化条件要求(35)式成立,对于大的 l 值

$$\alpha+1/2=1-(l(l+1)+\beta+1/4)^{1/2}>0$$

不满足,应该有

$$E_0^-=\alpha+1/2=2m+1-(l(l+1)$$
$$+\beta+1/4)^{1/2}>0,\tag{55a}$$

$$E_0^+=\alpha+1/2=1+(l(l+1)+\beta+1/4)^{1/2},\tag{55b}$$

其中 m 是使(55a)成立的最小正整数. 对于给定的 l 和 β,可从 E_0^- 和 E_0^+ 选出最小值作为系统的基态.

例 3　$g=5.7$,相当于 $l=2$,$\beta=-0.3$,由(55a)式计算得 $m=1$,$E_0^-=0.560738$,$E_0^+=3.43926$,$E_0=E_0^-$.

如果 $\beta>0$,$V_{\min}=\beta^{1/2}>0$,由 $E_0>V_{\min}$ 有

$$E_0^-=\alpha+1/2=2m+1-(l(l+1)$$
$$+\beta+1/4)^{1/2}>\beta^{1/2},\tag{56a}$$

$$E_0^+=\alpha+1/2=1+(l(l+1)+\beta+1/4)^{1/2}.\tag{56b}$$

最后的能级公式为

$$E_n=E_0^-+2n,\qquad n=0,1,2,\cdots\tag{57a}$$

$$E_n=E_0^++2n,\qquad n=0,1,2,\cdots\tag{57b}$$

例 4　$g=6.3$,相当于 $l=2$,$\beta=0.3$,由(56)式计算得 $m=2$,$E_0^-=2.4407$,$E_0^+=3.5593$,$E_0=E_0^-$.

[1] Huang C J *et al* 2001 *Acta Phys*. *Sin*. **50** 1064 (in Chinese) [黄春佳等 2001 物理学报 **50** 1064]

[2] Feng J *et al* 2001 *Acta Phys*. *Sin*. **50** 1279 (in Chinese) [冯 健等 2001 物理学报 **50** 1279]

[3] Gao Y F *et al* 2001 *Acta Phys*. *Sin*. **50** 1496 (in Chinese) [高云峰等 2001 物理学报 **50** 1496]

[4] Lin X *et al* 2001 *Acta Phys*. *Sin*. **50** 1689 (in Chinese) [林 秀等 2001 物理学报 **50** 1689]

[5] Huang C J *et al* 2001 *Acta Phys*. *Sin*. **50** 1920 (in Chinese) [黄春佳等 2001 物理学报 **50** 1920]

[6] Wu S D *et al* 2001 *Acta Phys*. *Sin*. **50** 1925 (in Chinese) [吴曙东等 2001 物理学报 **50** 1925]

[7] Wan L 2002 *Acta Phys*. *Sin*. **51** 84 (in Chinese) [万 琳等 2001 物理学报 **51** 84]

[8] Long S M 1988 *Journal of Hanzhong Teachers College* **2** 45 (in Chinese) [龙姝明 1988 汉中师范学院学报 **2** 45]

[9] Zhang J L *et al* 2000 *Acta Quant*. *Opt*. *Sin*. **6** 18 (in Chinese) [章介伦等 2000 量子光学学报 **6** 18]

[10] Li W B 2001 *Acta Phys*. *Sin*. **50** 2356 (in Chinese) [李文博 2001 物理学报 **50** 2356]

[11] Mao B Y and Long S M 1992 *Journal of Zhengzhou Institue of Light Industry* **7** 72 (in Chinese) [毛宝玉、龙姝明 1992 郑州轻工业学院学报 **7** 72]

[12] Ashok Das and Adrian C. Melissions 1986 *Quantum Mechanics A Modern Introduction* (New York: Gordon And Breach Science Publishers) p393

[13] Zhu D P 1987 *J*. *Phys*. A **20** 4331

The relations of the ground state energy and isotropic oscillator parameter

Long Shu-Ming

(*Department of Physics*, *Shaanxi Science and Engineering College*, *Hanzhong*, 723000, *China*)

(Received 4 February 2002; revised manuscript received 25 March 2002)

Abstract

A rigorous solution of Schrödinger equation for an isotropic oscillator is studied by ascend-lower functor method. The relations of ground state energy and the isotropic oscillator parameter g is discussed in detail. Improper statements of some authors are clarified.

Keywords: isotropic oscillator, ascend functor, lower functor, ground state energy

PACC: 4250