第 51 卷 第 11 期 2002 年 11 月
1000-3290/2002/51(11)/2542-05

物 理 学 报
ACTA PHYSICA SINICA

Vol.51,No.11,November,2002

偏振模色散矢量的研究*

吴重庆[1)] 付松年[2)] 董 晖[2)] 刘海涛[1)]

[1)](北方交通大学理学院,北京 100044)

[2)](北方交通大学电子信息工程学院,北京 100044)

(2002 年 2 月 4 日收到;2002 年 4 月 20 日收到修改稿)

研究了无损光纤的密勒矩阵,进而得出了偏振模色散矢量的解析表达式、主偏振态对应的斯托克斯矢量的解析表达式,以及高阶偏振模色散矢量的解析表达式.这些解析表达式是由光纤参数决定的.讨论了局部偏振模色散矢量与整体偏振模色散矢量的关系,讨论了利用偏振模色散矢量进行偏振模色散补偿的原理.引入了偏振模色散补偿元件的偏振模色散补偿矢量 C,具体计算了正规的非圆光波导类的补偿元件的 C.从理论上证明了仅仅利用一个正规的非圆光波导类的补偿元件,例如一根保偏光纤或是一个双折射晶体,是不能实现偏振模色散补偿.

关键词:偏振模色散,密勒矩阵,色散补偿,主偏振态斯托克斯矢量

PACC:4281F,4281D,4280M

1.引 言

在 10Gb/s 以上的高速光纤通信系统中,偏振模色散(PMD)是一个严重的制约瓶颈.尤其是在 40Gb/s的高速系统和光时分复用(OTDM)系统中[1],问题更为突出.因此,都把偏振模色散问题当成一个重点研究课题.1986 年,贝尔实验室的 Poole 提出了主偏振态(PSP)的概念[2],揭开了偏振模色散研究的序幕.Poole 提出以主偏振态的差分群时延(DGD)作为偏振模色散的度量.进而他于 1988 年提出了偏振模色散矢量 $\boldsymbol{\Omega}$ 的概念[3],可表述如下:

在斯托克斯空间中,任何偏振态对应的斯托克斯矢量 $\boldsymbol{S}$,与它相对应的频率的变化率$\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{S}}{\mathrm{d}\omega}$的关系为

$$\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{S}}{\mathrm{d}\omega} = \boldsymbol{\Omega} \times \boldsymbol{S}, \tag{1}$$

其中 $\boldsymbol{\Omega}$ 称为偏振模色散矢量,它的大小$|\boldsymbol{\Omega}|$即为差分群时延,$\boldsymbol{\Omega}$ 的方向即为主偏振态对应斯托克斯矢量 $\boldsymbol{P}$ 的方向.这一结论不但被大量文献所引用,而且作为进一步研究高阶偏振模色散的基础.因此它是一个十分重要的概念.但是在文献中,未看到有关 $\boldsymbol{\Omega}$ 的解析表达式,也未阐明 $\boldsymbol{\Omega}$ 与光纤的参数有何联系.本文试图对这一问题进行深入研究.

2.从 U 矩阵到 M 矩阵

联系一段无损光纤的输入偏振态 $\hat{e}_{\mathrm{in}}$ 与输出偏振态 $\hat{e}_{\mathrm{out}}$之间关系的矩阵被称为 U 矩阵,可写为[4]

$$\hat{e}_{\mathrm{out}} = \exp(\mathrm{i}\rho)\, U\hat{e}_{\mathrm{im}}, \tag{2}$$

其中

$$U = \begin{bmatrix} u_1 & u_2 \\ -u_2^* & u_1^* \end{bmatrix}, \tag{3}$$

ρ 为任意的相位,$\mathrm{i}=\sqrt{-1}$.U 矩阵有如下性质:

$$|u_1|^2 + |u_2|^2 = 1,$$
$$U^+ \cdot U = 1, \tag{4}$$

其中 U^+ 为 U 矩阵的厄米转置.根据(4)式,设

$$u_1 = \cos\alpha\exp(\mathrm{i}\phi_1),$$
$$u_2 = \sin\alpha\exp(\mathrm{i}\phi_2), \tag{5}$$

这样 U 矩阵可以变形为

$$U = \begin{bmatrix} \cos\alpha\exp(\mathrm{i}\phi_1) & \sin\alpha\exp(\mathrm{i}\phi_2) \\ -\sin\alpha\exp(-\mathrm{i}\phi_2) & \cos\alpha\exp(-\mathrm{i}\phi_1) \end{bmatrix}. \tag{6}$$

另一方面,联系输入偏振态对应的斯托克斯矢量 $\boldsymbol{S}_{\mathrm{in}}$与输出偏振态对应的斯托克斯矢量 $\boldsymbol{S}_{\mathrm{out}}$为密勒矩阵 M,可表示为

$$\boldsymbol{S}_{\mathrm{out}} = M\boldsymbol{S}_{\mathrm{in}}. \tag{7}$$

不难证明偏振态的复矢量 $\hat{e}$与它所对应的斯托克斯

* 北京市自然科学基金(批准号:4002009)资助的课题.

矢量 S 之间,有如下关系[5]:

$$\boldsymbol{S}=\begin{pmatrix}S_1\\S_2\\S_3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\hat{e}^{+}A_1\hat{e}\\\hat{e}^{+}A_2\hat{e}\\\hat{e}^{+}A_3\hat{e}\end{pmatrix},\tag{8}$$

其中 $A_j(j=1,2,3)$ 称为夹层矩阵,分别为

$$A_1=\begin{pmatrix}1&0\\0&-1\end{pmatrix},\quad A_2=\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix},$$

$$A_3=\begin{pmatrix}0&\mathrm{i}\\-\mathrm{i}&0\end{pmatrix}.$$

注意此处 $\hat{e}$ 的表达式为 $\begin{pmatrix}\cos\theta\exp(\mathrm{i}\delta)\\\sin\theta\exp(-\mathrm{i}\delta)\end{pmatrix}$,所以 A_3 的表达式与文献[5]的表达式略有不同.由此可得

$$\begin{aligned}S_{\mathrm{out}j}&=\hat{e}_{\mathrm{out}}^{+}A_j\hat{e}_{\mathrm{out}}\\&=(\mathrm{e}^{\mathrm{i}\rho}U\hat{e}_{\mathrm{in}})^{+}A_j(\mathrm{e}^{\mathrm{i}\rho}U\hat{e}_{\mathrm{in}})\\&=\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\rho}\hat{e}_{\mathrm{in}}^{+}U^{+}A_jU\mathrm{e}^{\mathrm{i}\rho}\hat{e}_{\mathrm{in}},\end{aligned}$$

即

$$S_{\mathrm{out}j}=\hat{e}_{\mathrm{in}}^{+}U^{+}A_jU\hat{e}_{\mathrm{in}}\quad(j=1,2,3).\tag{9}$$

将(9)和(8)式代入(7)式,可得

$$\begin{pmatrix}\hat{e}_{\mathrm{in}}^{+}U^{+}A_1U\hat{e}_{\mathrm{in}}\\\hat{e}_{\mathrm{in}}^{+}U^{+}A_2U\hat{e}_{\mathrm{in}}\\\hat{e}_{\mathrm{in}}^{+}U^{+}A_3U\hat{e}_{\mathrm{in}}\end{pmatrix}=M_{3\times3}\begin{pmatrix}\hat{e}_{\mathrm{in}}^{+}A_1\hat{e}_{\mathrm{in}}\\\hat{e}_{\mathrm{in}}^{+}A_2\hat{e}_{\mathrm{in}}\\\hat{e}_{\mathrm{in}}^{+}A_3\hat{e}_{\mathrm{in}}\end{pmatrix}.\tag{10}$$

(10)式对任意的 $\hat{e}_{\mathrm{in}}$ 都要成立,必有

$$U^{+}A_jU=\sum_{k=1}^{3}m_{jk}A_k\qquad(j=1,2,3),\tag{11}$$

其中 $m_{jk}(j=1,2,3;k=1,2,3)$ 为 M 矩阵的元素.代入 U 的表达式(6),可以解出 M 矩阵的表达式,并令 $\overline{\phi}=(\phi_1+\phi_2)/2$,$\Delta\phi=(\phi_1-\phi_2)/2$,可得

$$M=\begin{bmatrix}\cos2\alpha&\sin2\alpha\cos2\Delta\ddot{\phi}&-\sin2\alpha\sin2\Delta\phi\\-\sin2\alpha\cos2\ddot{\phi}&\cos2\alpha\cos2\ddot{\phi}\cos2\Delta\phi-\sin2\ddot{\phi}\sin2\Delta\phi&-\cos2\alpha\cos2\ddot{\phi}\sin2\Delta\phi-\sin2\ddot{\phi}\cos2\Delta\phi\\-\sin2\alpha\sin2\ddot{\phi}&\cos2\alpha\sin2\ddot{\phi}\cos2\Delta\phi+\cos2\ddot{\phi}\sin2\Delta\phi&-\cos2\alpha\sin2\ddot{\phi}\sin2\Delta\phi+\cos2\ddot{\phi}\cos2\Delta\phi\end{bmatrix}.\tag{12}$$

(12)式是一个重要的表达式,它表明了在无损光纤中(或者无损光波导中),当偏振态演化时,输入斯托克斯矢量和输出斯托克斯矢量之间的联系.

3.偏振模色散矢量 Ω 的表达式

对(7)式等号两边同时对 ω 求导数,注意在 ω 变化时,保持输入偏振态 $\hat{e}_{\mathrm{in}}$ 不变,可得

$$\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{S}_{\mathrm{out}}}{\mathrm{d}\omega}=\frac{\mathrm{d}M}{\mathrm{d}\omega}\boldsymbol{S}_{\mathrm{in}}.\tag{13}$$

再由(7)式可得 $\boldsymbol{S}_{\mathrm{in}}=M^{-1}\boldsymbol{S}_{\mathrm{out}}$,并考虑到 $\boldsymbol{S}_{\mathrm{out}}$ 的任意性,去掉下标 out,代入得

$$\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{S}}{\mathrm{d}\omega}=\left(\frac{\mathrm{d}M}{\mathrm{d}\omega}M^{-1}\right)\boldsymbol{S}.\tag{14}$$

记矩阵 $\Omega=\frac{\mathrm{d}M}{\mathrm{d}\omega}M^{-1}$,并注意到 $M^{-1}=M^{\mathrm{T}}$(M^{T} 为 M 的转置矩阵),可得

$$\Omega=\begin{bmatrix}0&-\Omega_3&\Omega_2\\\Omega_3&0&-\Omega_1\\-\Omega_2&\Omega_1&0\end{bmatrix},\tag{15}$$

从而可得

$$\boldsymbol{\Omega}=\begin{bmatrix}\Omega_1\\\Omega_2\\\Omega_3\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}2\overline{\phi}'+2\cos2\alpha\cdot\Delta\phi'\\2\sin2\overline{\phi}\cdot\alpha'-2\sin2\alpha\cos2\overline{\phi}\cdot\Delta\phi'\\-2\cos2\overline{\phi}\cdot\alpha'-2\sin2\alpha\sin2\phi\cdot\Delta\phi'\end{bmatrix},\tag{16}$$

其中 α',$\overline{\phi}'$,$\Delta\phi'$ 为 α 与 $\overline{\phi}$,$\Delta\phi$ 对 ω 的导数.(16)式即为偏振模色散矢量的解析表达式,是本文的重要结论,它表示 Ω 的各个分量与 U 矩阵的元素之间的关系,而 U 矩阵可以从分析光纤的耦合矩阵得到,所以这样就得到了 Ω 与光纤结构参数的关系.

从(16)式不难得到

$$|\boldsymbol{\Omega}|=2\sqrt{(\alpha')^2+\cos^2\alpha\phi_1'^2+\sin^2\alpha\phi_2'^2}$$

或

$$|\boldsymbol{\Omega}|=2\sqrt{(\alpha')^2+\overline{\phi}'^2+\Delta\phi'^2+2\cos2\alpha\cdot\overline{\phi}'\cdot\Delta\phi'}.\tag{17}$$

这是一个新的关于偏振模色散的表达式.事实上,Poole 曾经得出[3]

$$|\boldsymbol{\Omega}|=\tau=2\sqrt{|u_1'|^2+|u_2'|^2}.\tag{18}$$

在(18)式中代入(6)式,可以验证(17)式是正确的.

4. 应 用

4.1. 主偏振态对应的斯托克斯矢量 P

虽然 Poole 证明了主偏振态的存在,也给出了主偏振态的复矢量表达式,但它所对应的斯托克斯矢量却未见文献报道.由于偏振模色散矢量 Ω 的方向即为主偏振态对应的斯托克斯矢量 P,不难得出

$$P = \frac{1}{\sqrt{\alpha'^2 + \overline{\phi}'^2 + \Delta\phi'^2 + 2\cos2\alpha\overline{\phi}'\Delta\phi'}} \times \begin{bmatrix} \overline{\phi}' + \cos2\alpha \cdot \Delta\phi' \\ \sin2\overline{\phi} \cdot \alpha' - \sin2\alpha\cos2\overline{\phi}\Delta\phi \\ -\cos2\overline{\phi} \cdot \alpha' - 2\sin\alpha\sin2\phi\Delta\phi' \end{bmatrix}. \tag{19}$$

4.2. 高阶偏振模色散

通常把$\frac{d\Omega}{d\omega}$称为高阶偏振模色散矢量.由于

$$\frac{d\Omega}{d\omega} = |\Omega|\frac{dP}{d\omega} + \frac{d|\Omega|}{d\omega}P, \tag{20}$$

又把$\frac{dP}{d\omega}$称为偏振模色散的旋转矢量,把$\frac{d|\Omega|}{d\omega}$称为偏振模色散的斜率.当前很多文献对这两者进行了详细的讨论,但几乎都是基于分段数值模拟的方法,目前还未见到这两者的解析表达式.它不难由(17)式直接微分,得到

$$\begin{aligned}\frac{d|\Omega|}{d\omega} &= \frac{1}{\sqrt{(\alpha')^2 + \overline{\phi}'^2 + \Delta\phi'^2 + 2\cos2\alpha \cdot \overline{\phi}'\Delta\phi'}} \\ &\times (\alpha'\alpha'' + \overline{\phi}'\overline{\phi}'' + \Delta\phi'\Delta\phi'' - 4\sin2\alpha \cdot \alpha'\overline{\phi}'\Delta\phi' \\ &+ 2\cos2\alpha \cdot \overline{\phi}''\Delta\phi' + 2\cos2\alpha \cdot \overline{\phi}'\Delta\phi'').\end{aligned} \tag{21}$$

同样,由 P 的表达式(19),经过微分,不难得到$\frac{dP}{d\omega}$.但由于结果比较繁琐,本文不在此列出.另外,不难得到

$$\frac{d\Omega}{d\omega} = \begin{bmatrix} 2\overline{\phi}'' - 4\sin2\alpha \cdot \alpha'\Delta\phi' + 2\cos2\alpha \cdot \Delta\phi'' \\ 2\sin2\overline{\phi} \cdot \alpha'' - 4\cos2\alpha\cos2\overline{\phi} \cdot \alpha'\Delta\phi' \\ + 4\cos2\overline{\phi} \cdot \alpha'\overline{\phi}' + 4\sin2\alpha\sin2\overline{\phi} \cdot \overline{\phi}'\Delta\phi' \\ - 2\sin2\alpha\cos2\overline{\phi}\Delta\phi'' \\ - 2\cos2\overline{\phi} \cdot \alpha'' - 4\cos2\alpha\sin2\overline{\phi} \cdot \alpha'\Delta\phi' \\ + 4\sin2\overline{\phi} \cdot \alpha'\overline{\phi}' - 4\sin2\alpha\cos2\overline{\phi} \cdot \overline{\phi}'\Delta\phi' \\ - 2\sin2\alpha\sin2\overline{\phi}\Delta\phi'' \end{bmatrix}. \tag{22}$$

利用(22)式可以求出$\left|\frac{d\Omega}{d\omega}\right|$,由于表达式较复杂,所以不在此列出.由此,可以计算出高阶偏振模色散.

4.3. 局部偏振模色散矢量与整体偏振模色散矢量的关系

考虑到光纤的双折射和模耦合是随机发生的,因此有必要研究偏振模色散的分布,这常常采用保偏光纤分段级联模型.对于每一小段光纤,有

$$\hat{e}_i = U_i\hat{e}_{i-1} \quad (i = 1,2,\cdots,N), \tag{23}$$

其中 $\hat{e}_{i-1}$和 $\hat{e}_i$ 分别为这一小段光纤的输入和输出偏振态,U_i 为这一小段光纤的传输矩阵.在这一小段光纤中,耦合系数 k_i 和两个线偏振模的传输常数 $\Delta\beta_i = (\beta_x - \beta_y)/2$均看成常数(与长度无关,而与频率有关)[6].

$$U_i = \begin{bmatrix} \cos\gamma_i z + i\frac{\Delta\beta_i}{\gamma_i}\sin\gamma_i z & i\frac{k_i}{\gamma_i}\sin\gamma_i z \\ i\frac{k_i}{\gamma_i}\sin\gamma_i z & \cos\gamma_i z - i\frac{\Delta\beta_i}{\gamma_i}\sin\gamma_i z \end{bmatrix}, \tag{24}$$

其中 $\gamma_i = \sqrt{(\Delta\beta_i)^2 + (k_i)^2}$.于是整段光纤的输入偏振态 $\hat{e}_{in}$与输出偏振态 $\hat{e}_{out}$之间可以表示为

$$\hat{e}_{out} = U_N U_{N-1} U_{N-2}\cdots U_1\hat{e}_{in}. \tag{25}$$

相应地,它们所对应的斯托克斯矢量为

$$S_{out} = M_N M_{N-1} M_{N-2}\cdots M_1 S_{in}, \tag{26}$$

其中 M_i 为第 i 段光纤的密勒矩阵.这样

$$\frac{dS_{out}}{d\omega} = \left\{M_N\frac{dM_{N-1}}{d\omega}M_{N-1}\cdots M_1 + \cdots + M_N M_{N-1}\cdots M_2\frac{dM_1}{d\omega}\right\}S_{in}.$$

代入 $S_{in} = M_1^{-1}M_2^{-1}\cdots M_N^{-1}S_{out}$,可得

$$\frac{dS_{out}}{d\omega} = \left\{\frac{dM_N}{d\omega}M_N^{-1} + M_N\frac{dM_{N-1}}{d\omega}M_{N-1}^{-1}M_N^{-1} + \cdots + M_N M_{N-1}\cdots M_2\frac{dM_1}{d\omega}M_1^{-1}M_2^{-1}\cdots M_N^{-1}\right\}S_{out}.$$

略去下标 out,并把每一小段的偏振模色散矢量所对应的矩阵用 σ_i 表示,而从第一段到第 i 段总的偏振模色散矢量所对应的矩阵用Ω_i 表示,于是可得

$$\frac{dS}{d\omega} = \{\sigma_N + M_N\sigma_{N-1}M_N^{-1} + \cdots + M_N M_{N-1}\cdots M_2\sigma_1 M_2^{-1}\cdots M_{N-1}^{-1}M_N^{-1}\}S, \tag{27}$$

最后得

$$\Omega_N = \sigma_N + M_N\sigma_{N-1}M_N^{-1} + \cdots + M_N M_{N-1}\cdots M_2\sigma_1 M_2^{-1}\cdots M_{N-1}^{-1}M_N^{-1}. \tag{28}$$

(28)式可以写成递推公式的形式,为

$$\Omega_N = \sigma_N + M_N\Omega_{N-1}M_N^{-1}. \tag{29}$$

(29)式为研究光纤偏振模色散分布的基础.由于 Ω_{N-1}为反对称矩阵,而 $M_N\Omega_{N-1}M_N^{-1}$ 为它的相似矩阵,因此必然亦为反对称矩阵,而且不难看出它与 Ω_{N-1}呈线性关系.于是,可以将 $M_N\Omega_{N-1}M_N^{-1}$ 写成对应的矢量形式,即 $X\boldsymbol{\Omega}_{N-1}$.经过一系列运算,可得 $X = M$,这样可得

$$\boldsymbol{\Omega}_N = \boldsymbol{\sigma}_N + M_N\boldsymbol{\sigma}_{N-1} + \cdots + M_NM_{N-1}\cdots M_2\boldsymbol{\sigma}_1 = \sum_{i=1}^{N}\prod_{j=i+1}^{N}M_j\boldsymbol{\sigma}_i \tag{30}$$

或

$$\boldsymbol{\Omega}_N = \boldsymbol{\sigma}_N + M_N\boldsymbol{\Omega}_{N-1}. \tag{31}$$

(31)式为偏振模色散矢量的递推公式.这就是局部偏振模色散矢量与整体偏振模色散矢量的关系,该公式可成为研究偏振模色散分布的基础.Gordon 利用其他方法[7],同样得到了(31)式,可知上述工作是正确的.在(31)式中,将 $\boldsymbol{\Omega}_{N-1}$看成被补偿光纤的偏振模色散矢量,而将 $\boldsymbol{\sigma}_N$ 看成补偿光纤的偏振模色散矢量,将 $\boldsymbol{\Omega}_N$ 看成补偿后的偏振模色散矢量,则(31)式提供了偏振模色散补偿的思路.

将(31)式等号两边对频率微分,可得高阶偏振模色散补偿关系:

$$\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{\Omega}_N}{\mathrm{d}\omega} = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{\sigma}_N}{\mathrm{d}\omega} + \frac{\mathrm{d}M_N}{\mathrm{d}\omega}\boldsymbol{\Omega}_{N-1} + M_N\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{\Omega}_{N-1}}{\mathrm{d}\omega}. \tag{32}$$

利用(31)式替换 $\boldsymbol{\Omega}_{N-1}$,得到高阶偏振模色散补偿表达式:

$$\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{\Omega}_N}{\mathrm{d}\omega} = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{\sigma}_N}{\mathrm{d}\omega} + \boldsymbol{\sigma}_N\times\boldsymbol{\Omega}_N + M_N\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{\Omega}_{N-1}}{\mathrm{d}\omega}. \tag{33}$$

4.4. 偏振模色散补偿

常见的偏振模色散补偿主要利用一段保偏光纤的快轴和慢轴的传输时延差来补偿传输光纤的差分群时延(一阶偏振模色散).某些文献认为,如果被补偿光纤的偏振模色散矢量为 $\boldsymbol{\Omega}$,保偏光纤的偏振模色散矢量为 $\boldsymbol{\Omega}_c$,只要 $\boldsymbol{\Omega}_c = -\boldsymbol{\Omega}_1$,则一阶偏振模色散就得到完全补偿.但从(31)式来看是不对的,它忽略了补偿光纤密勒传输距阵 M_c 的影响.从(1)式来看,想要使得$\frac{\mathrm{d}S}{\mathrm{d}\omega}=0$,只能有两种情况,$\boldsymbol{\Omega}=0$ 或者 S 与$\boldsymbol{\Omega}$ 同方向.实际补偿中后者很难做到,故仅考虑 $\boldsymbol{\Omega}=0$ 的情况.把(31)式改写为 $\boldsymbol{\Omega}_2 = \boldsymbol{\Omega}_c + M_c\boldsymbol{\Omega}_1$,其中将 $\boldsymbol{\Omega}_1$ 看成被补偿光纤的偏振模色散矢量,而将 $\boldsymbol{\Omega}_c$ 看成补偿光纤的偏振模色散矢量,将 $\boldsymbol{\Omega}_2$ 看成补偿后的偏振模色散矢量,在完全补偿的情况下,有

$$\boldsymbol{\Omega}_c + M_c\boldsymbol{\Omega}_1 = 0$$

或

$$M_c^{-1}\boldsymbol{\Omega}_c + \boldsymbol{\Omega}_1 = M_c^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\Omega}_c + \boldsymbol{\Omega}_1 = 0. \tag{34}$$

定义 $\boldsymbol{C} = \boldsymbol{M}_c^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\Omega}_c$ 为补偿元件的偏振模补偿矢量,可得

$$\boldsymbol{C} = \begin{bmatrix} 2\cos2\alpha\cdot\overline{\phi}' + 2\Delta\phi' \\ -2\sin2\Delta\phi\cdot\alpha' + 2\sin2\alpha\cos2\Delta\phi\cdot\overline{\phi}' \\ -2\cos2\Delta\phi\cdot\alpha' - 2\sin2\alpha\sin2\Delta\phi\cdot\overline{\phi}' \end{bmatrix}. \tag{35}$$

如果补偿元件是一个正规的非圆光波导元件,比如是一根保偏光纤,或者是一个双折射晶体,或者是一个波片,它的两个偏振方向的传输常数差为 $\Delta\beta = (\beta_x - \beta_y)/2$(对于保偏光纤为 $\Delta\beta z$),它的偏振主轴与坐标系的夹角为 θ,不难得到

$$U = \begin{bmatrix} \cos\Delta\beta + \mathrm{i}\sin\Delta\beta\cos2\theta & \mathrm{i}\sin\Delta\beta\sin2\theta \\ \mathrm{i}\sin\Delta\beta\sin2\theta & \cos\Delta\beta - \mathrm{i}\sin\Delta\beta\cos2\theta \end{bmatrix}. \tag{36}$$

经过复杂的运算,可得(对于保偏光纤,式中 $\Delta\beta$ 为 $\Delta\beta z$)

$$\boldsymbol{C} = \begin{bmatrix} \cos2\theta \\ \sin2\theta \\ 0 \end{bmatrix}\frac{\mathrm{d}2\Delta\beta}{\mathrm{d}\omega}. \tag{37}$$

显然,在被补偿的光纤的偏振模矢量 $\boldsymbol{\Omega}$ 中,一般 Ω_3 并不为零,而且即使在某种条件下 Ω_3 为零,但由于偏振模矢量是不稳定的,不能保证始终为零.所以由此可以得出,仅仅利用一个正规的非圆光波导类的补偿元件,比如是一根保偏光纤,或者是一个双折射晶体,或者是一个波片,是不能实现偏振模色散补偿的.至少要用两个以上的互相差一个角度的正规的非圆光波导类的补偿元件,或其他类型的补偿元件,才能实现偏振模色散的补偿.关于具体的补偿方案将另文叙述.

5. 结　　论

研究得到了联系光纤中偏振态的斯托克斯矢量的密勒矩阵表达式,并进而得到了偏振模色散矢量的表达式、主偏振态所对应的斯托克斯矢量的表达式,以及高阶偏振模色散矢量的表达式.在此基础上,得到了和 Gordon 一样的偏振模色散矢量的递推

公式，为偏振模色散补偿提供了思路．引入了偏振模色散补偿元件的偏振模色散补偿矢量 C，并利用上述表达式具体计算了正规的非圆光波导类补偿元件的 C．由此得出结论，仅仅利用一个正规的非圆光波导类的补偿元件，比如是一根保偏光纤，或者是一个双折射晶体，或者是一个波片，是不能实现偏振模色散补偿的．至少要用两个以上的互相差一个角度的正规的非圆光波导类的补偿元件，或用其他类型的补偿元件，才能实现偏振模色散的补偿．

[1] Han M，Lou C Y，Li Y H and Gao Y Z 2000 *Acta Phys*. *Sin*. **49** 751（in Chinese）[韩 明、娄彩云、李玉华、高以智 2000 物理学报 **49** 751]

[2] Pool C D and Wagner R E 1986 *Electron*. *Lett*. **22** 1029

[3] Pool C D，Bergano N S，Wagner R E and Schulte H J 1988 *J*. *Lightwave Technol*. **6** 1185

[4] Pool C D 1988 *Opt*. *Lett*. **13** 687

[5] Zhu Q C and Chen S S（trans.）1991 *Introduction of Matrix Optics*（Shanghai：Shanghai Technological Literature Publishing Company）p371（in Chinese）[竺庆春、陈时胜译 1991 矩阵光学导论（上海：上海科学文献出版社）第 371 页]

[6] Wu C Q 2000 *Theory of Optical Waveguide*（Beijing：Tsinghua Univerisity Press）（in Chinese）[吴重庆 2000 光波导理论（北京 清华大学出版社）]

[7] Gordon J P and Kogelnik H 2000 *Proceedings of the National Academy of Science of USA* pp4541—4550

Investigation on the vector of polarization mode dispersion*

Wu Chong-Qing[1)] Fu Song-Nian[2)] Dong Hui[2)] Liu Hai-Tao[1)]

[1)]（*School of Science*，*Northern Jiaotong University*，*Beijing* 100044，*China*）

[2)]（*School of Electronic and Engineering Information*，*Northern Jiaotong University*，*Beijing* 100044，*China*）

（Received 4 February 2002；revised manuscript received 20 April 2002）

Abstract

This paper investigates the Miller matrix in an optical fiber，and derives the expression of the vector of polarization mode dispersion（PMD），expression of the Stocks vector of principal state of polarization，and expression of the high-order vector of PMD，which are determined by the parameters of the fiber. Then the relationship between vectors of local and whole PMD and the principle of PMD compensation are also discussed. Introducing the vector of compensating PMD and calculating the vector of compensating PMD of a piece of uniform non-circular birefringence wave-guide，we prove theoretically that it is impossible to compensate PMD by use of a piece of uniform non-circular birefringence wave-guide，such as one piece of polarization maintaining fiber.

Keywords：polarization mode dispersion，Miller matrix，dispersion compensation，Stocks vector of PSP

PACC：4281F，4281D，4280M

* Project supported by the Natural Science Foundation of Beijing，China（Grant No.4002009）.