

开放边界条件下改进的 Nagel-Schreckenberg 交通流模型的研究*

谭惠丽 刘慕仁 孔令江

(广西师范大学物理与电子科学系 桂林 541004)

(2002 年 3 月 11 日收到 2002 年 5 月 21 日收到修改稿)

在开放边界条件下,采用改进的 Nagel-Schreckenberg 交通流模型,数值模拟了在不同参数下的交通流基本图.结果表明,改进的 Nagel-Schreckenberg 模型的交通流量较原来的模型有明显提高,并分析和讨论了从自由运动相转化为最大流量相或从阻塞相转化为自由运动相的特性及其临界点变化规律.

关键词:元胞自动机,交通流,开放边界条件,相变

PACC: 0550

1. 引言

元胞自动机(Cellular Automaton,缩写为 CA)模型作为模拟非线性复杂系统的一种有效工具,近年在交通流的研究中得到了广泛的应用^[1].对于描述高速公路的一维情况,典型的 CA 交通流模型有:1) Wolfram^[2]命名的 184 号规则 CA 模型,这实际上一个确定性的 CA 交通流模型;2) Fukui 和 Ishibashi^[3]提出的含高速车并可随机延迟的 CA 模型(简称 FI 模型);3) Nagel 和 Schreckenberg^[4]提出的考虑车速分布的随机加速,随机减速的 CA 模型(简称 NS 模型);4) 有注入和取出的一维随机交通流模型^[5].这些模型虽然简单,但已能呈现出交通流的自由运动相与阻塞相之间的相变行为.因此,引起了人们的广泛注意,并对它们进行不断的研究和改进. FI 模型和 NS 模型各自反映了真实交通中汽车不同的启动加速及刹车减速方式.汪秉宏等^[6,7]对 FI 模型作了系统而深入的研究,得出 FI 模型在决定性情况下和有随机延迟情况下基本图曲线的解析平均场论,其结果与模拟数据完全符合,这为交通流复杂系统的自组织临界性和相变行为提供了基本的物理解释.文献 8—11 采用不同的方法对有注入和取出的一维随机交通流模型分别进行了研究,当对所有的车辆引入刹车概率 P_b 、局部条件下的产生概率 P_{in} 和

消失概率 P_{out} 时,研究结果都表明, P_b , P_{in} , P_{out} 对交通流状态起决定性作用.文献 12 在 NS 模型的基础上考虑车辆之间的相对运动以及车辆减速概率对交通状态的影响,提出一种改进的 NS 模型,即通过车辆间的距离和相对位置对车辆的运动速度进行调整,而通过确定减速概率与车辆密度的指数(ν)关系来控制车流量,改进后的 NS 模型的模拟结果与实测数据能更好地符合.但是,在对这些模型研究的数值模拟中,采用的都是周期性边界条件,这适合于模拟环城公路或一段高速公路的交通流状态,若考虑到实际情况,采用开放边界条件应更为合理.较简单的开放边界条件的 CA 模型是非对称排斥模型(asymmetric exclusion process,缩写为 ASEP)^[13], ASEP 定义如下:考虑长度为 L 的一维离散格点链,格点 i ($1 \leq i \leq L$) 或为空或被一粒子占据,若粒子的前一格点为空,则该粒子以概率 P 前移一格.在左边界,如果格点 1 为空,则以概率 α 注入一粒子,在右边界,格点 L 上的粒子以概率 β 离开系统.这个模型的结果可以反映出交通流的基本特征,如自由运动相和阻塞相的出现及相变行为.但是,这个模型没有考虑实际交通中车辆随机减速加速的行为,且 $V_{max} = 1$.最近,文献 14, 15 研究了存在随机减速加速, $V_{max} > 1$ 的 NS 模型在开放边界条件下交通流的性质,分析了边界、最大速度 V_{max} 、随机减速加速因子 P 对

* 国家自然科学基金(批准号:10062001),广西壮族自治区自然科学基金(批准号:0007017)和“教育部高等学校骨干教师资助计划”资助的课题.

系统流量、密度、关联函数等的影响,得到各种情况下出现的各相(自由运动相、最大流量相和阻塞相)的相变行为。

本文的主要工作是研究在开放边界条件下(即在系统的始端以一定概率不断注入车辆,而终端车辆以一定概率驶离系统)利用改进后的 NS 模型^[12]研究系统的速度、密度、流量受边界、最大速度 V_{\max} 和随机减速加速因子 P 的影响情况.模拟结果与文献^[15]进行比较表明,考虑相对运动后,交通流量有明显的提高,系统从自由运动相转化为最大流量相或从阻塞相转化为自由运动相及其临界点都有所不同.

2. 模 型

本文的模型是根据文献^[12]的模型建立起来的.根据该模型,道路视为长度 L 的一维离散格点链,每格点或为空或只能被一辆车占据,自初始端注入速度为 V_{\max} 的车辆,由于车辆间的相互作用影响,系统内的车辆速度分布为 $0-V_{\max}$ 的值.车辆从左向右运动并根据如下规则进行同步更新:

1. 更新速度分布:

如果 $V_i(t) \geq \text{gap}_i(t) + \Delta X_{i+1}(t)$,则车辆以概率 P 减速为 $\max(\text{gap}_i(t) + \Delta X_{i+1}(t) - 1, 0)$,否则速度为 $\text{gap}_i(t) + \Delta X_{i+1}(t)$;如果 $V_i(t) < \text{gap}_i(t) + \Delta X_{i+1}(t)$,则车辆可加速变为 $\min(V_i(t) + 1, V_{\max})$,或以概率 P 按原速 $V_i(t)$ 行驶,可写为如下形式:

$$\text{If } V_i(t) \geq \text{gap}_i(t) + \Delta X_{i+1}(t),$$

$$V_i(t+1) = \begin{cases} \max(\text{gap}_i(t) + \Delta X_{i+1}(t) - 1, 0) & \text{以概率 } P; \\ \text{gap}_i(t) + \Delta X_{i+1}(t) & \text{以概率 } (1-P), \end{cases}$$

ELSE

$$V_i(t+1) = \begin{cases} V_i(t) & \text{以概率 } P; \\ \min(V_{\max}, V_i(t) + 1) & \text{以概率 } (1-P). \end{cases}$$

2. 更新位置分布: $X_i(t+1) = X_i(t) + V_i(t+1)$.

以上各量的意义如下:

$V_i(t)$ 表示第 i 辆车 t 时刻的速度; V_{\max} 为允许的最大速度; $X_i(t)$ 代表第 i 辆车在 t 时刻的位置; $\text{gap}_i(t)$ 代表第 i 辆车 t 时刻与前方紧邻车辆间的空格数,即 $\text{gap}_i(t) = X_{i+1}(t) - X_i(t) - 1$; P 代表车辆具有的减速加速概率; $\Delta X_{i+1}(t)$ 为相对位置, $\Delta X_{i+1}(t) = X_{i+1}(t+1) - X_{i+1}(t) = V_{i+1}(t+1)$,即前方紧邻车在 t 时步前移的距离.

定义开放边界条件如下:系统含有 L 个格点 i ($1 \leq i \leq L$),在系统外, $i = 0$ (左边界)处 t 时步以概率 α (称产生概率)产生一速度为 V_{\max} 的车子,这辆车即刻按以上更新规则运动,如果在 t 时步该车不能前移(即 $V_0(t+1) = 0$)则消除这辆车;在 $i = L+1$ (右边界)处,以概率 $(1-\beta)$ 出现一辆阻塞车或障碍物,从而使系统最右端格点上的车辆减速,即系统右端 V_{\max} 个格点上的车辆以概率 β (称消失概率)离开系统.可见, $\alpha = \beta = 1$ 即为全开放边界条件,而 $\alpha, \beta < 1$ 时,边界处于部分开放状态.

3. 数值实验模拟结果和讨论

利用改进的 NS 模型,模拟在不同参数下左右边界对系统密度、速度、流量的影响情况.当研究左边界的影响时,置右边界全开放($\beta = 1$);当研究右边界的影响时,置左边界全开放($\alpha = 1$).进行数值模拟时,设初始时刻车道上全空,然后在系统始端以一定的概率 α 不断地注入车辆,而行驶在车道上的车辆按上述规则更新速度、位置分布;在系统终端,车辆以概率 β 离开,从而形成一个开放系统的交通流状态.为具体分析交通流系统的动力学性质,定义 t

时刻车辆密度为 $\rho_t = \frac{N_t}{L}$, 平均速度为 $V_t =$

$$\frac{1}{N_t} \sum_{i=1}^{N_t} V_i(t)$$

流量为 $q_t = V_t \rho_t$, 其中 N_t 为 t 时刻车道上车辆总数, $V_i(t)$ 为第 i 辆车 t 时刻的速度.取系统尺寸 $L = 1024$,演化时步为 50 000 步,取后 10000 步的值作平均.为了消除随机性对结果的影响,对 20 个样本取平均,而且为便于与文献^[15]的结果进行比较,我们选择了与该文基本一致的参数进行模拟.具体数值模拟结果及有关数据见图 1 至图 3.

对以上数值模拟的结果进行相关的讨论如下:

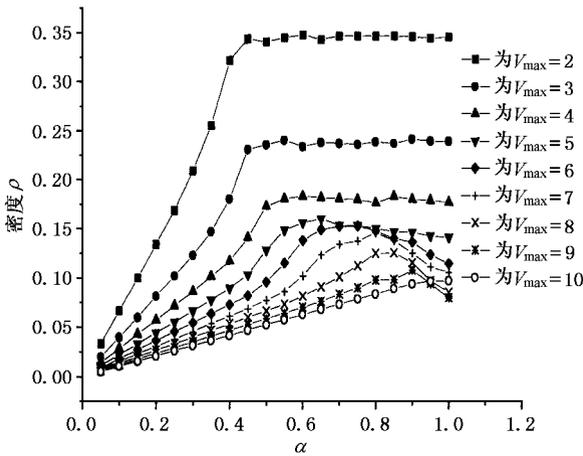
1. 有关密度的讨论

图 1(a)至(d)为不同条件下车辆密度的分布图.图 1(a)和(b)为 $V_{\max} = 2, 3, 4, \dots, 10, P = 0.5$ 时,左、右边界对系统的影响.可见, V_{\max} 越大,系统密度越小,即车道容纳车辆数越少.当右边界全开放($\beta = 1$)时,随着产生概率 α 的增大,密度也逐渐增大,但当密度增大到一定的值后,由于运动车辆间的相互作用及减速加速概率的影响,产生概率再增大,也不能使密度增大,对于 $V_{\max} < 5$ 的情况,随着 α 的增大,密度增大到一定值后能保持不变,对于 $V_{\max} \geq 5$,

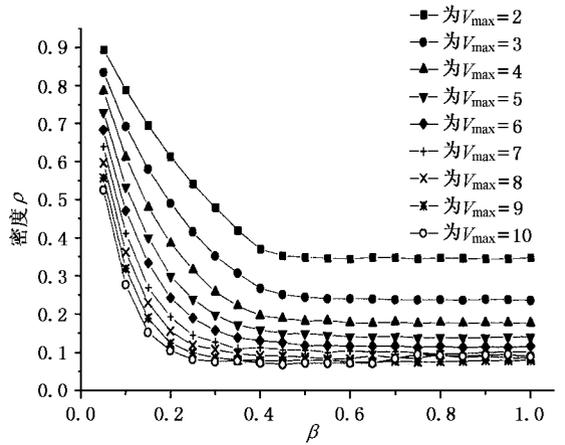
密度先增加到最大值后稍有减小；当左边界全开放 ($\alpha = 1$) 而 β 较小时, 由于不断注入车辆, 使车辆聚集, 密度很大. 当 β 逐渐增大, 聚集车辆不断疏散, 密度逐渐减小. 当 β 增大到一定值 ($\beta_c \approx 0.45$) 后车辆密度保持在一种稳定的分布状态.

图 1(c) 和 (d) 显示了在一定的 $V_{\max} (= 5)$, 不同的 P 条件下, 左、右边界对密度的影响. 由图 1(c) 和 (d) 可看出, 减速加速概率 P 对密度有很大的决定作用, 减速加速概率大, 车辆密度小. 当右边界全开

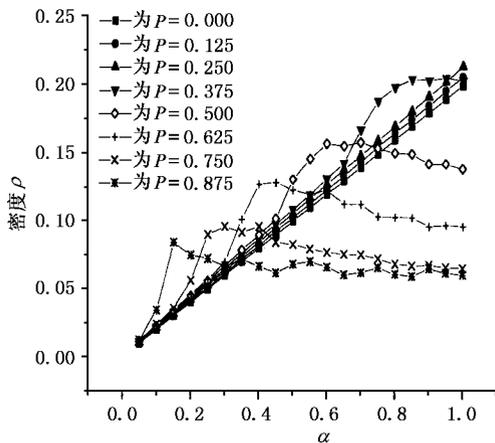
放 ($\beta = 1$), 减速概率 $P = 0.0 - 0.25$ 时, 密度随着 α 增大而线性增大, $P \geq 0.375$ 时, 随 α 增大密度先增大后减小, 但减小的程度不大, 基本保持在一个值附近浮动. 当左边界全开放 ($\alpha = 1$) 时, 始端不断有车辆产生, 若消失概率 β 小, 密度则很大, 但随着 β 的增大, 密度随之减小, 而后达到一个稳定值 (不同的 P , 密度达到稳定时的 β 值是不同的). 如当 $P \leq 0.375$ 时密度约为 0.2.



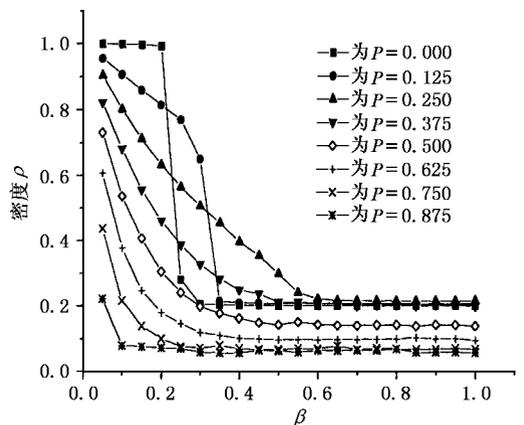
(a) 为 $P = 0.5, \beta = 1$ 在不同的 V_{\max} 情况下, 车辆密度 ρ 随 α 的变



(b) 为 $P = 0.5, \alpha = 1$, 在不同的 V_{\max} 情况下, 车辆密度 ρ 随 β 的变化图



(c) 为 $V_{\max} = 5, \beta = 1$ 时, 在不同的减速加速概率下车辆密度 ρ 随 α 的变化图



(d) 为 $V_{\max} = 5, \alpha = 1$ 时, 在不同的减速加速概率下车辆密度 ρ 随 β 的变化图

图 1 车辆密度随参数的变化图

2. 有关平均速度的讨论

图 2(a) 至 (d) 为不同条件下平均速度的曲线图. 由图 2(a) 和 (c) 可看出, 车道上车辆行驶的平均

速度决定于车辆密度 ρ 和减速概率 P , 文献 [8, 16]

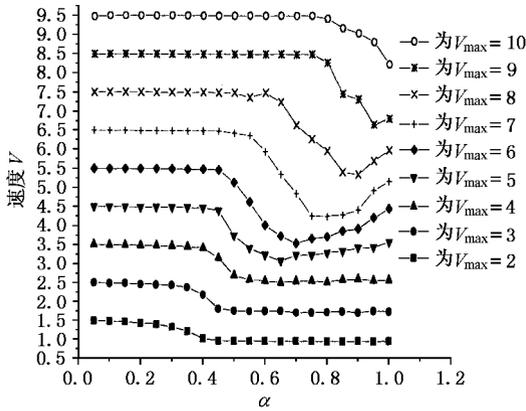
已论证. 当密度小于临界密度 $\rho_c = \frac{1}{V_{\max} + 1}$ 时, 车辆

处于自由运动状态,车辆间的相互作用很小,减速概率影响不大,从而平均速度为 $(V_{\max} - P)^{[6]}$,如图 2 (a)至(d)中各曲线前面直线部分.当 α 变大,随着

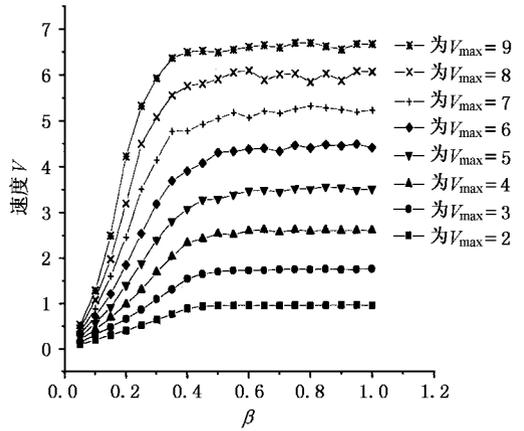


上车辆密度的增加,平均速度减少,最后稳定在

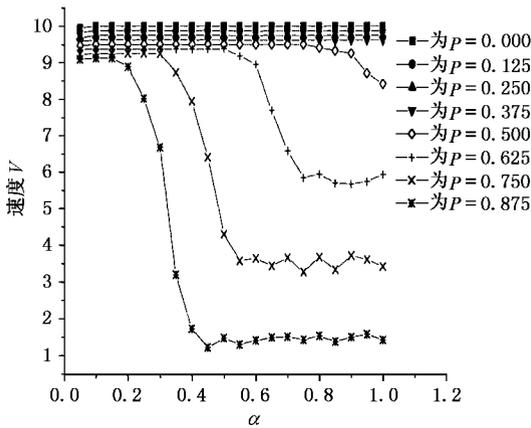
一个值附近.从图中还可看出,速度稳定在 $(V_{\max} - P)$ 值的 α 值范围是不同的.类似地,也可以对图 2 (b)和(d)作出分析.



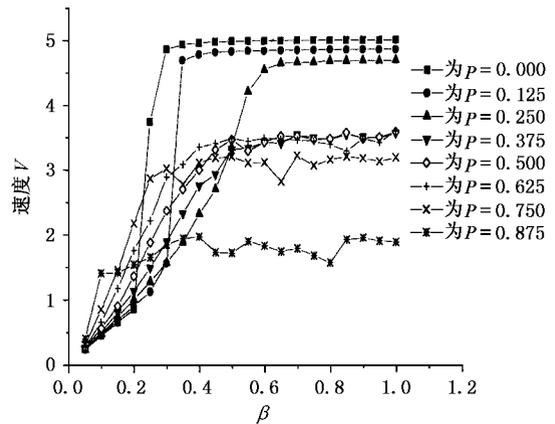
(a)为 $P=0.5, \beta=1$ 在不同的 V_{\max} 情况下,车辆平均速度 V 随 α 的变化图



(b)为 $P=0.5, \alpha=1$ 在不同的 V_{\max} 情况下,车辆平均速度 V 随 β 的变化图



(c)为 $V_{\max}=10, \beta=1$ 在不同的减速概率下,车辆平均速度 V 随 α 的变化图



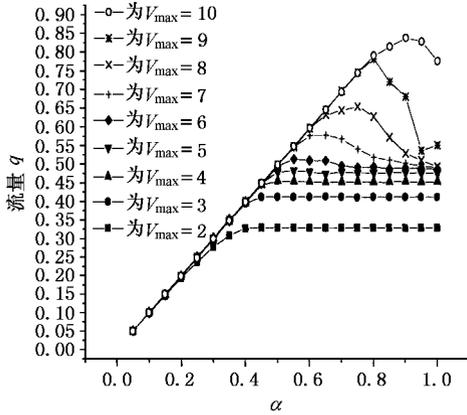
(d)为 $V_{\max}=5, \alpha=1$ 在不同的减速概率下,车辆平均速度 V 随 β 的变化图

图 2 不同条件下,平均速度的分布曲线

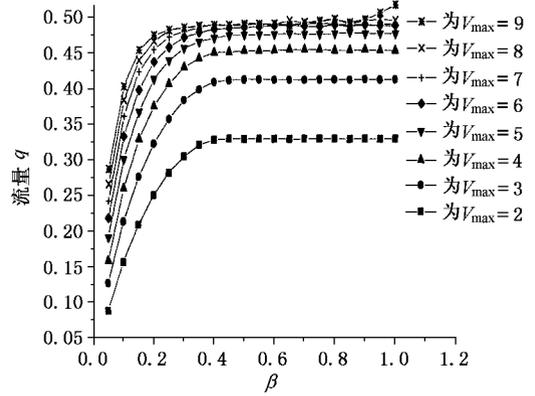
3. 关于流量问题的讨论

图 3 表明,1)开放边界条件下,改正的 NS 模型的交通流量显著大于文献 [15] 的结果.2)在 β, P 保持固定的图 3(a)中,随着 V_{\max} 的变大,对应于流量峰值的 α_c 值向右移动($\alpha_c = 0.35-0.8$),而文献 [15] 的 α_c 值都约为 0.35.当 $V_{\max} > 5$,流量随 α 线性增加到最大值后减小,而文献 [15] 中流量增加到最大值后保持稳定不变;在 α, P 固定不变的图 3(b)中,随着 β 的增大(即右边界开放的程度加大),流量增大,当 $\beta_c \approx 0.4$ 时流量达到峰值,然后保持不变,但

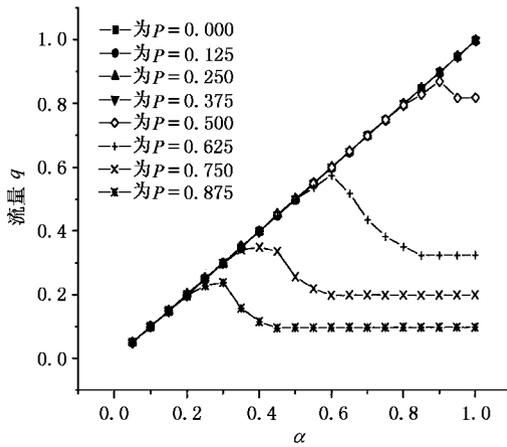
开放边界条件下的 NS 模型在 $\beta_c \approx 0.8$ 才达到峰值.3)在 $\beta=1, V_{\max}$ 固定的图 3(c)中,当减速加速概率 $P \leq 0.375$ 时,不同的 P 对应的流量相等且线性增加,说明 P 对流量无影响,而当 $P \geq 0.5$,流量随 α 增大,达到峰值后略有下降,之后再保持稳定不变,且 P 值越大,流量越小;在 $\alpha=1, V_{\max}$ 固定的图 3(d)中,流量随 β 增大后很快达到稳定的最大值, $P \leq 0.25$ 时流量最大值相同, $P \geq 0.5$ 时, P 值越大,流量最大值越小.流量的变化与文献 [15] 的结果类似,但相应的转折点(β_c)则有明显的差别.



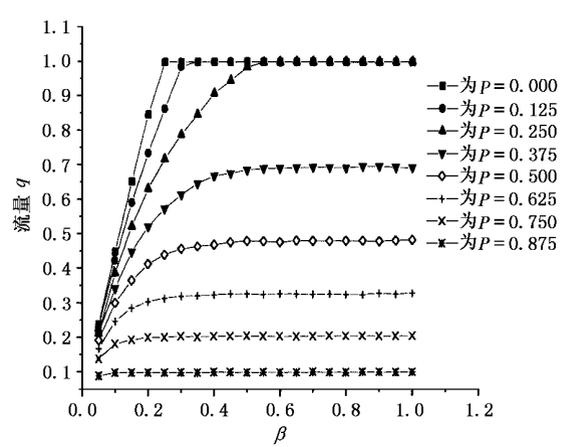
(a) 为 $P=0.5, \beta=1$ 在不同的 V_{max} 情况下, 车道流量 q 随 α 的变化图



(b) 为 $P=0.5, \alpha=1$ 在不同的 V_{max} 情况下, 车道流量 q 随 β 的变化图



(c) 为 $V_{max}=10, \beta=1$ 在不同的减速加速概率下, 车道流量 q 随 α 的变化图



(d) 为 $V_{max}=5, \alpha=1$ 在不同的减速加速概率下, 车道流量 q 随 β 的变化图

图 3 不同条件下, 车道流量分布图

综上所述, 在 $P=0.5, \beta=1$ (见图 1(a), 图 2(a) 和图 3(a)) 时, 密度随 α 增大而增加到最大值, 但对不同的 V_{max} , 达到临界密度时的 α_c 值是不同的, 随 V_{max} 的增大, 临界点 α_c 右移。当 $V_{max} \leq 5$ 时, 密度随 α 增大最后保持不变, 而 $V_{max} > 5$ 时增大后稍有下降; 平均速度在车辆密度达到临界密度前保持不变, 流量在车辆密度达到临界密度前增加, 达到临界密度后不变 (对 $V_{max} \leq 5$) 或下降 (对 $V_{max} > 5$)。这表明, 系统从自由运动相最后达到最大流量的稳定相 (对 $V_{max} \leq 5$) 或局部阻塞相 (对 $V_{max} > 5$)。

在 $P=0.5, \alpha=1$ (见图 1(b), 图 2(b) 和图 3(b)), β 很小时, 系统处于阻塞相, 随右边界的逐步

开放, 从阻塞相转化为最大流量的稳定相。

4. 总 结

本文考虑车辆之间的相对运动所引起的车辆位置变化, 在文献 [12] 的模型基础上, 采用开放边界条件, 考虑边界、最大速度 V_{max} 、减速加速概率 P 对系统的影响, 并进行计算机模拟, 结果与文献 [15] 的结果进行比较, 流量明显增加, 而且呈现出很多新的特点。这些结果为用改进的 NS 模型研究实际的交通流问题提供了有价值的参考。

- [1] Chowdhury D , Santen D and Schadschneider A 2000 *Phys. Rep.* **329** 199
- [2] Wolfram S 1986 *Theory and Application of Cellular Automata* (Singapore :World Scientific)
- [3] Fukui M and Ishibashi Y 1996 *J. Phys. Soc. Japan* **65** 2345
- [4] Nagel K and Schreckenberg M 1992 *J. Phys. I France* **2** 2221
- [5] Nagatani T 1995 *J. Phys. A :Math. Gen.* **28** L119
- [6] Wang B H *et al* 1998 *Phys. Rev. E* **57** 2568
Wang B H *et al* 1998 *Physica A* **254** 122
Wang B H *et al* 1997 *J. Phys. Soc. Japan* **66** 3683
Wang L *et al* 1997 *Acta Phys. Sin.* (Overseas Edition) **6** 829
- [7] Wang B H *et al* 1998 *Acta Phys. Sin.* **47** 906 (in Chinese) [汪秉宏、邝乐琪、许伯铭 1998 物理学报 **47** 906]
Wang L and Wang B H 1999 *Acta Phys. Sin.* **48** 808 (in Chinese) [王 雷、汪秉宏 1999 物理学报 **48** 808]
Wang B H *et al* 2000 *J. Guangxi Normal University* **18** 1 (in Chinese) [汪秉宏、王 雷、许伯铭 2000 广西师范大学学报(自然科学版) **18** 1]
- [8] Lü X Y *et al* 1998 *Acta Phys. Sin.* **47** 1761 (in Chinese) [吕晓阳、刘慕仁、孔令江 1998 物理学报 **47** 1761]
- [9] Li H B *et al* 1998 *Acta Phys. Sin.* **47** 1769 (in Chinese) [李华兵、陈若航、刘慕仁、孔令江 1998 物理学报 **47** 1769]
- [10] Huang P H *et al* 2001 *Acta Phys. Sin.* **50** 30 (in Chinese) [黄乒花、孔令江、刘慕仁 2001 物理学报 **50** 30]
- [11] Lü X Y *et al* 2001 *Acta Phys. Sin.* **50** 1255 (in Chinese) [吕晓阳、孔令江、刘慕仁 2001 物理学报 **50** 1255]
- [12] Xue Y *et al* 2001 *Acta Phys. Sin.* **50** 445 (in Chinese) [薛 郁、董力耘、戴世强 2001 物理学报 **50** 445]
- [13] Derrida B ,Domany E and Mukamel D 1992 *J. Stat. Phys.* **69** 667
- [14] Cheybani S , Kertész J and Schreckenberg M 2001 *Phys. Rev. E* **63** 016107
- [15] Cheybani S , Kertész J and Schreckenberg M 2001 *Phys. Rev. E* **63** 016108
- [16] Huang D W and Tsai C W 2001 *Phys. Rev. E* **63** 012101

A study on an improved Nagel-Schreckenberg traffic flow model with open boundary conditions *

Tan Hui-Li Liu Mu-Ren Kong Ling-Jiang

(Department of Physics and Electronic Science ,Guangxi Normal University ,Guilin 541004 ,China)

(Received 11 March 2002 ; revised manuscript received 21 May 2002)

Abstract

Using the improved Nagel-Schreckenberg traffic model with open boundary conditions ,we present the fundamental diagrams of traffic flow under different parameters by numerical simulation .It turns out that the traffic flow of the improved Nagel-Schreckenberg model is greater than that of the Nagel-Schreckenberg model ,then we analyse the characters and critical points of the transition from free flow phase to maximum current phase and the transition from jamming phase to free flow phase .

Keywords : cellular automaton , traffic flow , open boundary condition , phase transition

PACC : 0550

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 10062001) ,and by the Natural Science Foundation of Guangxi Zhuang Autonomous Region ,China (Grant No. 0007017) and by the Foundation for University Key Teachers from the Ministry of Education , China .