

# 用线性变换方法计算二维正方晶胞正 $n$ 边形直柱光子晶体的带隙结构\*

庄 飞<sup>1,2)</sup> 吴 良<sup>1)</sup> 何赛灵<sup>1)</sup>

<sup>1)</sup> 浙江大学现代光学仪器国家重点实验室, 光及电磁波研究中心, 杭州 310027)

<sup>2)</sup> 杭州师范学院理学院, 杭州 310012)

(2002 年 4 月 28 日收到, 2002 年 5 月 21 日收到修改稿)

用线性变换方法推导了二维正方晶胞正  $n$  边形直柱光子晶体的带隙计算公式. 采用线性变换方法可以简单地处理平面波展开方法中  $\epsilon^{-1}(r)$  的 Fourier 变换系数, 使得相应的带隙计算变得简单有效. 在固定填充率  $f=0.4$  的情况下, 计算了砷化镓 ( $\epsilon=11.4$ ) 材料的正  $n$  边形直柱光子晶体带隙结构. 发现随着  $n$  的增加, 光子晶体的对称性相应提高, 最大带隙的大小出现单调下降趋势. 当  $n$  趋向于无穷大的时候, 计算的正  $n$  边形直柱光子晶体的带隙趋向于零, 与圆柱的情况完全相符.

关键词: 平面波展开方法, 线性变换, 正  $n$  边形直柱, 带隙, 对称性

PACC: 7820P, 4270Q

## 1. 引 言

光子晶体是周期性排列的介质或者金属结构. 对于某些频率范围, 光子晶体反射所有入射方向上电磁波的所有偏振态, 晶体就被称为有一个完整的光子禁带. 频率处在禁带范围内所有模式的光及电磁波都不能在其中传播. 光子晶体禁带的这一特点具有广阔的应用前景. 光子晶体的许多应用都是基于光子禁带的存在与大小. 因此在理论上计算禁带, 研究带隙随着光子晶体结构改变的变化规律具有重要的实际意义.

近年来, 人们对二维<sup>[1-3]</sup>和三维光子晶体<sup>[4-8]</sup>做了许多研究. 由于二维光子晶体在可见光和红外光这一频率范围内很容易构造光子禁带<sup>[9-12]</sup>, 同时二维光子晶体有许多重要的应用, 如激光二极管反馈镜, 光子纤维等<sup>[13]</sup>. 所以, 研究二维光子晶体的禁带有很大的实用价值.

计算二维光子晶体禁带常用的方法有平面波展开方法<sup>[14-16]</sup>、时域有限差分法 (FDTD)<sup>[17-20]</sup>、等效介质法<sup>[21]</sup>、特征矩阵法<sup>[22]</sup>、多重散射法<sup>[23, 24]</sup>等等. 在前面的工作中<sup>[25, 26]</sup>, 可以发现, 通过不同的方式降低光

子晶体的对称性, 可以使得光子晶体的带隙变大. Zhang 等<sup>[27]</sup>的工作显示降低光子晶体的对称性意味着能带结构去简并, 可以明显的增大带隙. 对于二维正  $n$  边形直柱光子晶体, 可以看到随着  $n$  的增加, 光子晶体的对称性相应提高, 因此可以预计完全禁带的大小会单调的减小. 而且, 当  $n$  趋向于无穷大的时候, 计算的正  $n$  边形直柱光子晶体的带隙结果与圆柱的情况会完全相符.

然而, 计算任意正  $n$  边形直柱光子晶体用普通的计算方法会变得很复杂, 编程很繁. 因此我们采用线性变换方法, 将复杂的计算转化为一组较为简单的合适变换来实现. 文献<sup>[28, 29]</sup>的工作显示了用转动变换的处理方法, 可以有效的处理不同方向排列的光子晶体的带隙结构. 同样, 在处理正  $n$  边形直柱光子晶体的时候, 可以采取以下的具体变换来实现: 1) 计算一个等腰直角三角形的介质分布, 得到一个较为简单的计算结果; 2) 通过转动  $\pi/4$  得到另外一个方向的介质分布计算结果; 3) 在保持外接圆半径不变的情况下, 通过压缩变换转化为圆心角为  $2\pi/n$  的等腰三角形介质分布的计算结果; 4) 通过转动  $(i-1)2\pi/n$  ( $i=1, 2, \dots, n$ ) 分别得到第  $i$  个等腰三角形的介质分布, 最后得到正  $n$  边形直柱光子晶

\* 国家自然科学基金重点项目(批准号: 90101024)和国家博士后科学基金(批准号: 200228)资助的课题.

体介质展开 Fourier 系数的计算结果. 这样做的好处是, 可以从简单的计算结果出发, 得到任意正  $n$  边形直柱光子晶体介质分布的计算结果, 使得计算过程的物理意义和数学表达都变得清晰明了.

本文, 以砷化镓 ( $\epsilon = 11.4$ ) 材料为例, 用平面波展开方法并结合线性变换方法计算了二维正方结构正  $n$  边形直柱光子晶体的带隙. 分析表明, 采用线性变换方法可以简化计算. 同时, 带隙计算结果显示当  $n$  增加时, 光子晶体的对称性随之提高, 带隙的大小趋于单调减小. 当  $n$  趋向于无穷大的时候, 带隙趋向于零, 与圆柱的情况趋于一致.

## 2. 平面波展开方法

采用标准的平面波展开方法<sup>[1]</sup>来计算二维正方结构正  $n$  边形直柱光子晶体的带隙结构, 我们采用砷化镓 ( $\epsilon_2 = 11.4$ ) 材料, 背景为空气 ( $\epsilon_1 = 1$ ).

在  $H$  极化和  $E$  极化的情况下, 关于  $H_k(\mathbf{r})$  和  $E_k(\mathbf{r})$  的方程分别为

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[ \frac{1}{\epsilon(\mathbf{r})} \frac{\partial H_k(\mathbf{r})}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[ \frac{1}{\epsilon(\mathbf{r})} \frac{\partial H_k(\mathbf{r})}{\partial y} \right] + \frac{\omega^2}{c^2} H_k(\mathbf{r}) = 0, \quad (1)$$

$$\frac{1}{\epsilon(\mathbf{r})} \left[ \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right] E_k(\mathbf{r}) + \frac{\omega^2}{c^2} E_k(\mathbf{r}) = 0. \quad (2)$$

将  $\frac{1}{\epsilon(\mathbf{r})}$ ,  $E_k(\mathbf{r})$ ,  $H_k(\mathbf{r})$  分别展开为平面波,

$$\frac{1}{\epsilon(\mathbf{r})} = \sum_{\mathbf{G}} \epsilon^{-1}(\mathbf{G}) e^{i\mathbf{G} \cdot \mathbf{r}}, \quad (3)$$

$$H_k(\mathbf{r}) = \sum_{\mathbf{G}} H_{k+\mathbf{G}} e^{i(\mathbf{k}+\mathbf{G}) \cdot \mathbf{r}}, \quad (4)$$

$$E_k(\mathbf{r}) = \sum_{\mathbf{G}} E_{k+\mathbf{G}} e^{i(\mathbf{k}+\mathbf{G}) \cdot \mathbf{r}}. \quad (5)$$

将 (3) (4) 和 (5) 式代入 (1) 和 (2) 两式, 得到下面的本征方程:

$$\sum_{\mathbf{G}} (\mathbf{k} + \mathbf{G}) \cdot (\mathbf{k} + \mathbf{G}') \epsilon^{-1}(\mathbf{G} - \mathbf{G}') H_{k+\mathbf{G}} = \frac{\omega^2}{c^2} H_{k+\mathbf{G}}, \quad (6)$$

$$\sum_{\mathbf{G}} |\mathbf{k} + \mathbf{G}| \epsilon^{-1}(\mathbf{G} - \mathbf{G}') |\mathbf{k} + \mathbf{G}'| E_{k+\mathbf{G}} = \frac{\omega^2}{c^2} E_{k+\mathbf{G}}. \quad (7)$$

对于正方晶胞中二维正  $n$  边形直柱光子晶体, 计算带隙最重要的是计算  $\epsilon^{-1}(\mathbf{r})$  的 Fourier 变换系数  $\epsilon^{-1}(\mathbf{G})$ . 用普通的方法, 积分很复杂, 编程很繁.

下一节, 给出线性变换方法的理论, 然后计算线性变换后的  $\epsilon^{-1}(\mathbf{G})$ , 求出本征频率  $\omega$ .

## 3. 线性变换方法

考虑任意一个光子晶体, 其介电常量为空间的函数, 设为  $\epsilon(\mathbf{r})$ . 一般的可以有

$$\begin{aligned} \epsilon(\mathbf{r}) &= \epsilon_1 + \alpha(\mathbf{r}) (\epsilon_2 - \epsilon_1), \\ \alpha(\mathbf{r}) &= \begin{cases} 1 & \mathbf{r} \in \text{直柱}; \\ 0 & \mathbf{r} \notin \text{直柱}, \end{cases} \end{aligned} \quad (8)$$

式中  $\epsilon_1$ ,  $\epsilon_2$  分别为背景的电容率和介质柱的电容率.

$\epsilon^{-1}(\mathbf{r})$  的 Fourier 变换系数为

$$\begin{aligned} \epsilon^{-1}(\mathbf{G}) &= \int_{\text{原胞}} \epsilon^{-1}(\mathbf{r}) e^{-i\mathbf{G} \cdot \mathbf{r}} d\mathbf{r} \\ &= \int_{\text{原胞}} \epsilon_1^{-1} e^{-i\mathbf{G} \cdot \mathbf{r}} d\mathbf{r} + \frac{1}{S_0} \int_s (\epsilon_2^{-1} - \epsilon_1^{-1}) e^{-i\mathbf{G} \cdot \mathbf{r}} d\mathbf{r} \\ &= \begin{cases} f_n \times \epsilon_2^{-1} + (1 - f_n) \times \epsilon_1^{-1} & \mathbf{G} = 0; \\ (\epsilon_2^{-1} - \epsilon_1^{-1}) \frac{1}{S_0} \int_{-\infty}^{+\infty} \alpha(\mathbf{r}) e^{-i\mathbf{G} \cdot \mathbf{r}} d\mathbf{r} & \mathbf{G} \neq 0, \end{cases} \end{aligned} \quad (9)$$

式中  $f_n = s/s_0$  为正  $n$  边形直柱光子晶体的填充率,  $s$  为正  $n$  边形的截面积,  $s_0$  为晶胞的面积. 定义线性变换操作算符, 它是作用在矢量上的一个操作, 可以用常数矩阵表示. 这种线性操作算符还可以细分为表示伸缩变换的操作  $T_s$  和转动变换的操作  $T_r$ . 下面具体讨论线性变换. 假设线性操作算符  $T = T_{r,s}$  为一个在三维正交坐标系中与时间和位置无关的常数满秩矩阵.

在线性变化下,

$$\begin{aligned} \epsilon_T(\mathbf{r}) &= \epsilon(\mathbf{Tr}) \\ &= \epsilon_1 + \alpha(\mathbf{Tr}) (\epsilon_2 - \epsilon_1). \end{aligned} \quad (10)$$

对应的填充率为  $f_T = f |T^{-1}|$ , 这里  $f$  是变换之前的光子晶体介质分布的填充率,  $f_T = f_n = 0.4$  是最后的正  $n$  边形直柱的总填充率,  $T^{-1}$  是  $T$  的逆,  $|T^{-1}|$  是  $T^{-1}$  的行列式. 则介质变换的 Fourier 系数  $\epsilon_T^{-1}(\mathbf{G})$  为

$$\begin{aligned} \epsilon_T^{-1}(\mathbf{G}) &= \begin{cases} f_T \times \epsilon_2^{-1} + (1 - f_T) \times \epsilon_1^{-1} & \mathbf{G} = 0; \\ (\epsilon_2^{-1} - \epsilon_1^{-1}) \frac{1}{S_0} \int_{-\infty}^{+\infty} \alpha(\mathbf{Tr}) e^{-i\mathbf{G} \cdot \mathbf{r}} d\mathbf{r} & \mathbf{G} \neq 0, \end{cases} \\ &= \begin{cases} |T^{-1}| f \times \epsilon_2^{-1} + (1 - |T^{-1}| f) \times \epsilon_1^{-1} & \mathbf{G} = 0; \\ |T^{-1}| \epsilon^{-1}((T^{-1})^T \mathbf{G}), & \mathbf{G} \neq 0. \end{cases} \end{aligned} \quad (11)$$

从上面的方程, 可以看到  $\epsilon_T^{-1}$  的 Fourier 系数可以按照转动倒格子矢量  $\mathbf{G}$  到  $\mathbf{G}' = (T^{-1})^T \mathbf{G}$  后的  $\epsilon^{-1}(\mathbf{G}')$  计算出来. 我们希望通过一系列的变换使得直接计算很难的过程变得简单明了. 举例来说, 伸缩变换  $T_s$  可以看作是沿着  $x$  方向伸缩  $R_1$  倍, 沿着  $y$  方向伸缩  $R_2$  倍的线性变换. 在二维系统中,  $T_s$  为

$$T_s(R_1, R_2) = \begin{pmatrix} R_1^{-1} & 0 \\ 0 & R_2^{-1} \end{pmatrix}. \quad (12)$$

同理, 可以定义系统按照顺时针转动  $\alpha$  角度的线性变换转动后的变换矩阵为

$$T_r(\alpha) = \begin{pmatrix} \cos(-\alpha) & -\sin(-\alpha) \\ \sin(-\alpha) & \cos(-\alpha) \end{pmatrix}. \quad (13)$$

下面具体计算  $\epsilon^{-1}(\mathbf{G})$  的 Fourier 系数.

第一步: 首先构造一个等腰直角三角形的介质分布, 结果如图 1(c) 所示. 从 (9) 式看出, 主要就是计算下面的积分:

$$\mathbf{K}(\mathbf{G}) = \iint e^{-i(G_x x + G_y y)} \chi(\mathbf{r}) dx dy,$$

式中

$$\chi(\mathbf{r}) = \begin{cases} 1 & \mathbf{r} \in \text{直柱}; \\ 0 & \mathbf{r} \notin \text{直柱}. \end{cases}$$

计算结果如下:

1) 当  $G_x = 0, G_y = 0$ ,

$$\mathbf{K}(\mathbf{G}) = \int_0^a dx \int_0^{a-x} dy = \frac{1}{2} a^2; \quad (14a)$$

2) 当  $G_x \neq 0, G_y = 0$ ,

$$\mathbf{K}(\mathbf{G}) = \frac{-ia}{G_x} - \frac{1}{G_x^2} (e^{-iG_x a} - 1); \quad (14b)$$

3) 当  $G_x = 0, G_y \neq 0$ ,

$$\mathbf{K}(\mathbf{G}) = -\frac{ia}{G_y} - \frac{1}{G_y^2} [e^{-iG_y a} - 1]; \quad (14c)$$

4) 当  $G_x \neq 0, G_y \neq 0, G_y - G_x = 0$ ,

$$\mathbf{K}(\mathbf{G}) = \frac{ia}{G_y} e^{-iG_y a} + \frac{1}{G_x G_y} [e^{-iG_x a} - 1]; \quad (14d)$$

5) 当  $G_x \neq 0, G_y \neq 0, G_y - G_x \neq 0$ ,

$$\mathbf{K}(\mathbf{G}) = \frac{-e^{-iG_x a}}{(G_x - G_y)G_y} + \frac{e^{-iG_y a}}{(G_x - G_y)G_x}. \quad (14e)$$

第二步: 对图 1(a) 的介质分布, 通过旋转  $\pi/4$  的线性变换  $T_r(\pi/4)$ , 得到了图 1(b) 的介质分布形式. 相应的变换矩阵为

$$T_r(\pi/4) = \begin{pmatrix} \sqrt{2}/2 & \sqrt{2}/2 \\ -\sqrt{2}/2 & \sqrt{2}/2 \end{pmatrix}. \quad (15)$$

第三步: 将图 1(b) 的介质分布, 在保持斜边不变的

情况下, 通过压缩等腰三角形顶角到  $\alpha = 2\pi/n$ . 因此,  $R_1, R_2$  必须具有如下的形式:

$$R_1 = \cos(\alpha/2) \frac{\sqrt{2}}{2}, R_2 = \sin(\alpha/2) \frac{\sqrt{2}}{2}, \text{如图 1(c)}$$

所示. 相应的变换矩阵为

$$T_s(R_1, R_2) = \begin{pmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2} / \cos(\alpha/2) & 0 \\ 0 & \frac{\sqrt{2}}{2} / \sin(\alpha/2) \end{pmatrix}. \quad (16)$$

第四步: 将图 1(c) 的介质分布, 通过旋转不难产生正  $n$  边形直柱光子晶体的整体介质分布. 多边形沿着逆时针第  $i$  个三角形可以从上面得到的结果, 通过逆时针旋转  $\beta_i = -(i-1)\alpha$  得到, 因此第  $i$  个三角形的变换矩阵

$$\begin{aligned} T_r(\beta_i) &= \begin{pmatrix} \cos(-\beta_i) & -\sin(-\beta_i) \\ \sin(-\beta_i) & \cos(-\beta_i) \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} \cos((i-1)\alpha) & -\sin((i-1)\alpha) \\ \sin((i-1)\alpha) & \cos((i-1)\alpha) \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (17)$$

由以上的分析, 最后的关于正  $n$  多边形的逆时针的第  $i$  个等腰三角形的变换矩阵为

$$T_i = T_r(\beta) T_s(R_1, R_2) T_r(\alpha). \quad (18)$$

这样, 可以从方程 (26) 得到  $\mathbf{G}' = (T^{-1})^T \mathbf{G}$ . 最后的介质分布如图 1(d) 所示.

按照以上的线性变换理论的分析 and 操作步骤, 正  $n$  边形直柱第  $i$  个等腰三角形的  $\epsilon_i^{-1}(\mathbf{r})$  的 Fourier 变换系数  $\epsilon_i^{-1}(\mathbf{G})$  的计算公式

$$\epsilon_i^{-1}(\mathbf{G}) = |T_i^{-1}| \mathbf{K}(\mathbf{G}') = |T_i^{-1}| I((T_i^{-1})^T \mathbf{G}). \quad (19)$$

最后不难得到正  $n$  边形直柱光子晶体总的介质 Fourier 变换系数

$$\epsilon^{-1}(\mathbf{G}) = \sum_{i=1}^n \epsilon_i^{-1}(\mathbf{G}). \quad (20)$$

对于  $\mathbf{G} = 0$ , 要特别处理一下, 但因为多边形的填充率  $f_n = f_T = 0.4$  已知, 不难求得

$$\epsilon^{-1}(0) = |T^{-1}| \frac{1}{\epsilon_2} f + \frac{1}{\epsilon_1} (1 - |T^{-1}| f). \quad (21)$$

以上关于线性变换的分析是基于文献 [28, 29] 的工作.

## 4. 结果与讨论

下面计算正方晶格任意正  $n$  边形直柱光子晶体的带隙, 以图 1(d) 作为计算的模型. 为了验证以

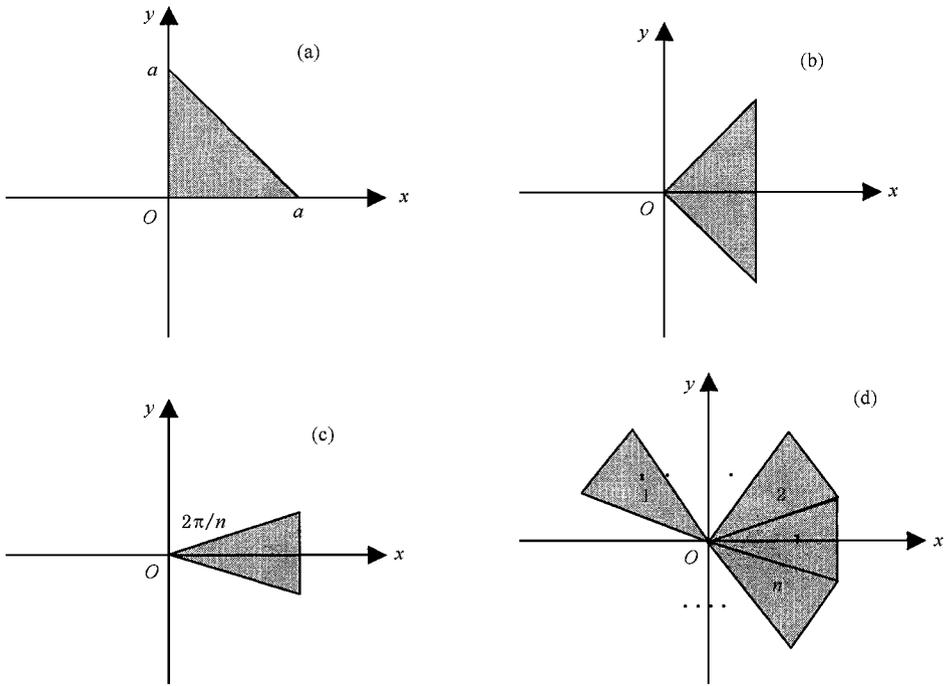


图 1 线性变换的示意图 (a)为等腰直角三角形的介质分布,腰长为  $a$  (b)为不改变形状,顺时针旋转  $\pi/4$  的线性变换 (c)为在保持外接圆半径不变的情况下,沿着  $x, y$  分别压缩  $R_1, R_2$  倍 (d)为通过转动  $\beta_i = -(i - 1)\alpha$  得到逆时针方向第  $i$  个小等腰三角形的线性变换,取遍所有的  $i$  值,得到最终的正  $n$  边形

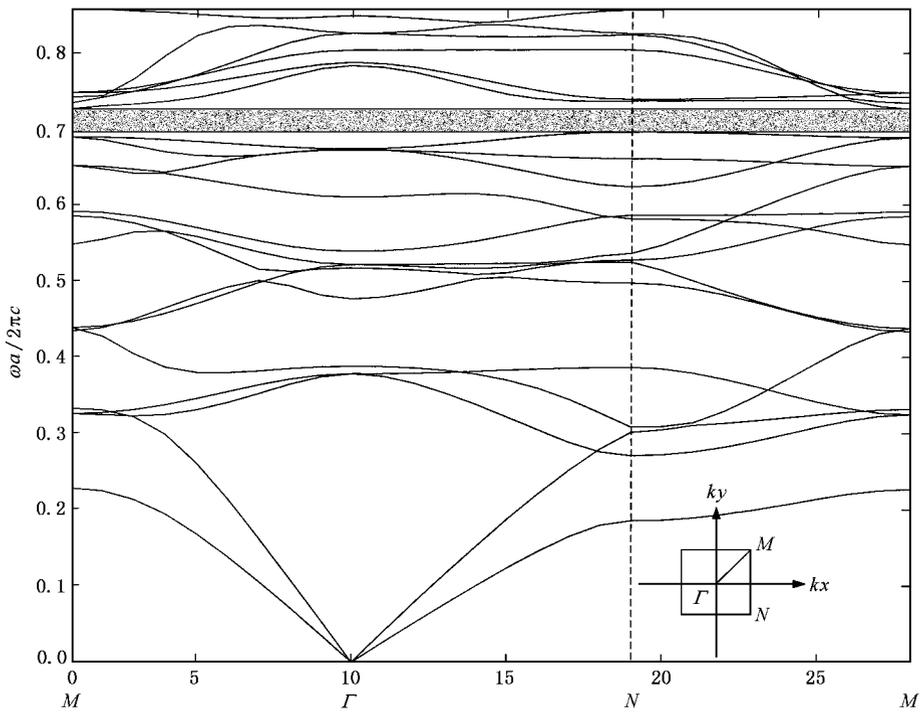


图 2 在固定  $f=0.4, n=4$  的情况下,取砷化镓作为具体的计算材料,用线性变换方法计算出来的带隙结构图,与普通算法的结果完全一致

上线性变换方法计算结果的正确性,以砷化镓为例

做具体的计算.图 2 是取  $n=4$  时计算出来了带隙结

构图,与直接积分计算出来的带隙结构图完全一样.从而,证明了我们以上分析的正确性.

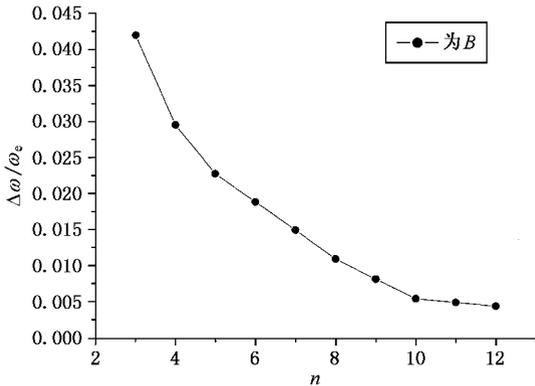


图3 在  $n$  变化的情况下,计算出来的带隙大小变化规律图.可以发现,随着  $n$  的增加,带隙出现单调减小的趋势,当  $n$  趋向于无穷大的时候,带隙大小与圆柱情况完全一致.

为了便于比较正  $n$  边形直柱砷化镓光子晶体的带隙大小与  $n$  的关系,可以固定填充率  $f_n$  的数值,令  $f_n = 0.4$ .当  $f$  固定时,正  $n$  边形的外接圆的半径  $r$  为

$$r = \sqrt{\frac{2f_n}{n \sin(2\pi/n)}}. \quad (22)$$

这样可以比较  $f$  固定的情况下,  $n$  的改变引起的带隙大小变化的规律.下面,  $n$  取自然数 3, 4, 5, ... 计算带隙的大小,将计算的结果画在图 3 中.从图 3 可以看到,随着  $n$  的增加带隙的大小出现了单调的减少.那是因为  $n$  增加时,光子晶体的对称性会相应提高,带隙结构简并情况会更加明显,因此相应的带隙变小.当  $n$  趋于无穷,计算出的正  $n$  边形直柱的带隙大小趋向于零,与圆柱的情形相符合.

## 5. 结 论

用线性变换方法,计算了二维正方晶胞正  $n$  边形砷化镓直柱光子晶体的带隙结构.由于采用了线性变换方法,使得介质平面波展开 Fourier 系数的计算变得简单和可操作.在固定  $f = 0.4$  的情况下,计算不同  $n$  情况下的带隙大小,发现随着  $n$  的增加,光子晶体的对称性随之提高,由于能带简并的原因使得带隙的大小呈现单调的下降.

- [ 1 ] Plihal M and Maradudin A A 1991 *Phys. Rev. B* **44** 8565
- [ 2 ] McCall S L, Platzman P M, Dalichaouch R *et al* 1991 *Phys. Rev. Lett.* **67** 2071
- [ 3 ] Villeneuve P R and Piche M L 1991 *Opt. Soc. Am. A* **8** 1296
- [ 4 ] Yablonovitch E *et al* 1998 *Phys. Rev. Lett.* **63** 1950  
Yablonovitch E, Gmitter T J and Leung K M 1991 *Phys. Rev. Lett.* **67** 2295
- [ 5 ] Leung K M and Liu Y F 1990 *Phys. Rev. Lett.* **65** 2646
- [ 6 ] Zhang Z and Satpathy S 1990 *Phys. Rev. Lett.* **65** 2650
- [ 7 ] Ho K M, Chan C T *et al* 1990 *Phys. Lett.* **65** 3152  
Chan C T, Ho K M, Chan C T and Soukoulis C M 1991 *Europhys. Lett.* **16** 563
- [ 8 ] Xie S Y, Yang Y P, Lin Z X and Wu X 1999 *Acta Phys. Sin.* **48** 1459 (in Chinese) 谢双媛、羊亚平、林志新、吴 翔 1999 物理学报 **48** 1459 ]
- [ 9 ] Krauss T F, De La Rue R and Band S 1996 *Nature* **383** 699
- [ 10 ] Gruning U, Lehmann V, Ottow S and Busch K 1996 *Appl. Phys. Lett.* **68** 747
- [ 11 ] Inoue K *et al* 1996 *Phys. Rev. B* **53** 1010
- [ 12 ] Lin H B *et al* 1996 *Appl. Phys. Lett.* **68** 2927
- [ 13 ] Bullock D L, Shih C and Margulies R S 1993 *J. Opt. Soc. Am. B* **10** 399
- [ 14 ] Ho K M, Chan C T and Soukoulis C M 1990 *Phys. Rev. Lett.* **65** 3152
- [ 15 ] Leung K M and Liu Y F 1990 *Phys. Rev. Lett.* **65** 2646
- [ 16 ] Zhang Z and Satpathy S 1990 *Phys. Rev. Lett.* **65** 2650
- [ 17 ] Qiu M and He S L 2000 *J. Appl. Phys.* **87** 8268
- [ 18 ] Chan C T, Yu Q L and Ho K M 1995 *Phys. Rev. B* **51** 16635
- [ 19 ] Ward A J and Pendry J B 1996 *J. Mod. Opt.* **43** 773
- [ 20 ] Ward A J and Pendry J B 1998 *Phys. Rev. B* **58** 7252
- [ 21 ] Shen L F *et al* 2002 *Acta. Phys. Sin.* **51** 1133 (in Chinese) 沈林放等 2002 物理学报 **51** 1133 ]
- [ 22 ] Wang H *et al* 2001 *Acta. Phys. Sin.* **50** 2172 (in Chinese) 王辉等 2001 物理学报 **50** 2172 ]
- [ 23 ] Wang X, Zhang X, Yu Q and Harmon B N 1993 *Phys. Rev. B* **47** 4161
- [ 24 ] Leung K M and Qiu Y 1993 *Phys. Rev. B* **48** 7767
- [ 25 ] Zhuang F *et al* 2002 *Acta. Phys. Sin.* **51** 355 (in Chinese) 庄飞等 2002 物理学报 **51** 355 ]
- [ 26 ] Zhuang F, Wu L, Xiao S S and He S L 2002 *Chin. Phys. Lett.* **19** 73
- [ 27 ] Zhang X D and Zhang Z Q 2000 *Phys. Rev. B* **61** 9847
- [ 28 ] Wang R Z, Wang X H, Gu B Y and Yang G Z 2001 *J. Appl. Phys.* **90** 4307
- [ 29 ] Wang X H, Gu B Y, Li Z Y and Yang G Z 1999 *Phys. Rev. B* **60** 11417

# Band structures of two-dimensional photonic crystals with regular polygon cylinders calculated by linear operations<sup>\*</sup>

Zhuang Fei<sup>1,2)</sup> Wu Liang<sup>1)</sup> He Sai-Ling<sup>1)</sup>

<sup>1)</sup> State Key Laboratory of Modern Optical Instrumentation, Centre for Optical and Electromagnetic Research, Zhejiang University, Hangzhou 310027, China)

<sup>2)</sup> Department of Physics, Hangzhou Teachers College, Hangzhou 310012, China)

( Received 28 April 2002 ; revised manuscript received 21 May 2002 )

## Abstract

Linear operations are introduced to obtain an explicit calculation formula for photonic crystals with a stape of  $n$ -sided regular polygon cylinder. One can see that it is easier to calculate the Fourier transforms of  $\epsilon^{-1}(\mathbf{r})$  by the plane-wave expansion method using linear operations. Fixing  $f = 0.4$  and  $\epsilon = 11.4$ , we calculate the absolute band gaps of the photonic crystal. It is shown that the symmetry of the photonic crystal rises as  $n$  increases and the photonic crystal band gaps reduce gradually. When  $n$  tends to infinite, the obtained result corresponds to that of a photonic crystal with a shape of circular.

**Keywords** : wave-plane expansion, linear operation, regular polygon cylinder, complete band gaps, asymmetry

**PACC** : 7820P, 4270Q

<sup>\*</sup> Project supported by the Key Program of the National Natural Science Foundation of China ( Grant No. 90101024 ) and by the Science Foundation for Post Doctorate of China ( Grant No. 200228 ).