

地面对激光雷达信号散射的统计研究*

郭冠军^{1,2)} 邵 芸¹⁾

¹⁾ 中国科学院遥感应用研究所信息开放实验室, 北京 100101)

²⁾ 安徽蚌埠坦克学院物理教研室, 蚌埠 233013)

(2001 年 9 月 24 日收到, 2001 年 11 月 26 日收到修改稿)

从理论角度研究了利用高斯光束照射远场目标时, 激光散斑的统计特性. 导出了散射光场的自相关函数和光强度的二阶矩的解析表达式, 计算了激光散斑的面积. 研究表明: 在接收面上, 光强的分布与目标表面高度的相关长度和均方根高度密切相关, 激光散斑面积和散斑光强的相关系数只与激光束腰的尺度有关, 与目标的均方根高度和相关长度无关.

关键词: 激光散斑, 自相关函数, 高斯分布, 协方差

PACC: 0760L

1 引 言

早在上个世纪 60 年代初, 人们开始尝试着利用激光来测量地球卫星的轨道, 从那时起, 激光技术被用来测量一些重要的地理现象^[1-4], 如地极漂移、地壳形变和地球板块的漂移等. 虽然最初发展机载、星载激光测距系统主要是用来测量重要的地理现象, 但近十几年来, 这些系统逐渐被用来测量地球和其他行星的形貌, 例如人类成功地对火星实施了激光测绘^[5]. 采用脉冲宽度为纳秒甚至皮秒, 发散角为毫弧度、甚至达到微弧的激光器, 以高重复频率发射激光脉冲, 测量激光脉冲在激光器与目标之间传播时间来达到测距的目的, 通过对回波采样可以获取在激光脚印内目标的高度分布情况. 利用发射功率对回波功率进行归一化, 可获得目标的反射率. 当激光束从粗糙的目标表面反射时, 粗糙目标将对散射回波产生很大影响. 人们已对相干光和部分相干光产生的散斑图案的统计特性作了广泛的研究^[6-8]. 以往对激光散斑的研究主要局限于实验室内, 采用的是人造目标, 这与激光雷达探测目标所遇到的情况有很大区别, 激光雷达与目标之间的距离通常很远, 所探测的目标是一些自然的地物, 如地面、岩石和植被等. 由于目标的多样性和复杂性, 对脉冲激光雷达的研究相对较少. 虽然在雷达领域也会出现类似的

现象, 但是存在于雷达领域的散斑效应已得到了广泛的研究, Marcum 和 Sweiling^[9], Skolnik^[10]提出的经典脉冲雷达理论已能够较为精确地预言雷达性能, 雷达脉冲宽度和天线发散角度远远大于激光脉冲宽度和发散角, 微波波长也远大于光波波长, 目标的反射特性也存在着很大的差别, 处理微波散射的理论与方法不适用于光波的散射. 为了优化激光雷达系统设计和提高系统性能, 本文对机载和星载激光雷达系统在实际应用过程中, 地面目标产生的激光散斑效应进行了理论研究, 利用“惠更斯-菲涅尔原理”导出了接收平面上光场的自相关函数、光强的分布和光强度的二阶矩, 从理论上得出了散射光强与目标相关长度和均方根高度之间的关系, 计算了激光散斑的面积.

2 散射光场的自相关函数和光强度的分布

在激光雷达系统中, 激光发射系统发射高功率的脉冲, 大孔径的物镜用来收集地面微弱的散射回波, 激光雷达系统的探测原理图如图 1 所示. 在下面的理论研究中, 采用如下坐标系统, 令 $r = (x, y)$ 代表接收平面上的矢量坐标, $\rho = (\xi, \eta)$ 代表目标平均平面上的矢量坐标. 在下面的分析中, 不考虑光场随时间的变化. 在激光雷达系统中, 通常采用高斯光束

* 国家高技术研究发展计划(批准号 863-308-12-01(1))资助的课题.

(TEM₀₀)探测目标,在激光发射系统的出瞳处光场的分布为

$$U_0(\mathbf{r}) = u_0 \exp\left(-\frac{r^2}{w_0^2}\right), \quad (1)$$

在(1)式中, w_0 为激光束的束腰参数。

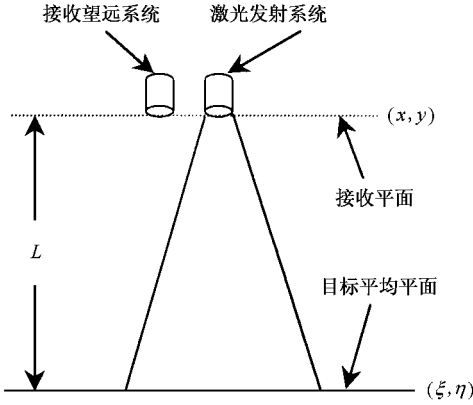


图1 激光雷达探测原理图(垂直入射)

令 L 代表目标与激光发射系统之间的距离,这个值通常很大,对于机载系统, L 通常为几千米.对于星载系统, L 的量级在几百千米.激光束腰的尺寸通常为毫米量级,如果在激光发射系统中采用扩束器,激光束腰为厘米量级.在激光雷达系统中,常用的激光器为 Nd:YAG,其波长 λ 为 1064nm, k 为入射光波的波数, $k = 2\pi/\lambda$,显然下式成立

$$L \gg \frac{kw_0^2}{2},$$

“夫琅和费衍射”条件^[11]得到满足,入射到目标表面上的光场可借助于“夫琅和费衍射”来求解.用 $U_i(\boldsymbol{\rho})$ 表示入射到目标表面上的光场,它可由

$$U_i(\boldsymbol{\rho}) = \frac{ku_0}{2\pi jL} \exp\left[jkL\left(1 + \frac{\rho^2}{2L^2}\right)\right] \cdot \int U_0(\mathbf{r}) \exp\left(-\frac{jk}{L}\boldsymbol{\rho} \cdot \mathbf{r}\right) d\mathbf{r} \quad (2)$$

求得.

为了表述方便,在上式中大气衰减因子被忽略了,大气的影可在最后的表达式中考虑进去,利用(1)式和(2)式,可得到入射到目标表面上的光场分布为

$$U_i(\boldsymbol{\rho}) = \frac{kw_0^2}{2jL} u_0 \exp\left[jkL\left(1 + \frac{\rho^2}{2L^2}\right)\right] \cdot \exp\left(-\frac{k^2 w_0^2}{4L^2} \rho^2\right). \quad (3)$$

激光脚印的直径等于激光束发散角与激光器到目标距离的乘积,由于激光束发散角为毫弧量级,甚

至可达微弧量级,因此,激光脚印的尺度远远小于激光器到目标的距离,在(3)式中, $\rho^2/L^2 \ll 1$,完全可以忽略.在这里主要关心的是目标表面上的光场分布,为了表述方便,(3)式中的相位常数因子被略去,(3)式可简化为

$$U_i(\boldsymbol{\rho}) = \frac{kw_0^2}{2L} u_0 \exp\left(-\frac{k^2 w_0^2}{4L^2} \rho^2\right). \quad (4)$$

从(4)式可以看出,入射到目标表面上的光场分布是高斯型的.在此处假设目标表面高度起伏引起的相位变化与入射光场的相位是相互独立的,这个假设在处理电磁波的散射时被广泛采用.设目标的振幅反射率为 R ,在非常靠近目标表面的一个观察平面上,反射光场可表示为

$$U_r(\boldsymbol{\rho}) = RU_i(\boldsymbol{\rho}) \exp[-j\phi(\boldsymbol{\rho})] \\ = RU_i(\boldsymbol{\rho}) \Phi(\boldsymbol{\rho}), \quad (5)$$

在(5)式中, $\Phi(\boldsymbol{\rho})$ 表示目标对散射光场的贡献, $\phi(\boldsymbol{\rho})$ 为目标表面的相位调节因子,用来描述入射光场在目标表面上的相位延迟,它是由于目标的高度起伏而引起的相位变化,散射光波相位的改变为

$$\phi(\boldsymbol{\rho}) = k(1 + \cos\theta)h(\boldsymbol{\rho}), \quad (6)$$

在(6)式中, θ 为光线的入射方向与目标平均平面法线之间的夹角, $h(\boldsymbol{\rho})$ 表示目标表面高度相对于平均平面的偏离.在此只限于讨论垂直入射的情况($\theta = 0$),散射光波的相位延迟为

$$\phi(\boldsymbol{\rho}) = 2kh(\boldsymbol{\rho}), \quad (7)$$

在此认为目标表面高度服从零均值的高斯分布,同样相位调节因子也具有相同的性质,相位调节因子的均方根(σ_ϕ)与目标表面高度的均方根(σ_h)之间的关系为

$$\sigma_\phi^2 = 4k^2 \sigma_h^2. \quad (8)$$

利用“惠更斯-菲涅耳原理”,可求得在接收平面上散射光场的分布

$$U(\mathbf{r}) = \frac{k}{2\pi jL} \exp(jkL) \int U_i(\boldsymbol{\rho}) \cdot \exp\left(\frac{jk}{2L}|\boldsymbol{\rho} - \mathbf{r}|^2\right) d\boldsymbol{\rho}. \quad (9)$$

在接收平面上光场的自相关函数为

$$\Gamma_i(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = \langle U(\mathbf{r}_1)U^*(\mathbf{r}_2) \rangle \\ = \left(\frac{kR}{2\pi L}\right)^2 \iint d\boldsymbol{\rho}_1 d\boldsymbol{\rho}_2 U_i(\boldsymbol{\rho}_1) \cdot U_i^*(\boldsymbol{\rho}_2) \langle \Phi(\boldsymbol{\rho}_1)\Phi^*(\boldsymbol{\rho}_2) \rangle \\ \cdot \exp\left(\frac{jk}{2L}|\mathbf{r}_1 - \boldsymbol{\rho}_1|^2 - \frac{jk}{2L}|\mathbf{r}_2 - \boldsymbol{\rho}_2|^2\right), \quad (10)$$

在(10)式中,符号 $\langle \dots \rangle$ 表示对目标表面求平均,符号 $*$ 代表复共轭.为了求解散射光场的自相关函数,相位因子的联合特征函数必须给出具体的表达式,由于认为目标表面高度是零均值的高斯分布,广泛采用的联合特征函数为^[12]

$$\begin{aligned} \langle \mathcal{A}(\boldsymbol{\rho}_1) \mathcal{A}^*(\boldsymbol{\rho}_2) \rangle &= \exp\{i[\mathcal{A}(\boldsymbol{\rho}_2) - \mathcal{A}(\boldsymbol{\rho}_1)]\} \\ &= \exp\{-\langle \phi^2 \rangle [1 - \mathcal{C}(\boldsymbol{\rho}_2 - \boldsymbol{\rho}_1)]\}, \end{aligned} \quad (11)$$

在(11)式中, $\mathcal{C}(\boldsymbol{\rho}_2 - \boldsymbol{\rho}_1)$ 是归一化的目标高度的相关函数,对于各向同性的表面,表面高度的相关函数为^[13-15]

$$\mathcal{C}(\boldsymbol{\rho}_2 - \boldsymbol{\rho}_1) = \exp\left(-\frac{|\boldsymbol{\rho}_2 - \boldsymbol{\rho}_1|^2}{d^2}\right), \quad (12)$$

在(12)式中, d 代表目标表面高度起伏的相关长度.为了求解积分(10)式,联合特征函数必须展开为泰勒级数

$$\begin{aligned} \langle \mathcal{A}(\boldsymbol{\rho}_1) \mathcal{A}^*(\boldsymbol{\rho}_2) \rangle &= \exp\{-\sigma_\phi^2 [1 - \mathcal{C}(\boldsymbol{\rho}_2 - \boldsymbol{\rho}_1)]\} \\ &= \exp(-\sigma_\phi^2) \exp\left[\sigma_\phi^2 \exp\left(-\frac{1}{d^2} |\boldsymbol{\rho}_2 - \boldsymbol{\rho}_1|^2\right)\right] \\ &= \exp(-\sigma_\phi^2) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\sigma_\phi^{2n}}{n!} \exp\left[-\frac{n}{d^2} |\boldsymbol{\rho}_2 - \boldsymbol{\rho}_1|^2\right]. \end{aligned} \quad (13)$$

由于激光发射系统到目标的距离远远大于激光脚印的尺度,作如下近似,

$$\begin{aligned} &\exp\left(\frac{jk}{2L} |\mathbf{r}_1 - \boldsymbol{\rho}_1|^2 - \frac{jk}{2L} |\mathbf{r}_2 - \boldsymbol{\rho}_2|^2\right) \\ &\cong \exp\left[\frac{jk}{2L} (r_1^2 - r_2^2)\right] \exp\left[\frac{jk}{L} (\mathbf{r}_2 \cdot \boldsymbol{\rho}_2 - \mathbf{r}_1 \cdot \boldsymbol{\rho}_1)\right]. \end{aligned}$$

为了求解积分(10)式,采用如下坐标变换,

$$\begin{aligned} \xi_- &= \frac{\xi_2 - \xi_1}{2}, \quad \xi_+ = \frac{\xi_2 + \xi_1}{2}; \\ \eta_- &= \frac{\eta_2 - \eta_1}{2}, \quad \eta_+ = \frac{\eta_2 + \eta_1}{2}. \end{aligned}$$

为了简化(10)式,作进一步的坐标变换

$$\begin{aligned} \mathbf{r}_+ &= \mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_2, \quad \mathbf{r}_- = \mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1; \\ x_+ &= x_1 + x_2, \quad y_+ = y_1 + y_2; \\ x_- &= x_2 - x_1, \quad y_- = y_2 - y_1. \end{aligned}$$

J 代表与坐标变换相关的“雅可比”行列式的值,其值由下式求得:

$$J = \begin{vmatrix} \frac{\partial \xi_1}{\partial \xi_+} & \frac{\partial \xi_2}{\partial \xi_+} & \frac{\partial \eta_1}{\partial \xi_+} & \frac{\partial \eta_2}{\partial \xi_+} \\ \frac{\partial \xi_1}{\partial \xi_-} & \frac{\partial \xi_2}{\partial \xi_-} & \frac{\partial \eta_1}{\partial \xi_-} & \frac{\partial \eta_2}{\partial \xi_-} \\ \frac{\partial \xi_1}{\partial \eta_+} & \frac{\partial \xi_2}{\partial \eta_+} & \frac{\partial \eta_1}{\partial \eta_+} & \frac{\partial \eta_2}{\partial \eta_+} \\ \frac{\partial \xi_1}{\partial \eta_-} & \frac{\partial \xi_2}{\partial \eta_-} & \frac{\partial \eta_1}{\partial \eta_-} & \frac{\partial \eta_2}{\partial \eta_-} \end{vmatrix}.$$

在坐标变换下,通过一系列的数学运算,得到了光场的自相关函数

$$\begin{aligned} \Gamma_U(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) &= \langle U(\mathbf{r}_1) U^*(\mathbf{r}_2) \rangle \\ &= J \left(\frac{k^2 R w_0^2 u_0}{4\pi L^2} \right)^2 \exp(-\sigma_\phi^2) \\ &\quad \cdot \exp\left(-\frac{jk}{2L} \mathbf{r}_- \cdot \mathbf{r}_+\right) \\ &\quad \cdot \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\sigma_\phi^{2n}}{n!} \left(\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} d\xi_- d\xi_+ d\eta_- d\eta_+ \right. \\ &\quad \cdot \exp\left[-\left(2\alpha + \frac{4n}{d^2}\right)(\xi_-^2 + \eta_-^2) \right. \\ &\quad \left. \left. - 2\alpha(\xi_+^2 + \eta_+^2)\right] \right. \\ &\quad \cdot \exp\left[\frac{jk}{L}(x_- \xi_+ + x_+ \xi_- \right. \\ &\quad \left. + y_- \eta_+ + y_+ \eta_-)\right] \\ &= (\beta R u_0)^2 \exp(-\sigma_\phi^2) \exp\left[-\frac{jk}{2L}(r_2^2 - r_1^2)\right] \\ &\quad \cdot \exp\left(-\frac{1}{2w_0^2} |\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1|^2\right) \\ &\quad \cdot \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\sigma_\phi^{2n}}{(2n + \beta^2)n!} \\ &\quad \cdot \exp\left[-\frac{\beta^2}{2(2n + \beta^2)} \cdot \frac{|\mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_2|^2}{w_0^2}\right]. \end{aligned} \quad (14)$$

在(14)式中, $\alpha = \left(\frac{kw_0}{2L}\right)^2$, $\beta = \frac{kw_0 d}{2L}$.利用(14)

式,可求得在接收平面上光强度的分布

$$\begin{aligned} \langle I(\mathbf{r}) \rangle &= \Gamma_U(\mathbf{r}, \mathbf{r}) = \langle U(\mathbf{r}) U^*(\mathbf{r}) \rangle \\ &= (R u_0 \beta)^2 \exp(-\sigma_\phi^2) \times \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\sigma_\phi^{2n}}{(\beta^2 + 2n)n!} \\ &\quad \cdot \exp\left[-\frac{2\beta^2}{\beta^2 + 2n} \cdot \frac{r^2}{w_0^2}\right]. \end{aligned} \quad (15)$$

3 光强度的自相关函数和光强度的协方差

对协方差的分析,可得出关于散射光场很有价值的统计特性,光强的协方差可由下式求出,

$$C_I(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = \langle I(\mathbf{r}_1)I(\mathbf{r}_2) \rangle - \langle I(\mathbf{r}_1) \rangle \langle I(\mathbf{r}_2) \rangle. \quad (16)$$

从(16)式可看出,为了求解光强度的协方差,首先要求解光强度的自相关函数.在此只考虑目标表面的不规则程度远大于入射光波波长的情况,在这种情况下,散射光场服从高斯统计,在接收平面上光强度的自相关函数与光场的自相关函数有如下关系:

$$\Gamma_I(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = \langle I(\mathbf{r}_1)I(\mathbf{r}_2) \rangle = \langle U(\mathbf{r}_1)U^*(\mathbf{r}_1)U(\mathbf{r}_2)U^*(\mathbf{r}_2) \rangle + |\Gamma_U(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)|^2 \quad (17)$$

利用(14)式、(15)式和(17)式,可得到光强度的自相关函数

$$\begin{aligned} \Gamma_I(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) &= \langle I(\mathbf{r}_1)I(\mathbf{r}_2) \rangle \\ &= \langle U(\mathbf{r}_1)U^*(\mathbf{r}_1)U(\mathbf{r}_2)U^*(\mathbf{r}_2) \rangle \\ &= (\beta Ru_0)^4 \exp(-2\sigma_\phi^2) \\ &\quad \cdot \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\sigma_\phi^{2(m+n)}}{(\beta^2 + 2m)(\beta^2 + 2n)m!n!} \\ &\quad \cdot \exp\left[-\frac{2\beta^2}{(2m + \beta^2)} \cdot \frac{r_1^2}{w_0^2}\right] \\ &\quad \cdot \exp\left[-\frac{2\beta^2}{(2n + \beta^2)} \cdot \frac{r_2^2}{w_0^2}\right] \\ &+ (\beta Ru_0)^4 \exp(-2\sigma_\phi^2) \exp\left(-\frac{|\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1|^2}{w_0^2}\right) \\ &\quad \cdot \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\sigma_\phi^{2(m+n)}}{(\beta^2 + 2m)(\beta^2 + 2n)m!n!} \\ &\quad \cdot \exp\left[-\frac{\beta^2(m+n+\beta^2)}{(2m+\beta^2)(2n+\beta^2)} \cdot \frac{|\mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_2|^2}{w_0^2}\right]. \end{aligned} \quad (18)$$

利用(15)和(18)式,可求得光强的协方差

$$\begin{aligned} C_I(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) &= \langle I(\mathbf{r}_1)I(\mathbf{r}_2) \rangle - \langle I(\mathbf{r}_1) \rangle \langle I(\mathbf{r}_2) \rangle \\ &= (\beta Ru_0)^4 \exp(-2\sigma_\phi^2) \exp\left(-\frac{|\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1|^2}{w_0^2}\right) \\ &\quad \times \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\sigma_\phi^{2(m+n)}}{(\beta^2 + 2m)(\beta^2 + 2n)m!n!} \\ &\quad \times \exp\left[-\frac{\beta^2(m+n+\beta^2)}{(2m+\beta^2)(2n+\beta^2)} \cdot \frac{|\mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_2|^2}{w_0^2}\right]. \end{aligned} \quad (19)$$

4 光场的自相关函数、平均光强和光强协方差的简化表达式

从上节可看出,光场的自相关函数、光强分布和光强度的自相关函数是无穷级数之和,由于太复杂而不便于应用,为此需要寻找简化上述公式的方法.由于所讨论粗糙表面的不规则尺度远大于入射光的波长,因此表面高度起伏而引起相位涨落的均方根值远大于1,即 $\sigma_\phi \gg 1$,这意味着对积分(10)式的主要贡献来自于 $|\boldsymbol{\rho}_2 - \boldsymbol{\rho}_1|$ 非常狭小的区域.在下面(20)式的泰勒展开式中,保留到前两项就可以达到足够的精度,

$$\exp\left(-\frac{|\boldsymbol{\rho}_2 - \boldsymbol{\rho}_1|^2}{d^2}\right) \cong 1 - \frac{|\boldsymbol{\rho}_2 - \boldsymbol{\rho}_1|^2}{d^2}. \quad (20)$$

利用(20)式,联合特征函数可表述为

$$\begin{aligned} &\langle \Phi(\boldsymbol{\rho}_1)\Phi^*(\boldsymbol{\rho}_2) \rangle \\ &= \langle \exp\{i[\Phi(\boldsymbol{\rho}_2) - \Phi(\boldsymbol{\rho}_1)]\} \rangle \\ &= \exp\left(-\sigma_\phi^2 \frac{|\boldsymbol{\rho}_2 - \boldsymbol{\rho}_1|^2}{d^2}\right). \end{aligned} \quad (21)$$

上面的近似在很大程度上简化了积分(10)式,采用与第2节相同的坐标变换,可得到在接收平面上散射光场的自相关函数

$$\begin{aligned} \Gamma_U(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) &= \langle U(\mathbf{r}_1)U^*(\mathbf{r}_2) \rangle \\ &= \frac{(\beta Ru_0)^2}{\beta^2 + 2\sigma_\phi^2} \exp\left[-\frac{jk}{2L}(r_2^2 - r_1^2)\right] \\ &\quad \cdot \exp\left(-\frac{|\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1|^2}{2w_0^2}\right) \\ &\quad \cdot \exp\left(-\frac{\beta^2}{\beta^2 + 2\sigma_\phi^2} \cdot \frac{|\mathbf{r}_2 + \mathbf{r}_1|^2}{2w_0^2}\right). \end{aligned} \quad (22)$$

利用(22)式,可得出在接收平面上散射光强的分布

$$\begin{aligned} \langle I(\mathbf{r}) \rangle &= \Gamma_U(\mathbf{r}, \mathbf{r}) = \langle U(\mathbf{r})U^*(\mathbf{r}) \rangle \\ &= \frac{(\beta Ru_0)^2}{\beta^2 + 2\sigma_\phi^2} \exp\left(-\frac{2\beta^2}{\beta^2 + 2\sigma_\phi^2} \cdot \frac{r^2}{w_0^2}\right). \end{aligned} \quad (23)$$

L 为激光发射装置到目标的距离.对机载系统, L 通常为几千米,对星载系统, L 的量级为几百千米, w_0 为激光束腰,通常在毫米量级,如果在激光发射系统中,采用扩束器,激光束腰为厘米量级.对地面目标来讲,目标表面的相关长度一般大于目标的均方根高度,但一般不超过一个数量级^[16],因此

可得

$$\frac{\sigma_\phi}{\beta} = 4 \frac{\sigma_h}{d} \cdot \frac{L}{w_0} \gg 1. \quad (24)$$

利用(23)式和关系式(24),可得到

$$\frac{\langle \mathcal{K}(\mathbf{r}) \rangle}{I_0} \cong \frac{1}{32} R^2 \left(\frac{w_0}{L} \right)^2 \left(\frac{d}{\sigma_h} \right)^2 \cdot \exp \left[- \frac{1}{16} \left(\frac{d}{\sigma_h} \right)^2 \frac{r^2}{L^2} \right]. \quad (25)$$

在(25)式中, $I_0 = u_0^2$ 是激光发射系统出瞳中心处的光强. 从(25)式可看出, 在接收平面上散射光强的分布与目标表面的自相关长度和均方根高度的比值密切相关. 就作者所知, 该公式未出现在任何文献上. 它清楚地表明了散射光强与目标表面粗糙度之间的依赖关系. 光滑表面的均方根高度值要小于较粗糙表面的均方根高度值; 另一方面, 光滑表面的相关长度要大于粗糙表面的相关长度. 从(25)式可看出, 对于具有相同反射率的目标, 较光滑的表面后向散射的激光能量要显著大于粗糙表面所散射的能量. 这种现象说明了较粗糙表面其散射能量较为均匀地分布在半球空间, 较光滑的表面其散射能量在入射方向较大(在此只限于讨论垂直入射情况). (25)式表明目标越粗糙, 其反射特性越接近于朗伯表面. (25)式定量描述了目标的粗糙度对采用能量检测方式激光雷达探测性能的影响. 随着表面变得粗糙, 激光雷达的信噪比(SNR)将会显著降低. 设激光发射系统到目标的距离为 1000m, 激光束腰为 1mm, $\mathcal{K}(0)$ 代表接收物镜中心处的光强度, 从图 2 可看出接收物镜中心处的光强与目标均方根高度和相关长度的关系.

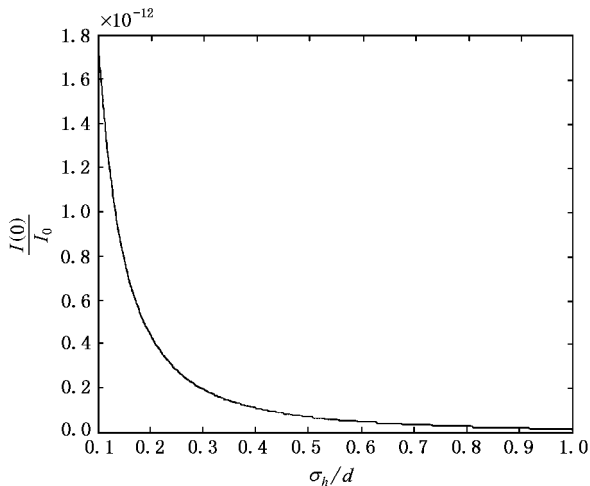


图 2 光强与目标粗糙度的关系曲线

利用(17)式、(22)和(23)式,可得到光强的自相关函数

$$\begin{aligned} \Gamma_I(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) &= \langle \mathcal{K}(\mathbf{r}_1) \mathcal{K}(\mathbf{r}_2) \rangle \\ &= \langle U(\mathbf{r}_1) U^*(\mathbf{r}_1) U(\mathbf{r}_2) U^*(\mathbf{r}_2) \rangle \\ &= \frac{(\beta u_0 R)^4}{(\beta^2 + 2\sigma_\phi^2)^2} \exp \left[- \frac{2\beta^2}{\beta^2 + 2\sigma_\phi^2} \cdot \frac{r_1^2 + r_2^2}{w_0^2} \right] \\ &\quad + \frac{(\beta R u_0)^4}{(\beta^2 + 2\sigma_\phi^2)^2} \exp \left(- \frac{|\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1|^2}{w_0^2} \right) \\ &\quad \cdot \exp \left[\frac{\beta^2}{\beta^2 + 2\sigma_\phi^2} \cdot \frac{|\mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_2|^2}{w_0^2} \right]. \end{aligned} \quad (26)$$

利用(26)和(23)式,可得到光强的协方差

$$\begin{aligned} C_I(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) &= \langle \mathcal{K}(\mathbf{r}_1) \mathcal{K}(\mathbf{r}_2) \rangle \\ &\quad - \langle \mathcal{K}(\mathbf{r}_1) \rangle \langle \mathcal{K}(\mathbf{r}_2) \rangle \\ &= \frac{(\beta R u_0)^4}{(\beta^2 + 2\sigma_\phi^2)^2} \exp \left(- \frac{|\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1|^2}{w_0^2} \right) \\ &\quad \cdot \exp \left[\frac{-\beta^2}{\beta^2 + 2\sigma_\phi^2} \cdot \frac{|\mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_2|^2}{w_0^2} \right]. \end{aligned} \quad (27)$$

从上式,就可非常容易地导出光强方差的表达式

$$\begin{aligned} \sigma_I^2 &= C_I(\mathbf{r}, \mathbf{r}) \\ &= \frac{(\beta R u_0)^4}{(\beta^2 + 2\sigma_\phi^2)^2} \exp \left[- \frac{4\beta^2}{\beta^2 + 2\sigma_\phi^2} \cdot \frac{r^2}{w_0^2} \right] \\ &= \langle \mathcal{K}(\mathbf{r}) \rangle^2. \end{aligned} \quad (28)$$

从(28)式可看出,对于完全偏振光,散射场光强的均方根等于平均光强. 散斑的对比度为均方根光强与平均光强的比,那么其对比度为 1,这些结果与采用概率论的方法得出的结论是完全一致的^[6].

激光散斑光强的相关系数 γ_{12} , 它由下式求得:

$$\begin{aligned} \gamma_{12} &= \frac{\langle I_1 I_2 \rangle - \langle I_1 \rangle \langle I_2 \rangle}{\left[(\langle I_1^2 \rangle - \langle I_1 \rangle^2) (\langle I_2^2 \rangle - \langle I_2 \rangle^2) \right]^{1/2}} \\ &= \frac{C_I(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)}{\langle \mathcal{K}(\mathbf{r}_1) \rangle \langle \mathcal{K}(\mathbf{r}_2) \rangle} \\ &= \exp \left(- \frac{2\sigma_\phi^2}{\beta^2 + 2\sigma_\phi^2} \cdot \frac{|\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1|^2}{w_0^2} \right) \\ &\cong \exp \left(- \frac{\Delta r^2}{w_0^2} \right). \end{aligned} \quad (29)$$

从(29)式可看出,利用高斯光束照射远场目标时,光强度的相关系数与目标的性质无关,只与激光束腰有关.

5 激光散斑面积的计算

激光散斑大小对于系统的探测性能影响很大,

在实验上有两种方法来测量激光散斑的大小,方法一,首先获取激光散斑图像,然后对它进行数字化,计算激光散斑强度的相关性;另一种方法,利用具有极小视场角(针孔视场角)的探测器,在两探测器之间的距离连续变化时,测量光强度的相关性.在这里将从理论上计算激光散斑的面积,在此只限于讨论非常粗糙的表面,这类表面产生的激光散射场服从高斯分布,散斑面积可利用复相干系数 $\mu(\Delta x, \Delta y)$ 来计算,即

$$\mu(\Delta x, \Delta y) = \frac{\Gamma_U(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)}{[\Gamma_U(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_1) \cdot \Gamma_U(\mathbf{r}_2, \mathbf{r}_2)]^{\frac{1}{2}}}. \quad (30)$$

激光散斑的面积定义为

$$S_C = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} |\mu(\Delta x, \Delta y)|^2 d\Delta x d\Delta y. \quad (31)$$

利用(22)和(30)式可得

$$\begin{aligned} |\mu(\Delta x, \Delta y)|^2 &= \exp\left(-\frac{2\sigma_\phi^2}{\beta^2 + 2\sigma_\phi^2} \cdot \frac{|\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1|^2}{w_0^2}\right) \\ &= \exp\left(-\frac{2\sigma_\phi^2}{\beta^2 + 2\sigma_\phi^2} \cdot \frac{\Delta x^2 + \Delta y^2}{w_0^2}\right). \end{aligned} \quad (32)$$

把(32)式代入到积分(31)式,可求得激光散斑的面积

$$S_C = \pi w_0^2 \left(1 + \frac{\beta^2}{2\sigma_\phi^2}\right). \quad (33)$$

假设激光散斑具有圆对称性,那么激光散斑的半径为

$$\begin{aligned} \rho_C &= w_0 \left(1 + \frac{\beta^2}{2\sigma_\phi^2}\right)^{\frac{1}{2}} \\ &= w_0 \left(1 + \frac{1}{4} \frac{\beta^2}{\sigma_\phi^2} - \frac{1}{16} \frac{\beta^4}{\sigma_\phi^4} + \frac{1}{32} \frac{\beta^6}{\sigma_\phi^6} - \dots\right) \\ &\cong w_0, \end{aligned} \quad (34)$$

上述关系表明,对于远场情况,利用高斯光束照射粗糙表面时,在接收面上,激光散斑半径只与激光束腰有关.对于激光雷达系统,如果在激光发射系统中,不采用扩束装置,激光束腰很小,相应的激光散斑面积也很小,望远物镜将接收较多的激光散斑;反之,如采用扩束器,激光束腰将增大,相应的激光散斑也将增大,望远物镜接收的散斑数目将减少.

6 结 论

本文从理论角度研究了利用高斯光束(TEM_{00} 模)照射远场目标时,散射场的统计特性.推导了在接收平面上光场的自相关函数、光强度的分布.在目标的均方根高度远大于入射光波波长的情况下,光强度为高斯型分布.导出了光强分布与目标均方根高度和相关长度的关系,阐明了粗糙目标的散射机理.较粗糙的目标更接近于朗伯漫反射体,散射能量更为均匀地分布在半球空间.计算了激光散斑的面积.对于远场情况,激光散斑的半径取决于激光束腰的尺寸.导出了接收平面上光强度的二阶矩,分析了光强度的相关性,研究表明光强的相关系数只与激光束腰有关.

- [1] Christodoulidis D C, Smith D E 1985 *J. Geophys. Res.* **90** 9249
 [2] Cohen S C 1985 *Tectonophysics* **120** 173
 [3] Cohen S C and Cook G R 1979 *Manuscripta Geodaetica* **4** 245
 [4] Shawe M E and Adelman A G 1985 *IEEE Trans. Geosci. Remote Sensing* **23** 391
 [5] Smith D E, Zuber M T, Ferry H V et al 1991 *Science*, **30** 72
 [6] Goodman J W 1975 *Laser speckle and related Phenomena* edited by Dainty J C (Springer, Berlin) p10 - 77
 [7] Dainty J C 1976 *Progress in Optics XIV* edited by Wolf (North-Holland, Amsterdam) p1 - 75
 [8] Parry G 1975 *Laser Speckle and Related Phenomena* edited by Dainty J C (Springer, Berlin) p77 - 171
 [9] Marcum J I and Swerling P 1960 *IRE Trans. On Information Techn-*

ology **IT-6** 59

- [10] Skolnik M I 1962 *Introduction to Radar System* (New York, McGraw-Hill)
 [11] Goodman J W 1980 *Introduction to Fourier Optics* (Science Press, Beijing) p. 68 (in Chinese) 顾得门 1980 傅里叶光学导论(北京 科学出版社)第 68 页
 [12] Papoulis A 1965 *Probability, Random Variables and Stochastic Processes* (McGraw-Hill, Tokyo)
 [13] Menzel E and Stoffregen B 1976 *Optik*. **46** 203
 [14] Ruffing B 1986 *J. Opt. Soc. Am. A* **2** 1297
 [15] Lehman P 1999 *Appl. Opt.* **38** 1144
 [16] Zribi M, Ciarletti V and Taconet O 2000 *Remote Sens. Environ.* **73** 65

Statistical properties of the back-scattered signals from ground in laser radar applications^{*}

Guo Guan-Jun^{1,2)} Shao Yun¹⁾

¹⁾(*Laboratory of Remote Sensing Information Sciences, Institute of Remote Sensing Applications, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100101, China*)

²⁾(*Physics Section, Bengbu Tank College, Bengbu 233013, China*)

(Received 24 September 2001; revised manuscript received 26 November 2001)

Abstract

The surface roughness dependence of the optical field autocorrelation function and the intensity autocorrelation function of the speckle pattern, produced in the far field under the illumination of a Gaussian beam, has been theoretically investigated with the assumption that the irregularities of the target surfaces are larger than the laser wavelength. Analytical expressions for the first- and second-order moments of the intensity have been derived, and the size of the speckle cell has been computed. The analysis indicates that the mean intensity of the speckle patterns is closely related to the ratio of the lateral correlation length to the surface root-mean-square height of the surface. Whereas the size of the speckle cell and the correlation degree of the speckle intensities are shown to be independent of the parameters characterizing the roughness of a surface, and only determined by the laser beam waist.

Keywords: Laser speckle, Autocorrelation function, Gaussian distribution, Covariance

PACC: 0760L

^{*} Project supported by the National High Technology Development Program of China (Grant No. 863-308-12-01(1)).