

激光晶体角色散对克尔透镜锁模激光器 二阶、三阶色散的影响*

章若冰 马 晶 庞冬青 孙敬华 王清月

(天津大学精密仪器与光电子工程学院超快激光实验室 教育部光电信息技术科学重点实验室 天津 300072)

(2001 年 6 月 12 日收到 2001 年 8 月 9 日收到修改稿)

对常规的带有棱镜对色散补偿的四镜腔固体克尔透镜锁模激光器, 现有文献只考虑晶体的材料色散而忽略了晶体的斜入射所带来的角色散. 首次给出了由于在晶体处的斜入射, 不同波长的光线在该激光谐振腔中的振荡回路, 给出了考虑晶体处的斜入射后二阶、三阶色散的解析表达式, 并计算了斜入射带来的对激光晶体和棱镜对系统二阶、三阶色散的影响.

关键词: 斜入射, 角色散, 二阶色散, 三阶色散

PACC: 4280, 4280W

1 引 言

对常规的带有棱镜对色散补偿的四镜腔固体克尔透镜锁模激光器^[1], 现有的文章在考虑该激光器的色散时, 均将不同波长的光线在晶体中作为沿同一路径传播来处理. 只考虑晶体的材料色散而忽略了晶体的斜入射所带来的角色散. 由文献[2, 3]可知, 若光线在晶体表面斜入射时, 不同波长的光线在晶体中将以不同的路径传播, 因此不仅存在材料色散, 还具有角色散. 本文给出了由于在晶体处的斜入射, 不同波长的光线在该激光谐振腔中的振荡回路,

给出了考虑晶体处的斜入射后二阶、三阶色散的解析表达式, 并计算了晶体的斜入射带来的对激光晶体和棱镜对系统二阶、三阶色散的影响.

2 二阶、三阶色散的解析表达式

不同波长的光线在激光谐振腔中的振荡回路如图 1 所示. 其中虚线表示中心波长光线, 为参考光线, 实线表示波长为 λ 的某一偏离中心波长的光线. 钛宝石晶体为任意角度切割, 棱镜对顶角可偏离布儒斯特棱镜. 折叠镜 M_1, M_2 曲率半径相等.

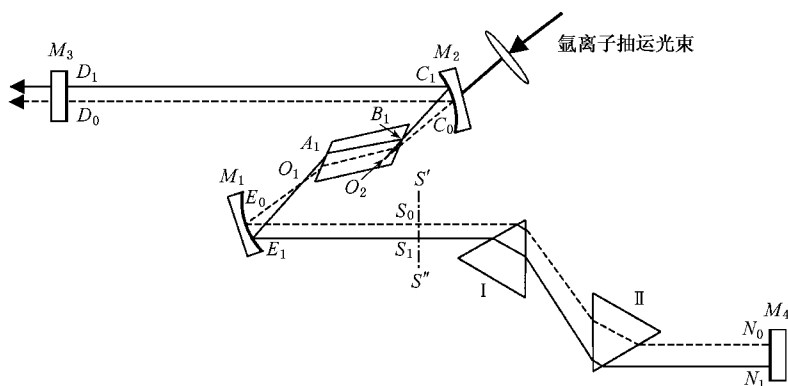


图 1 两种不同波长的光线在四镜腔克尔透镜锁模激光器中的振荡回路

* 国家重点基础研究项目(批准号: E-1999075201)资助的课题.

因为从折叠镜反射到两长臂的光线必须是平行的,因此 O_1 和 O_2 分别为折叠镜 M_1 和 M_2 的焦点.若 $S'S''$ 为垂直于光线的界面,下面以 S_0S_1 为分界线来考虑晶体处的斜入射后晶体部分和棱镜对色散补偿系统的二阶、三阶色散的解析表达式.

2.1 晶体部分

由图 1 可知,若我们认为 $O_1E_1 + E_1S_1$ 与 $O_1E_0 + E_0S_0$, $O_2C_1 + C_1D_1$ 与 $O_2C_0 + C_0D_0$ 光程近似相等,忽略掉这部分光程差的影响,则光线在腔内往返一次晶体部分对色散有贡献的光程为

$$P'(\lambda) = \mathcal{A} [O_1A_1 + n(\lambda) \cdot A_1B_1 - O_2B_1] \quad (1)$$
 其光路如图 2 所示.

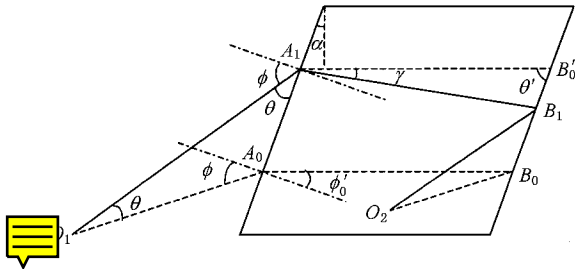


图 2 晶体部分对色散有贡献的光路图

因为 $O_1A_1 \parallel O_2B_1$, $O_1A_0 \parallel O_2B_0$, $A_1A_0 \parallel B_1B_0$, $\triangle O_1A_1A_0 \sim \triangle O_2B_1B_0$, 有

$$\frac{O_1A_1}{O_1A_0} = \frac{O_2B_1}{O_2B_0} \quad (2)$$

若假设 $O_2B_0 - O_1A_0 = \Delta y$, 则有

$$O_1A_1 - O_2B_1 = -\frac{O_1A_1}{O_1A_0} \cdot \Delta y \quad (3)$$

Δy 可以为正,也可以为负.若 $\Delta y = 0$, $O_1A_1 = O_2B_1$, 不同波长的光线在晶体中相互平行, $P'(\lambda) = 2n(\lambda) \cdot A_0B_0$, 此时的色散仅由晶体的材料色散决定.由 $\triangle O_1A_1A_0$ 可知

$$\frac{O_1A_1}{O_1A_0} = \frac{\sin\left(\frac{\pi}{2} \pm \phi_0\right)}{\sin\left(\frac{\pi}{2} \mp \phi\right)} = \cos\phi_0 \cdot \cos^{-1}\phi \quad (4)$$

式中 $\lambda < \lambda_0$ 时取上面的符号, $\lambda > \lambda_0$ 时取下面的符号.将 (4) 式代入 (3) 式有

$$O_1A_1 - O_2B_1 = -\cos\phi_0 \cdot \cos^{-1}\phi \cdot \Delta y \quad (5)$$

由 $\triangle A_1B'_0B_1$ 可知

$$\frac{A_1B_1}{\sin\theta'} = \frac{L}{\sin(\pi - |\gamma| - \theta')} \quad (6)$$

角 γ , θ' 如图 2 所示. γ 可正可负,在 $A_1B'_0$ 以上为

正,在 $A_1B'_0$ 以下为负.因当 $\gamma < 0$ 时, $\theta' = \frac{\pi}{2} - \alpha$; 当 $\gamma > 0$ 时, $\theta' = \frac{\pi}{2} + \alpha$ (α 为晶体楔角, L 为晶体长度).由 (6) 式可知

$$A_1B_1 = L \cdot \cos\alpha \cdot \cos^{-1}(\gamma + \alpha) \quad (7)$$

将 (5)(7) 式代入 (1) 式有

$$P'(\lambda) = \mathcal{A} [-\cos\phi_0 \cdot \cos^{-1}\phi \cdot \Delta y + L \cdot n(\lambda) \cdot \cos\alpha \cdot \cos^{-1}(\gamma + \alpha)] \quad (8)$$

利用 (8) 式求 $P'(\lambda)$ 对 λ 的一、二、三阶导数,可得中心波长 λ_0 处的 $\frac{dP'}{d\lambda}$, $\frac{d^2P'}{d\lambda^2}$ 和 $\frac{d^3P'}{d\lambda^3}$ 分别为

$$\begin{aligned} \frac{dP'}{d\lambda} = & -2\Delta y \cdot \tan\phi_0 \cdot \frac{d\phi}{d\lambda} + 2L \cdot \frac{dn}{d\lambda} \\ & + 2L \cdot n \cdot \tan\alpha \cdot \frac{d\gamma}{d\lambda} \quad (9) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{d^2P'}{d\lambda^2} = & -2\Delta y \cdot \left[(2\tan^2\phi_0 + 1) \cdot \left(\frac{d\phi}{d\lambda}\right)^2 \right. \\ & + \tan\phi_0 \frac{d^2\phi}{d\lambda^2} \left. + 2L \cdot \left[2\tan\alpha \cdot \frac{dn}{d\lambda} \cdot \frac{d\gamma}{d\lambda} \right. \right. \\ & + \frac{d^2n}{d\lambda^2} + (2n \cdot \tan^2\alpha + n) \cdot \left(\frac{d\gamma}{d\lambda}\right)^2 \\ & \left. \left. + n \cdot \tan\alpha \cdot \frac{d^2\gamma}{d\lambda^2} \right] \right] \quad (10) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{d^3P'}{d\lambda^3} = & -2\Delta y \cdot \left[(6\tan^3\phi_0 + 5\tan\phi_0) \cdot \left(\frac{d\phi}{d\lambda}\right)^3 \right. \\ & + (6\tan^2\phi_0 + 3) \cdot \frac{d\phi}{d\lambda} \cdot \frac{d^2\phi}{d\lambda^2} + \tan\phi_0 \cdot \frac{d^3\phi}{d\lambda^3} \left. \right] \\ & + 2L \cdot \left[(6\tan^2\alpha + 3) \cdot \frac{dn}{d\lambda} \cdot \left(\frac{d\gamma}{d\lambda}\right)^2 \right. \\ & + 3\tan\alpha \left(\frac{d\gamma}{d\lambda} \cdot \frac{d^2n}{d\lambda^2} + \frac{d^2\gamma}{d\lambda^2} \cdot \frac{dn}{d\lambda} \right) + \frac{d^3n}{d\lambda^3} \\ & + (6n\tan^3\alpha + 5n \cdot \tan\alpha) \cdot \left(\frac{d\gamma}{d\lambda}\right)^3 \\ & \left. + (6n \cdot \tan^2\alpha + 3n) \cdot \frac{d\gamma}{d\lambda} \cdot \frac{d^2\gamma}{d\lambda^2} \right. \\ & \left. + n \cdot \tan\alpha \cdot \frac{d^3\gamma}{d\lambda^3} \right] \quad (11) \end{aligned}$$

式中 $\tan\phi_0 = \frac{n \cdot \sin\alpha}{\sqrt{1 - n^2 \cdot \sin^2\alpha}}$.

若激光晶体为布儒斯特角切割,利用 $\tan\phi_0 =$

$n \cdot \tan\alpha = \frac{1}{n}$ (9)(10)(11) 式可简化为

$$\frac{dP'}{d\lambda} = -2\Delta y \cdot n \cdot \frac{d\phi}{d\lambda} + 2L \cdot \left(\frac{dn}{d\lambda} + \frac{d\gamma}{d\lambda} \right) \quad (12)$$

$$\frac{d^2P'}{d\lambda^2} = -2\Delta y \cdot \left[(2n^2 + 1) \cdot \left(\frac{d\phi}{d\lambda}\right)^2 + n \cdot \frac{d^2\phi}{d\lambda^2} \right]$$

$$+ 2L \cdot \left[\frac{2}{n} \cdot \frac{dn}{d\lambda} \cdot \frac{d\gamma}{d\lambda} + \frac{d^2 n}{d\lambda^2} + \left(\frac{2}{n} + n \right) \cdot \left(\frac{d\gamma}{d\lambda} \right)^2 + \frac{d^2 \gamma}{d\lambda^2} \right], \quad (13)$$

$$\begin{aligned} \frac{d^3 P'}{d\lambda^3} = & -2\Delta y \cdot \left[(6n^3 + 5n) \cdot \left(\frac{d\phi}{d\lambda} \right)^3 + (6n^2 + 3) \cdot \frac{d\phi}{d\lambda} \cdot \frac{d^2 \phi}{d\lambda^2} + n \cdot \frac{d^3 \phi}{d\lambda^3} \right] + 2L \cdot \left[\left(\frac{6}{n^2} + 3 \right) \cdot \frac{dn}{d\lambda} \cdot \left(\frac{d\gamma}{d\lambda} \right)^2 + \frac{3}{n} \cdot \left(\frac{d\gamma}{d\lambda} \cdot \frac{d^2 n}{d\lambda^2} + \frac{d^2 \gamma}{d\lambda^2} \cdot \frac{dn}{d\lambda} \right) + \frac{d^3 n}{d\lambda^3} + \left(\frac{6}{n^2} + 5 \right) \cdot \left(\frac{d\gamma}{d\lambda} \right)^3 + \left(\frac{6}{n} + 3n \right) \cdot \frac{d\gamma}{d\lambda} \cdot \frac{d^2 \gamma}{d\lambda^2} + \frac{d^3 \gamma}{d\lambda^3} \right]. \quad (14) \end{aligned}$$

由(10)式(11)式可知,在晶体长度 L 、楔角 α 以及 $O_1 A_0$ 、 $O_2 B_0$ 已知的情况下要求出晶体的二阶、三阶色散,必须给出 γ 、 ϕ 对波长 λ 的一、二、三阶导数.由 $\triangle A_1 B'_0 B_1$ 可知

$$\frac{B'_0 B_1}{\sin |\gamma|} = \frac{L}{\sin(\pi - |\gamma| - \theta')},$$

因当 $\gamma < 0$ 时, $\theta' = \frac{\pi}{2} - \alpha$; 当 $\gamma > 0$ 时, $\theta' = \frac{\pi}{2} + \alpha$, 有

$$B'_0 B_1 \cdot \cos(\gamma + \alpha) = L \cdot \sin |\gamma|. \quad (15)$$

由折射定律可知

$$\sin \phi = n(\lambda) \cdot \sin(\gamma + \phi'_0) = n(\lambda) \cdot \sin(\gamma + \alpha). \quad (16)$$

由 $\triangle O_1 A_1 A_0$ 可知

$$\frac{A_1 A_0}{\sin \theta_0} = \frac{O_1 A_0}{\sin \theta},$$

因当 $\lambda < \lambda_0$ 时, $\theta_0 = \phi - \phi_0$, $\theta = \frac{\pi}{2} - \phi$; 当 $\lambda > \lambda_0$ 时,

$\theta_0 = \phi_0 - \phi$, $\theta = \frac{\pi}{2} + \phi$, 有

$$A_1 A_0 \cdot \cos \phi = O_1 A_0 \cdot \sin |\phi - \phi_0|. \quad (17)$$

由 $\triangle O_1 A_1 A_0 \sim \triangle O_2 B_1 B_0$, 可知

$$\frac{A_1 A_0 \pm B'_0 B_1}{A_1 A_0} = \frac{O_2 B_0}{O_1 A_0}$$

(式中 $\Delta y > 0$ 时取“+”, $\Delta y < 0$ 时取“-”), 上式可写成

$$A_1 A_0 \cdot |\Delta y| = B'_0 B_1 \cdot O_1 A_0. \quad (18)$$

由(15)式(16)式(17)式(18)式,并考虑到 $\Delta y < 0$ 时 $\lambda < \lambda_0$, 则 $\gamma < 0$, $\phi > \phi_0$; $\lambda > \lambda_0$ 则 $\gamma > 0$, $\phi < \phi_0$; $\Delta y > 0$ 时 $\lambda < \lambda_0$ 则 $\gamma > 0$, $\phi > \phi_0$; $\lambda > \lambda_0$ 则 $\gamma < 0$,

$\phi < \phi_0$. 于是可得

$$\begin{aligned} & \sqrt{L \cdot \sin \gamma \cdot 1 - n^2(\lambda) \cdot \sin^2(\gamma + \alpha)} \\ & = \Delta y \cdot \cos(\gamma + \alpha) \cdot [n(\lambda) \cdot \sin(\gamma + \alpha) \cdot \cos \phi_0 \\ & \quad - \sqrt{1 - n^2(\lambda) \cdot \sin^2(\gamma + \alpha)} \cdot \sin \phi_0]. \quad (19) \end{aligned}$$

由(19)式可求出 γ , 再通过(16)式即可求出 ϕ . γ 、 ϕ 均为 λ 的函数.将(19)和(16)式对 λ 求导,可得 γ 和 ϕ 对 λ 的一、二、三阶导数. γ 和 ϕ 对 λ 的一、二、三阶导数的解析表示式见附录 A.

2.2 棱镜对色散补偿系统

以往计算棱镜对的色散时,都将不同波长的光线以沿同一路径入射到棱镜对来处理的^[4,5].由图1可知,在考虑光线在晶体处的斜入射带来晶体的角色散后,不同波长的光线不再以同一路径入射到棱镜对,而是各自产生了不同的平移.棱镜对色散补偿系统的光路如图3所示.其中实线仍表示波长为 λ 的某一偏离中心波长的光线,两条点划线分别表示在棱镜 I 中上、下边界的光线,波长分别为 $\lambda_0 + \frac{\Delta \lambda}{2}$,

$\lambda_0 - \frac{\Delta \lambda}{2}$ ($\Delta \lambda$ 为锁模脉冲的带宽),为参考光线.设两棱镜顶点间的距离 $FK = l$,由图3及文献[4]可知, $E_1 F_1 + n' F_1 G_1$ 与 $E_3 F, K_1 N_1 + n' J_1 K_1$ 与 KN_2 光程相等,则光线在腔内往返一次棱镜对系统对色散有贡献的光程为

$$\begin{aligned} P'(\lambda) = & 2 [n'(\lambda) \cdot G_1 H_1 + H_1 I_1 + n(\lambda) \cdot I_1 J_1] \\ & = 2l \cdot \cos \beta_1 = 2l \cdot \cos(\beta + \beta_2). \quad (20) \end{aligned}$$

由图3可知

$$\sin \beta_2 = \frac{FH_2 \cdot \cos \theta'_2}{l} \approx \frac{FF_2 \cdot \cos \theta'_2}{l}, \quad (21)$$

$$FF_2 = \frac{S_2 S_3}{\cos \theta_2} \approx \frac{R \cdot \Delta \theta}{2 \cos \theta_2}, \quad (22)$$

式中 θ_2 、 θ'_2 分别为棱镜 I 的下边界光线的入射角和出射角, $\Delta \theta$ 为两边界光线之间的夹角.由图1及(16)式可知

$$\begin{aligned} \Delta \theta = & \phi_2 - \phi_3 = \arcsin \left\{ n \left(\lambda_0 - \frac{\Delta \lambda}{2} \right) \cdot \sin \left[\gamma \left(\lambda_0 - \frac{\Delta \lambda}{2} \right) + \alpha \right] \right\} \\ & - \arcsin \left\{ n \left(\lambda_0 + \frac{\Delta \lambda}{2} \right) \cdot \sin \left[\gamma \left(\lambda_0 + \frac{\Delta \lambda}{2} \right) + \alpha \right] \right\} \quad (23) \end{aligned}$$

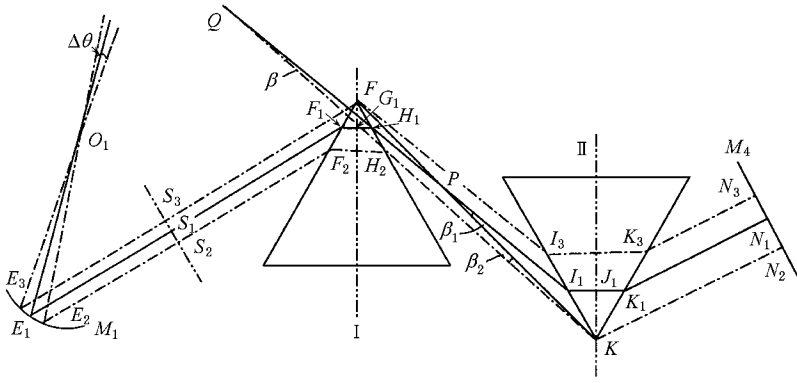


图3 棱镜对色散补偿系统光路图

式中 ϕ_2, ϕ_3 分别为在激光晶体处的上、下边界光线的入射角. 由文献 4 得

$$\theta'_2 = \arcsin[\sin\alpha' \cdot \sqrt{n'^2 \left(\lambda_0 - \frac{\Delta\lambda}{2} \right) - \sin^2 \theta_2} - \cos\alpha' \cdot \sin\theta_2], \quad (24)$$

α' 为棱镜顶角. 又有

$$\theta_2 = \theta_1, \quad (25)$$

θ_1 为波长为 λ 的光线在棱镜 I 上的入射角. 将 (22),

(23) (24) (25) 式代入 (21) 式得

$$\begin{aligned} \sin\beta_2 = R \cdot \{ & \arcsin\left[n \left(\lambda_0 - \frac{\Delta\lambda}{2} \right) \cdot \sin \left[\gamma \left(\lambda_0 - \frac{\Delta\lambda}{2} \right) + \alpha \right] \right. \\ & \left. - \arcsin\left[n \left(\lambda_0 + \frac{\Delta\lambda}{2} \right) \cdot \sin \left[\gamma \left(\lambda_0 + \frac{\Delta\lambda}{2} \right) + \alpha \right] \right] \right\} \cdot \cos \left\{ \arcsin[\sin\alpha' \right. \\ & \left. \cdot \sqrt{n'^2 \left(\lambda_0 - \frac{\Delta\lambda}{2} \right) - \sin^2 \theta_1} - \cos\alpha' \cdot \sin\theta_1] \right\} \\ & / 2l \cdot \cos\theta_1. \end{aligned} \quad (26)$$

由 (26) 式可知 β_2 为 θ_1 的函数. 由图 3 可知

$$\theta'_1 + \beta = \theta'_2 = \text{常数}, \quad (27)$$

θ'_1 为波长为 λ 的光线经过棱镜 I 后的出射角. 由

(20) (26) (27) 式以及文献 4 中的 (10) (15) 式可知, 在任意角入射棱镜 I 的情况下, 若光线在棱镜对中以最小偏向角传播, 则有

$$\begin{aligned} \frac{d^2 P'}{d\lambda^2} = 4l \sin(\beta + \beta_2) \left[\frac{1}{n'} \cdot \tan\theta_1 \cdot \frac{d^2 n'}{d\lambda^2} \right. \\ \left. + \left(\frac{2}{n'^2} \cdot \tan^3 \theta_1 - \frac{1}{n'^2} \cdot \frac{1}{\tan\theta_1} \right) \left(\frac{dn'}{d\lambda} \right)^2 \right] \\ - 8l \cos(\beta + \beta_2) \cdot \frac{1}{n'^2} \tan^2 \theta_1 \left(\frac{dn'}{d\lambda} \right)^2, \end{aligned} \quad (28)$$

$$\begin{aligned} \frac{d^3 P'}{d\lambda^3} = -2l \sin(\beta + \beta_2) \left(-\frac{2}{n'} \tan\theta_1 \right) \frac{d^3 n'}{d\lambda^3} \\ + 3 \left[-2l \cos(\beta + \beta_2) \left(-\frac{2}{n'} \tan\theta_1 \right)^2 \right. \\ \left. - 2l \sin(\beta + \beta_2) \cdot \left(-\frac{4}{n'^2} \cdot \tan^3 \theta_1 \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{2}{n'^2} \cdot \frac{1}{\tan\theta_1} \right) \right] \frac{dn'}{d\lambda} \cdot \frac{d^2 n'}{d\lambda^2} \\ + 3 \left[-2l \cos(\beta + \beta_2) \cdot \left(-\frac{2}{n'} \tan\theta_1 \right) \right. \\ \left. \cdot \left(-\frac{4}{n'^2} \cdot \tan^3 \theta_1 + \frac{2}{n'^2} \cdot \frac{1}{\tan\theta_1} \right) \right] \\ \cdot \left(\frac{dn'}{d\lambda} \right)^3 - 2l \sin(\beta + \beta_2) \cdot \left(-\frac{6}{n'^3} \cdot \frac{1}{\tan\theta_1} \right. \\ \left. \cdot \frac{1}{\sin^2 \theta_1} + \frac{12}{n'^3} \tan\theta_1 - \frac{24}{n'^3} \tan^5 \theta_1 \right) \cdot \left(\frac{dn'}{d\lambda} \right)^3. \end{aligned} \quad (29)$$

3 结果分析

由前面的解析表达式可知, 当光线在晶体处斜入射时, 晶体的二阶、三阶色散 $\frac{d^2 P'}{d\lambda^2}, \frac{d^3 P'}{d\lambda^3}$ 是 $L, \Delta y$ 和 α 的函数.

图 4、图 5 为晶体的二阶、三阶色散随晶体长度的变化曲线. 图中运转波长为 800nm, 钛宝石晶体为 800nm 处的布儒斯特角切割, Δy 取值如图 4 所示. 插图为部分放大曲线. 图中 $\Delta y = 0$ 的曲线为只考虑材料色散时的曲线. 由插图可知, 当 $\Delta y > 0$ 时, 二阶色散的值以及三阶色散的绝对值比只有材料色散时的值要大; 当 $\Delta y < 0$ 时, 情况正好相反.

图 6、图 7 为晶体的二阶、三阶色散随 Δy 的变化曲线. 图中晶体长度为 5mm, 其他参数与图 4 相

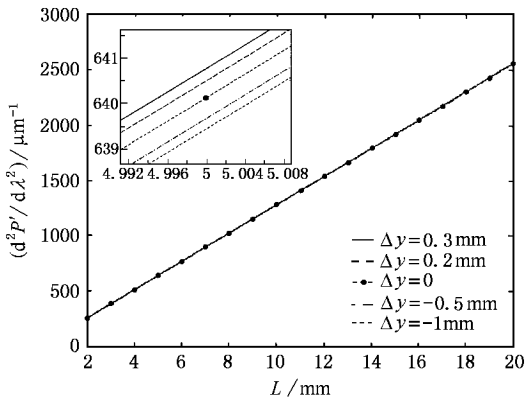


图 4 晶体的二阶色散随晶体长度的变化

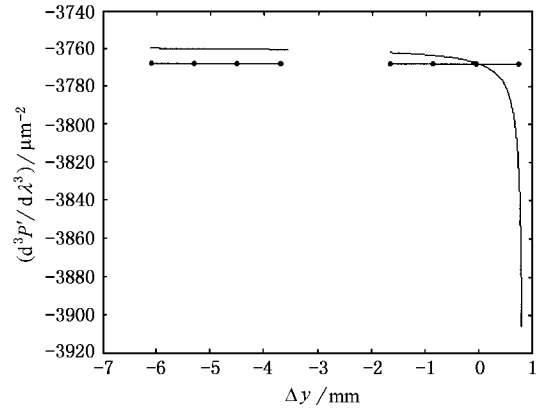


图 7 晶体的三阶色散随 Delta y 的变化

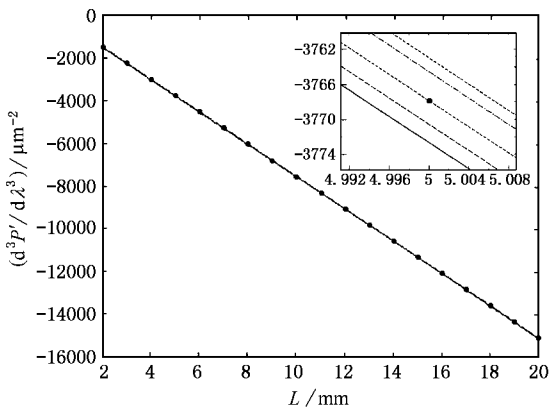


图 5 晶体的三阶色散随晶体长度的变化

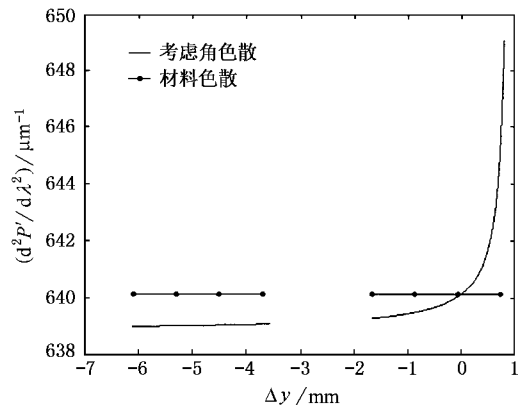


图 6 晶体的二阶色散随 Delta y 的变化

知,晶体的二阶、三阶色散 $\frac{d^2 P'}{d\lambda^2}$, $\frac{d^3 P'}{d\lambda^3}$ 不但是 L 的函数,也是 Δy 的函数,即晶体的角色散引起的二阶、三阶色散应随晶体在两折叠镜之间的位置的变化而变化。但计算表明,在通常情况下,即 Δy 离 $\frac{L}{n}$ 这一稳区边界较远时,考虑晶体处的斜入射带来角色散后的二阶、三阶色散与仅考虑材料色散时的偏差很小,即这种变化几乎可忽略。这是因为,计算表明在 (1) 式中由 $\chi(O_1 A_1 - O_2 B_1)$ 引起的色散和 $2n(\lambda) \cdot A_1 B_1$ 减去材料色散 $(2L \cdot \frac{d^2 n}{d\lambda^2})$ 时的色散符号相反,

且几乎相互抵消所致。但当 $\Delta y \rightarrow \frac{L}{n}$ 这一稳区边缘时,情况产生突然的变化。从图 6、图 7 可以清楚地看出,随着 $\Delta y \rightarrow \frac{L}{n}$ 这一稳区边缘,二阶色散的值以及三阶色散的绝对值迅速增加。由附录 A 中的 (A7)(A8)(A9) 式可知,这是因为 γ 对 λ 的一、二、三阶导数的表达式中分母趋于零,而导致 $\frac{d\gamma}{d\lambda}$, $\frac{d^2 \gamma}{d\lambda^2}$,

$\frac{d^3 \gamma}{d\lambda^3}$ 的迅速变化所致。因此,当晶体位置在这一区域附近时,晶体位置的变化带来色散迅速变化会影响锁模脉冲宽度及锁模的稳定性。

图 8、图 9 为晶体的二阶、三阶色散随晶体楔角 α 的变化曲线。图中晶体长度为 5mm,其他参数与图 4 相同。由图 8、图 9 可以看出,当晶体楔角较小 ($< 10^\circ$) 时,考虑在晶体处的斜入射带来角色散后的二阶、三阶色散与仅考虑材料色散时的偏差很小。随着晶体楔角接近布儒斯特角切割,其偏差逐渐增大。当晶体楔角大于布儒斯特角切割时,其二阶、三阶色

同。折叠镜的曲率半径均为 100mm,为了获得像散补偿,折叠角 θ 应为 8° 。在两长臂长度 d_1, d_2 分别为 100cm 和 60cm 时,由附录 B 可得,在稳区范围内 Δy 的变化范围为 $-1.6623\text{mm} < \Delta y < 0.917\text{mm}$ 和 $-6.1158\text{mm} < \Delta y < -3.5365\text{mm}$ 。

由图 4 至图 7 可以看出,尽管由解析表达式可

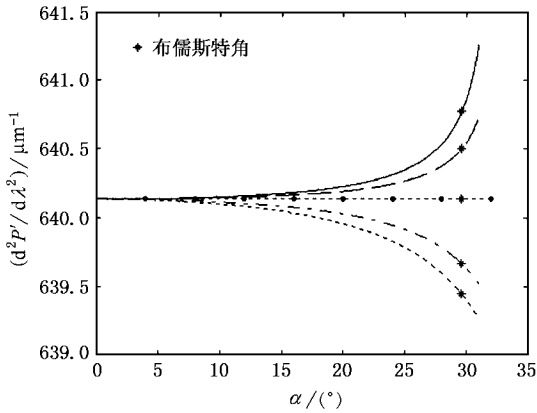


图 8 晶体的二阶色散随晶体楔角的变化

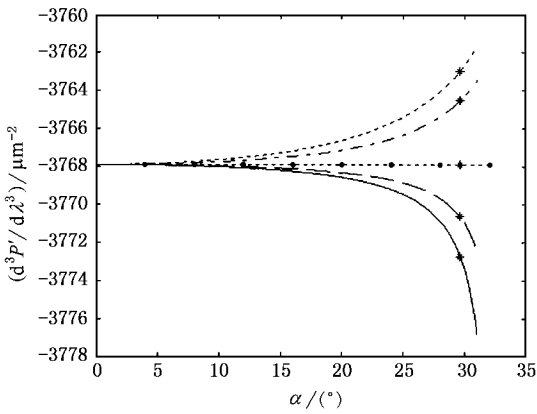


图 9 晶体的三阶色散随晶体楔角的变化

散迅速变化。 $\Delta y > 0$ 时,二阶色散的值以及三阶色散的绝对值随钛宝石楔角的增加而增加; $\Delta y < 0$ 时,情况正好相反。

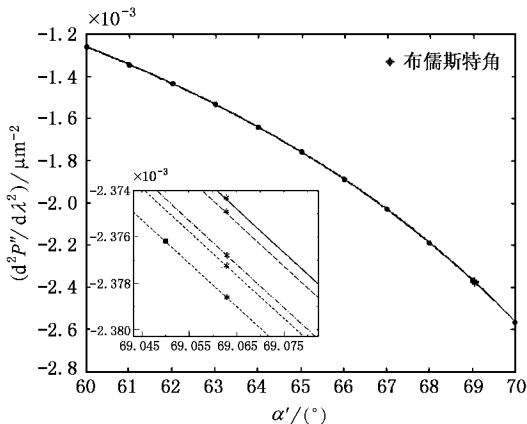


图 10 棱镜对的二阶色散随棱镜顶角的变化

图 10、图 11 为石英棱镜对的二阶、三阶色散随棱镜顶角 α' 的变化曲线.纵坐标为两棱镜顶角分离

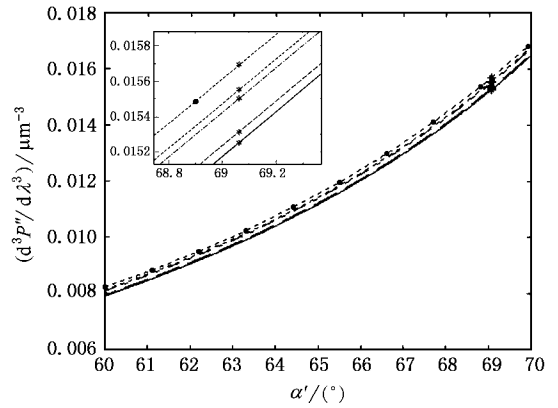


图 11 棱镜对的三阶色散随棱镜顶角的变化

单位长度时的值.图中脉冲宽度为 10fs,对应的谱宽 $\Delta\lambda \approx 67.3\text{nm}$ (假设脉冲为双曲正割),运转波长为 800nm,光线在棱镜对中以最小偏向角传播.由图 10、图 11 可以看出,考虑在晶体处斜入射后带来角色散时对棱镜对的二阶色散影响不大,而对其三阶色散影响相对较大.由插图可知 $\Delta y > 0$ 时二阶色散的绝对值以及三阶色散的值比 $\Delta y < 0$ 时的值小,但是均比只有材料色散时的值小.总之,考虑在晶体处的斜入射后带来角色散使棱镜对的二阶色散的绝对值以及三阶色散的值减小.各种材料的棱镜对色散补偿系统的二阶、三阶色散随各参数(波长、入射角、棱镜顶角、插入量)的变化关系均与文献 [4] 中各图所示趋势相同,仅有线性的变化,这里不再重复画出。

4 结 论

本文给出了光线在晶体处斜入射时,不同波长的光线在四镜腔克尔透镜锁模激光器中的振荡回路,给出了考虑晶体处的斜入射后二阶、三阶色散的解析表达式,并计算了晶体的斜入射带来的对激光晶体和棱镜对系统二阶、三阶色散的影响.计算表明,当 Δy 离 $\frac{L}{n^3}$ 这一稳区边界较远时,考虑晶体处的斜入射带来角色散后的二阶、三阶色散与仅考虑材料色散时的偏差很小.但当 $\Delta y \rightarrow \frac{L}{n^3}$ 这一稳区边缘时,二阶色散的值以及三阶色散的绝对值迅速增加.当晶体位置在这一区域附近时,晶体位置的变化带来色散迅速变化会影响锁模脉冲宽度及锁模的稳定性.棱镜对色散补偿系统的计算表明,对棱镜对的二阶色散影响较小,而对三阶色散影响相对较大,使棱

镜对的二阶色散的绝对值以及三阶色散的值减小。因此,要想更好地补偿二阶色散以及得到更精确的三阶色散的值,减小对锁模脉冲宽度的影响及提高锁模的稳定性,则必须考虑在晶体处的斜入射后带来角色散对激光晶体及棱镜对系统的二阶、三阶色散的影响。

附录 A γ 和 ϕ 对 λ 的一、二、三阶导数

将(19)式和(16)式对 λ 求导,可得 γ 和 ϕ 对 λ 的一、二、三阶导数。若令

$$\begin{aligned} A &= L \cdot \cos\gamma - \Delta y \cdot \sin\phi_0 \cdot \sin(\gamma + \alpha), \\ A_1 &= L \cdot \sin\gamma + \Delta y \cdot \sin\phi_0 \cdot \cos(\gamma + \alpha), \\ B &= 1 - n^2 \cdot \sin^2(\gamma + \alpha), \\ B_1 &= n \cdot \sin^2(\gamma + \alpha) \cdot \frac{dn}{d\lambda} + \frac{1}{2} n^2 \cdot \sin 2(\gamma + \alpha) \cdot \frac{d\gamma}{d\lambda}, \\ C &= \sin^2(\gamma + \alpha) \cdot \left(\frac{dn}{d\lambda}\right)^2 + 2n \cdot \sin 2(\gamma + \alpha) \cdot \frac{d\gamma}{d\lambda} \cdot \frac{dn}{d\lambda} \\ &\quad + n \cdot \sin^2(\gamma + \alpha) \cdot \frac{d^2 n}{d\lambda^2} + n^2 \cdot \cos 2(\gamma + \alpha) \cdot \left(\frac{d\gamma}{d\lambda}\right)^2, \\ D &= 2\cos 2(\gamma + \alpha) \cdot \frac{d\gamma}{d\lambda} \cdot \frac{dn}{d\lambda} + \frac{1}{2} \sin 2(\gamma + \alpha) \\ &\quad \cdot \frac{d^2 n}{d\lambda^2} - 2n \cdot \sin 2(\gamma + \alpha) \cdot \left(\frac{d\gamma}{d\lambda}\right)^2, \\ B'_1 &= C + \frac{1}{2} n^2 \cdot \sin 2(\gamma + \alpha) \cdot \frac{d^2 \gamma}{d\lambda^2}, \\ C' &= 3\sin 2(\gamma + \alpha) \cdot \left(\frac{dn}{d\lambda}\right)^2 \cdot \frac{d\gamma}{d\lambda} + 3\sin^2(\gamma + \alpha) \cdot \frac{dn}{d\lambda} \cdot \frac{d^2 n}{d\lambda^2} \\ &\quad + 6n \cdot \cos 2(\gamma + \alpha) \cdot \frac{dn}{d\lambda} \cdot \left(\frac{d\gamma}{d\lambda}\right)^2 + 2n \cdot \sin 2(\gamma + \alpha) \cdot \frac{d^2 \gamma}{d\lambda^2} \\ &\quad \cdot \frac{dn}{d\lambda} + 3n \cdot \sin 2(\gamma + \alpha) \cdot \frac{d\gamma}{d\lambda} \cdot \frac{d^2 n}{d\lambda^2} + n \cdot \sin^2(\gamma + \alpha) \cdot \frac{d^3 n}{d\lambda^3} \\ &\quad - 2n^2 \cdot \sin 2(\gamma + \alpha) \cdot \left(\frac{d\gamma}{d\lambda}\right)^3 + 2n^2 \cdot \cos 2(\gamma + \alpha) \cdot \frac{d\gamma}{d\lambda} \cdot \frac{d^2 \gamma}{d\lambda^2}, \\ D' &= -6\sin 2(\gamma + \alpha) \cdot \left(\frac{d\gamma}{d\lambda}\right)^2 \cdot \frac{dn}{d\lambda} + 2\cos 2(\gamma + \alpha) \cdot \frac{dn}{d\lambda} \cdot \frac{d^2 \gamma}{d\lambda^2} \\ &\quad + 3\cos 2(\gamma + \alpha) \cdot \frac{d\gamma}{d\lambda} \cdot \frac{d^2 n}{d\lambda^2} + \frac{1}{2} \sin 2(\gamma + \alpha) \cdot \frac{d^3 n}{d\lambda^3} \\ &\quad - 4n \cdot \cos 2(\gamma + \alpha) \cdot \left(\frac{d\gamma}{d\lambda}\right)^3 - 4n \cdot \sin 2(\gamma + \alpha) \cdot \frac{d\gamma}{d\lambda} \cdot \frac{d^2 \gamma}{d\lambda^2}. \end{aligned}$$

利用 $\frac{dA}{d\lambda} = -A_1 \cdot \frac{d\gamma}{d\lambda}$, $\frac{dA_1}{d\lambda} = A \cdot \frac{d\gamma}{d\lambda}$, $\frac{dB}{d\lambda} = -2B_1 \cdot \frac{d\gamma}{d\lambda}$, $\frac{dB_1}{d\lambda} = B'_1$, $\frac{dC}{d\lambda} = C'$,

$\frac{dD}{d\lambda} = D'$ 可得

$$\begin{aligned} \frac{d\gamma}{d\lambda} &= \left[\frac{1}{2} \Delta y \cdot \cos\phi_0 \cdot \sin 2(\gamma + \alpha) + A_1 B^{-\frac{1}{2}} \cdot n \cdot \sin^2(\gamma + \alpha) \right] \\ &\quad \cdot \frac{dn}{d\lambda} / \left[AB^{\frac{1}{2}} - \frac{1}{2} A_1 B^{-\frac{1}{2}} \cdot n^2 \cdot \sin 2(\gamma + \alpha) \right. \\ &\quad \left. - \Delta y \cdot \cos\phi_0 \cdot n \cdot \cos 2(\gamma + \alpha) \right], \end{aligned} \quad (A1)$$

$$\begin{aligned} \frac{d^2 \gamma}{d\lambda^2} &= \left[\Delta y \cdot \cos\phi_0 \cdot D + A_1 B^{\frac{1}{2}} \cdot \left(\frac{d\gamma}{d\lambda}\right)^2 + 2AB^{-\frac{1}{2}} \cdot B_1 \cdot \frac{d\gamma}{d\lambda} \right. \\ &\quad \left. + A_1 B^{-\frac{1}{2}} \cdot (B_1 B^{-1} + C) \right] / \left[AB^{\frac{1}{2}} - \frac{1}{2} A_1 B^{-\frac{1}{2}} \cdot n^2 \right. \end{aligned}$$

$$\left. \cdot \sin 2(\gamma + \alpha) - \Delta y \cdot \cos\phi_0 \cdot n \cdot \cos 2(\gamma + \alpha) \right], \quad (A2)$$

$$\begin{aligned} \frac{d^3 \gamma}{d\lambda^3} &= \left\{ \Delta y \cdot \cos\phi_0 \cdot D' + AB^{\frac{1}{2}} \cdot \left(\frac{d\gamma}{d\lambda}\right)^3 - 3A_1 B^{-\frac{1}{2}} \cdot B_1 \right. \\ &\quad \cdot \left(\frac{d\gamma}{d\lambda}\right)^2 + 3A_1 B^{\frac{1}{2}} \cdot \frac{d\gamma}{d\lambda} \cdot \frac{d^2 \gamma}{d\lambda^2} + 3AB^{-\frac{3}{2}} \cdot B_1^2 \cdot \frac{d\gamma}{d\lambda} \\ &\quad + 2AB^{-\frac{1}{2}} \cdot B_1 \cdot \frac{d\gamma}{d\lambda} + 3AB^{-\frac{1}{2}} \cdot B_1 \cdot \frac{d^2 \gamma}{d\lambda^2} \\ &\quad + \left(AB^{-\frac{1}{2}} \cdot \frac{d\gamma}{d\lambda} + A_1 B^{-\frac{3}{2}} \cdot B_1 \right) \cdot C + A_1 B^{-\frac{1}{2}} \\ &\quad \cdot (2B_1 B^{-1} B'_1 + 3B_1^3 B^{-2} + C') + \frac{1}{2} n^2 \cdot \sin 2(\gamma + \alpha) \\ &\quad \cdot \frac{d^2 \gamma}{d\lambda^2} \cdot \left(AB^{-\frac{1}{2}} \cdot \frac{d\gamma}{d\lambda} + A_1 B^{-\frac{3}{2}} \cdot B_1 \right) + A_1 B^{-\frac{1}{2}} \\ &\quad \cdot \left[n \cdot \sin 2(\gamma + \alpha) \cdot \frac{dn}{d\lambda} + n^2 \cdot \cos 2(\gamma + \alpha) \cdot \frac{d\gamma}{d\lambda} \right] \\ &\quad \cdot \frac{d^2 \gamma}{d\lambda^2} + \Delta y \cdot \cos\phi_0 \cdot \left[\cos 2(\gamma + \alpha) \cdot \frac{dn}{d\lambda} - 2n \right. \\ &\quad \cdot \sin 2(\gamma + \alpha) \cdot \frac{d\gamma}{d\lambda} \left. \right] \cdot \frac{d^2 \gamma}{d\lambda^2} \left. \right\} / \left[AB^{\frac{1}{2}} - \frac{1}{2} A_1 B^{-\frac{1}{2}} \cdot n^2 \right. \\ &\quad \left. \cdot \sin 2(\gamma + \alpha) - \Delta y \cdot \cos\phi_0 \cdot n \cdot \cos 2(\gamma + \alpha) \right]. \end{aligned} \quad (A3)$$

在中心波长 λ_0 处以上各式中的 γ 为 0,且有

$$\frac{d\phi}{d\lambda} = \left(\sin\alpha \cdot \frac{dn}{d\lambda} + n \cdot \cos\alpha \cdot \frac{d\gamma}{d\lambda} \right) / \cos\phi_0, \quad (A4)$$

$$\begin{aligned} \frac{d^2 \phi}{d\lambda^2} &= \left[\sin\alpha \cdot \frac{d^2 n}{d\lambda^2} + 2\cos\alpha \cdot \frac{dn}{d\lambda} \cdot \frac{d\gamma}{d\lambda} - n \cdot \sin\alpha \cdot \left(\frac{d\gamma}{d\lambda}\right)^2 \right. \\ &\quad \left. + n \cdot \cos\alpha \cdot \frac{d^2 \gamma}{d\lambda^2} + \sin\phi_0 \cdot \left(\frac{d\phi}{d\lambda}\right)^2 \right] / \cos\phi_0, \end{aligned} \quad (A5)$$

$$\begin{aligned} \frac{d^3 \phi}{d\lambda^3} &= \left[\sin\alpha \cdot \frac{d^3 n}{d\lambda^3} + 3\cos\alpha \cdot \left(\frac{d\gamma}{d\lambda}\right) \cdot \frac{d^2 n}{d\lambda^2} + \frac{dn}{d\lambda} \cdot \frac{d^2 \gamma}{d\lambda^2} - 3\sin\alpha \cdot \frac{dn}{d\lambda} \right. \\ &\quad \cdot \left(\frac{d\gamma}{d\lambda}\right)^2 - n \cdot \cos\alpha \cdot \left(\frac{d\gamma}{d\lambda}\right)^3 - 3n \cdot \sin\alpha \cdot \frac{d\gamma}{d\lambda} \cdot \frac{d^2 \gamma}{d\lambda^2} \\ &\quad + n \cdot \cos\alpha \cdot \frac{d^3 \gamma}{d\lambda^3} + \cos\phi_0 \cdot \left(\frac{d\phi}{d\lambda}\right)^3 + 3\sin\phi_0 \\ &\quad \left. \cdot \frac{d\phi}{d\lambda} \cdot \frac{d^2 \phi}{d\lambda^2} \right] / \cos\phi_0. \end{aligned} \quad (A6)$$

若激光晶体为布儒斯特角切割,则在中心波长 λ_0 处(A1)–(A6)式可简化为

$$\frac{d\gamma}{d\lambda} = \Delta y \cdot n \cdot \frac{dn}{d\lambda} / (L - \Delta y \cdot n^3), \quad (A7)$$

$$\begin{aligned} \frac{d^2 \gamma}{d\lambda^2} &= \left\{ [2n^3 L + \Delta y \cdot (n^6 - 3n^2)] \cdot \left(\frac{d\gamma}{d\lambda}\right)^2 + [2nL + 2\Delta y \right. \\ &\quad \cdot (n^4 + n^2 - 1)] \cdot \frac{d\gamma}{d\lambda} \cdot \frac{dn}{d\lambda} + \Delta y \cdot n^2 \\ &\quad \left. \cdot \left(\frac{dn}{d\lambda}\right)^2 + \Delta y \cdot n \cdot \frac{d^2 n}{d\lambda^2} \right\} / (L - \Delta y \cdot n^3), \end{aligned} \quad (A8)$$

$$\begin{aligned} \frac{d^3 \gamma}{d\lambda^3} &= \left\{ [L \cdot (3n^6 + 3n^4 - 3n^2 + 1) + \Delta y \cdot (3n^9 - 6n^5 - 4n^3 + 3n)] \right. \\ &\quad \cdot \left(\frac{d\gamma}{d\lambda}\right)^3 + [L \cdot (6n^4 + 12n^2) + \Delta y \cdot (9n^7 + 6n^5 - 9n^3 - 12n)] \\ &\quad \cdot \left(\frac{d\gamma}{d\lambda}\right)^2 \cdot \frac{dn}{d\lambda} + [L \cdot (3n^2 + 3) + \Delta y \cdot (9n^5 + 6n^3 - 3n)] \\ &\quad \cdot \left(\frac{dn}{d\lambda}\right)^2 \cdot \frac{d\gamma}{d\lambda} + [6n^3 L + \Delta y \cdot (3n^6 - 9n^2)] \cdot \frac{d\gamma}{d\lambda} \cdot \frac{d^2 \gamma}{d\lambda^2} \\ &\quad \left. + [3nL + 3\Delta y \cdot (n^4 + n^2 - 1)] \cdot \left(\frac{d^2 \gamma}{d\lambda^2} \cdot \frac{dn}{d\lambda} + \frac{d\gamma}{d\lambda} \cdot \frac{d^2 n}{d\lambda^2}\right) \right\} \end{aligned}$$

$$+ 3\Delta y \cdot n^3 \cdot \left(\frac{dn}{d\lambda}\right)^3 + 3\Delta y \cdot n^2 \cdot \frac{dn}{d\lambda} \cdot \frac{d^2n}{d\lambda^2} + \Delta y \cdot n \cdot \frac{d^3n}{d\lambda^3} \Big/ (L - \Delta y \cdot n^3), \quad (\text{A9})$$

$$\frac{d\phi}{d\lambda} = \frac{dn}{d\lambda} + n^2 \cdot \frac{d\gamma}{d\lambda}, \quad (\text{A10})$$

$$\frac{d^2\phi}{d\lambda^2} = \frac{d^2n}{d\lambda^2} + 2n \cdot \frac{dn}{d\lambda} \cdot \frac{d\gamma}{d\lambda} - n \cdot \left(\frac{d\gamma}{d\lambda}\right)^2 + n^2 \cdot \frac{d^2\gamma}{d\lambda^2} + n \cdot \left(\frac{d\phi}{d\lambda}\right)^2, \quad (\text{A11})$$

$$\frac{d^3\phi}{d\lambda^3} = \frac{d^3n}{d\lambda^3} + 3n \cdot \left(\frac{d\gamma}{d\lambda} \cdot \frac{d^2n}{d\lambda^2} + \frac{dn}{d\lambda} \cdot \frac{d^2\gamma}{d\lambda^2}\right) - 3 \frac{dn}{d\lambda} \cdot \left(\frac{d\gamma}{d\lambda}\right)^2 - n^2 \cdot \left(\frac{d\gamma}{d\lambda}\right)^3 - 3n \cdot \frac{d\gamma}{d\lambda} \cdot \frac{d^2\gamma}{d\lambda^2} + n^2 \cdot \frac{d^3\gamma}{d\lambda^3} + \left(\frac{d\phi}{d\lambda}\right)^3 + 3n \cdot \frac{d\phi}{d\lambda} \cdot \frac{d^2\phi}{d\lambda^2}. \quad (\text{A12})$$

$$f_y + O_1 A_0 + \frac{L}{n^3} + B_0 C_0 = 2f_y + \delta_y,$$

式中 $f_y = f \cos \theta$, θ 为折叠角. 因 $B_0 C_0 = f_y - O_2 B_0$, 上式可写成

$$f_y + O_1 A_0 + \frac{L}{n^3} + f_y - O_2 B_0 = 2f_y + \delta_y. \quad (\text{B1})$$

由稳定条件可知, 若 $d_1 > d_2$ 即 $|R_{1y}| < |R_{2y}|$, δ_y 的取值范围为

$$0 < \delta_y < |R_{1y}| \text{ 或 } |R_{2y}| < \delta_y < |R_{1y}| + |R_{2y}|, \quad (\text{B2})$$

式中 $R_{1y} = \frac{f_1^2}{d_1 - f_y}$, $R_{2y} = \frac{f_2^2}{d_2 - f_y}$, d_1 和 d_2 分别为两臂的长度. 因为 $O_2 B_0 - O_1 A_0 = \Delta y$, 由 (B1) 式可知

$$\frac{L}{n^3} - \Delta y = \delta_y. \quad (\text{B3})$$

将 (B3) 式代入 (B2) 式有

$$\frac{L}{n^3} - |R_{1y}| < \Delta y < \frac{L}{n^3}$$

或

$$\frac{L}{n^3} - (|R_{1y}| + |R_{2y}|) < \Delta y < \frac{L}{n^3} - |R_{2y}|. \quad (\text{B4})$$

附录 B Δy 允许的取值范围

由四镜折叠腔的稳定条件可知, 对子午面, 若令

- [1] Spence D E, Kean P N and Sibbett W 1991 *Opt. Lett.* **16** 42
 [2] Paye M R and Fujimoto J G 1994 *Opt. Lett.* **19** 1756
 [3] Zhang R B *et al.* 2001 *Acta Phys. Sin.* **50** 897 (in Chinese) [章若冰等 2001 物理学报 **50** 897]
 [4] Zhang R B *et al.* 2000 *Acta Phys. Sin.* **49** 468 (in Chinese) [章若冰等 2000 物理学报 **49** 468]
 [5] Fork R L, Martinez O E and Gordon J P 1984 *Opt. Lett.* **9** 150

The influence on second-order and third-order dispersions of angular dispersion of laser crystal for four-mirror-cavity KLM laser*

Zhang Ruo-Bing Ma Jing Pang Dong-Qing Sun Jing-Hua Wang Qing-Yue

(College of Precision Instrument and Opto-Electronics Engineering,

Optoelectronic Information Science and Technology Laboratory, Tianjin University, Tianjin 300072, China)

(Received 12 June 2001; revised manuscript received 9 August 2001)

Abstract

In most articles, the material dispersion of crystals was and the angular dispersion resulted from the oblique incidence on the laser crystal was ignored, because all the rays with different wavelengths are regarded as the the same path in the laser crystal for the standard four-mirror-cavity KLM laser. In this paper, we present the oscillating loops of the rays with different wavelengths in the resonator and give the analytical expressions of the second-order and third-order dispersions resulted from an oblique incidence on the laser crystal. Also the variations of the second-order and third-order dispersions for the laser crystal and the prism-pair system are calculated.

Keywords: oblique incidence, angular dispersion, second-order dispersion, third-order dispersion

PACC: 4280, 4280W

* Project supported by the State Key Program of Basic Research of China (Grant No. E-1999075201).