第 51 卷 第 2 期 2002 年 2 月
1000-3290/2002/51(02)/0291-05

物 理 学 报
ACTA PHYSICA SINICA

Vol.51, No.2, February, 2002

气流对电弧螺旋不稳定性的影响*

宫继全 宫野 刘金远 张鹏云

(大连理工大学三束材料表面改性国家重点实验室, 116024)

(2001 年 6 月 9 日收到; 2001 年 7 月 12 日收到修改稿)

采用与时间有关的线性微扰理论,研究了气流作用下电弧等离子体的螺旋不稳定性,导出了相应方程和满足的边界条件,给出了临界 Maecker's 数和不稳定性增长率等定量结果.计算结果表明,轴向气流对电弧稳定性起重要作用.

关键词:电弧, 稳定性, 气流作用
PACC:5280, 5230, 5265

1 引 言

近年来,电弧等离子体在煤粉气化、等离子切割、断路器等许多领域中有着广泛的应用.但是,由于电弧等离子体受力环境复杂[1]:包含有电磁力、气流动力、黏滞力、热力等,并且其边缘处于非平衡态,边界条件复杂.所以,直到目前为止,国内外仅有少量工作,从简单模型出发,用磁流体动力学理论来研究,并且都假设宏观气流速度为零 $\boldsymbol{v}_0=0$,而没有研究非零等离子体流的平衡[2—4].然而,在电弧的实际应用中,大多数情况下,都存在着宏观的气流运动.例如,等离子体切割、喷涂的发生器中需用气流压缩电弧,以获得高功率和高功率密度的电弧;在等离子体焊接时,必须通入惰性气体(如 Ar)的气流,以防止工件的氧化;又如高压输电线路中的气吹断路器,需用高速气流冷却触头间电弧,以提高断路器的开断能力.而宏观气流的出现,将与电弧发生强烈的相互作用,从而使电弧或气流与它们分别单独存在时的特性有很大的变化.实验发现,气流对电弧等离子体螺旋不稳定性起稳定作用.但相应的理论、数值研究都没有很好开展.为此,本文研究了平衡气流 $\boldsymbol{v}_0\neq 0$ 的情形,分别讨论了旋转气流、轴向气流的作用,以及它们共同的作用.计算结果表明,轴向气流对电弧稳定性起重要作用,这与实验结果相符合.

2 基本方程

描述电弧等离子体运动的基本方程是简化磁流体力学(MHD)方程组[5],考虑到外加气流后,一阶线性磁流体力学方程组为

$$\Delta q_1 - 2\mu_0 j_{1z} j_0 = 0, \tag{1}$$

$$\Delta\tilde{\omega}_{1z} + \eta^{-1}\nabla\times(\boldsymbol{j}\times\boldsymbol{B})_{1z}, \tag{2}$$

$$\Delta W_1 + \eta^{-1}\frac{\partial q_1}{\partial z} - \alpha^{-1}\frac{\partial(\boldsymbol{j}\cdot\boldsymbol{E})_1}{\partial z} + \eta^{-1}(\boldsymbol{j}\times\boldsymbol{B})_{1z} = 0, \tag{3}$$

$$\nabla\cdot\boldsymbol{E}_1 = 0, \tag{4}$$

$$\nabla\times\boldsymbol{E}_1 = 0, \tag{5}$$

$$\boldsymbol{j}_1(r) = \sigma_0(r)\boldsymbol{E}_1(r) + \sigma_1(r)\boldsymbol{E}_0(z), \tag{6}$$

$$\nabla\times\boldsymbol{B}_1 = \mu_0\boldsymbol{j}_1, \tag{7}$$

$$\nabla\cdot\boldsymbol{B}_1 = 0. \tag{8}$$

$$\begin{aligned} &D_{\mathrm{B}}\hat{S}_1^{\mathrm{i}} - f^{\mathrm{i}}(\rho)\mathrm{d}\hat{S}_1^{\mathrm{i}}/\mathrm{d}\rho + 4\alpha(\omega_0 - kv_0(r)) \\ &/(\sigma_0 E_0^2)f^{\mathrm{i}}(\rho)/[(\zeta\rho^2/\rho_{\mathrm{c}}^2 - 2)\rho]\hat{S}_1^{\mathrm{i}} \\ &= \alpha f^{\mathrm{i}}(\rho)(i\hat{\omega}_{1\phi}^{\mathrm{i}}/k + i\mathrm{d}\hat{W}_1^{\mathrm{i}}/\mathrm{d}\rho - \dot{\varepsilon}_{\mathrm{c}})/k \\ &- (\boldsymbol{j}\cdot\boldsymbol{E})_1/k^2, \end{aligned} \tag{9}$$

$$\begin{aligned} &D_{\mathrm{B}}\hat{S}_1^{\mathrm{e}} - f^{\mathrm{e}}(\rho)\mathrm{d}\hat{S}_1^{\mathrm{e}}/\mathrm{d}\rho + 2\alpha(\omega_0 \\ &- kv_0(r))\rho f^{\mathrm{e}}(\rho)/[\sigma_0 E_0^2\rho_{\mathrm{c}}^2(1 - \zeta/2)]\hat{S}_1^{\mathrm{e}} \\ &= \alpha f^{\mathrm{e}}(\rho)(\mathrm{i}\hat{\omega}_{1\phi}^{\mathrm{e}}/k + i\mathrm{d}\hat{W}_1^{\mathrm{e}}/\mathrm{d}\rho - \dot{\varepsilon}_{\mathrm{c}})/k, \end{aligned} \tag{10}$$

其中 η 为黏性系数,电导率 σ 选用抛物线形分布,即柱内电导率 $\sigma=\sigma_0(r)=\sigma_0(1-\zeta^{r^2}/r_{\mathrm{c}}^2)$,其中:$\sigma_0$ 为常数;ζ 为形状因子.上角标 i, e 分别表示电弧内

* 国家自然科学基金(批准号:19875007)资助的课题.

外的量.(1)—(3)式是动量扰动方程,(4)—(8)式为电磁场扰动方程,(9)和(10)式为能量扰动方程.所引用的辅助量以及各物理量的意义见文献[2]和[6].

3 扰动方程求解

采用双通道模型,设稳态平衡时电弧是半径为 r_c 的无限长圆柱,通道半径为 r_c,管壁半径为 R.考虑到径向气流速度通常很小,外部气流取如下形式[6],

$$v_0 = r\omega_0 e_\varphi + v_0(r) e_z, \tag{11}$$

其中轴向气流(Z 方向)取抛物线形式为

$$v_0(r) = ar^2 + b. \tag{12}$$

引入辅助量的无量纲形式[2](上角标' * '表示无量纲形式)

$$\begin{aligned} q_1^* &= k^2 q_1/(\mu_0 j_0^2 \rho_c); \\ \omega_1^* &= k^2 \eta_1(\omega_{1r}, \mathrm{i}\omega_{1\phi}, \mathrm{i}\omega_{1z})/(\mu_0 j_0^2 \rho_c); \\ W_1^* &= \mathrm{i}k^3 \eta W_1/(\mu_0 j_0^2 \rho_c); \\ S_1^* &= S_1/IE_0. \end{aligned} \tag{13}$$

通过复杂的数学推导[7,8],方程(1),(2),(3)的解分别为

$$\begin{aligned} \hat{\boldsymbol{q}}_1^{*\mathrm{i}} = {} & c_1 I_1(\rho) + M_2 A\zeta\rho I'_1(\rho)/2 + A\{[(M_1 - 5/2 \\ & - \zeta/\rho_c)\zeta - \rho_c^2]\rho I'_1(\rho) \\ & + [\zeta/2 - 13\zeta^2/(60\rho_c^2)]\rho^2 I_1(\rho) \\ & + [\zeta + 43\zeta^2/(60\rho_c^2)]\rho^3 I'_1(\rho) \\ & + [-3\zeta^2/(20\rho_c^2)]\rho^4 I_1(\rho) \\ & + [-3\zeta^2/(10\rho_c^2)]\rho^5 I'_1(\rho)\}, \end{aligned} \tag{14}$$

$$\hat{q}_1^{*e} = c_7 I_1(\rho) + c_8 K_1(\rho), \tag{15}$$

$$\begin{aligned} \hat{\omega}_{1z}^{*\mathrm{i}} = {} & c_2 I_1(\rho) + M_2 A[(\rho_2^c/4 + \zeta/2)\rho I'_1(\rho) \\ & - \zeta\rho^2 I_1(\rho)/6 - \zeta\rho^3 I'_1(\rho)/12] \\ & + A[(M_1 - 1/2)\rho_c^2/2 \\ & + (M_1 - 2)\zeta - \zeta^2/\rho_c^2]\rho I'_1(\rho) \\ & + A[(3/8 - M_1/3)\zeta - 2\zeta^2/(5\rho_c^2)] \\ & \cdot \rho^2 I_1(\rho) + A[-11\zeta^2/(80\rho_c^2)]\rho^4 I_1(\rho) \\ & + A[(1/8 - M_1/6)\zeta + 2\zeta^2/(5\rho_c^2)]\rho^3 I'_1(\rho) \\ & + A[-\zeta^2/(40\rho_c^2)]\rho^5 I'_1(\rho), \end{aligned} \tag{16}$$

$$\hat{\omega}_{1z}^{*e} = c_{11} I_1(\rho) + c_{12} K_1(\rho). \tag{17}$$

$$\begin{aligned} \hat{\boldsymbol{W}}_1^{*\mathrm{i}} = {} & c_1[-\rho I'_1(\rho)/2] + c_3 I_1(\rho) \\ & + M_2 A\zeta[\rho I'_1(\rho)/4 - \rho^2 I_1(\rho)/8] \\ & + M_3 A[(-\rho_c^2 - \zeta)\rho I'_1(\rho) + \zeta\rho^2 I_1(\rho)/6 \\ & + \zeta\rho^3 I'_1(\rho)/3] + A\{[-\rho_c^2/4 \\ & + (M_1/2 - 5/4)\zeta - \zeta^2(2\rho_c^2)]\rho I'_1(\rho) \\ & + [-M_1\zeta/4 + 5\zeta/8 + \rho_c^2/8 - \zeta^2/(40\rho_c^2)]\rho^2 I_1(\rho) \\ & + [11\zeta^2/(40\rho_c^2)]\rho^3 I'_1(\rho) \\ & + [-\zeta/32 - 43\zeta^2/(480\rho_c^2)]\rho^4 I_1(\rho) \\ & + [\zeta^2/(240\rho_c^2)]\rho^6 I_1(\rho)\}. \end{aligned} \tag{18}$$

$$\begin{aligned} \hat{W}_1^{*e} = {} & c_7[-\rho I'_1(\rho)/2] + c_8[-\rho K'_1(\rho)/2] \\ & + c_9 I_1(\rho) + c_{10} K_1(\rho). \end{aligned} \tag{19}$$

其中 $A = \varepsilon_c/[r_c\rho_c^2(1-\zeta/2)^2 I'_1]$,$M_2 = (1-\zeta/2)\rho_c FM(t)$,$M_3 = \pi\rho_c^2(1-\zeta/2)/Mk$,$c_1, c_2, c_3, c_7, \cdots, c_{12}$ 为待定积分常数.

方程(9)和(10)的解分别为

$$\begin{aligned} \hat{S}_1^{*\mathrm{i}} = {} & \sum_{\gamma=1}^{4} c_\gamma F_\gamma(\rho) + \varepsilon_c Mk^{-1} F_5(\rho)/r_c \\ & + \varepsilon_c F_6(\rho)/r_c + \varepsilon_c FM(t) F_7(\rho)/r_c \\ & + \dot{\varepsilon}_c \tau Mk^{-1} F_8(\rho)/r_c, \end{aligned} \tag{20}$$

$$\hat{S}_1^{*e} = \sum_{\gamma=5}^{12} c_\gamma G_{\gamma-4}(\rho) + \dot{\varepsilon}_c \tau Mk^{-1} G_9(\rho)/r_c. \tag{21}$$

其中 $\tau = \pi r_c^2\alpha/L$ 是特征时间常数,而 $Mk = \alpha\mu_0 I/(\eta E_0)$ 为 Maecker 数.F_γ,G_γ 的表达式见文献[8].

4 边界条件

考虑了气流作用后,边界条件如下:

$$\hat{S}_1^{*e}(\rho_w) = 0, \tag{22}$$

$$\hat{\tilde{\omega}}_{1\varphi}^{*e}(\rho_w) + d(\hat{W}_1^{*e} + \pi^2\rho_c^3\hat{S}_1^{*e}/Mk)/d\rho = 0 \quad (\rho = \rho_w), \tag{23}$$

$$\hat{\tilde{\omega}}_{1r}^{*e}(\rho_w) = 0, \tag{24}$$

$$\hat{W}_1^{*e}(\rho_w) = 0, \tag{25}$$

$$\langle \hat{S}_1^* \rangle = 0, \tag{26}$$

$$\begin{aligned} & \langle \mathrm{d}\hat{q}_1^*/\mathrm{d}\rho \rangle + \mathrm{i}k(\boldsymbol{j}\times\hat{\boldsymbol{B}})_{1r}\Big|_{\rho=\rho_c}/(\mu_0 j_0^2\rho_c) \\ & - \varepsilon_c \frac{\eta k^3 \mathrm{i}}{\mu_0 j_0^2 \rho_c} \frac{\partial v_{0z}(r)}{\partial \rho}\Big|_{\rho=\rho_c} = 0, \end{aligned} \tag{27}$$

$$\begin{aligned} & \langle \mathrm{d}\hat{\omega}_{1z}^*/\mathrm{d}\rho \rangle - \langle \hat{q}_1^* \rangle/\rho \\ & + \mathrm{i}k(\boldsymbol{j}\times\hat{\boldsymbol{B}})_{1\varphi}\Big|_{\rho=\rho_c}/(\mu_0 j_0^2\rho_c) = 0, \end{aligned} \tag{28}$$

$$\begin{aligned} & \langle \hat{q}_1^* \rangle + \mathrm{i}k(\boldsymbol{j}\times\hat{\boldsymbol{B}})_{1z}\Big|_{\rho=\rho_c}/(\mu_0 j_0^2\rho_c) \\ & + \varepsilon_c \frac{\eta k^3 \mathrm{i}}{\mu_0 j_0^2 \rho_c^2} \frac{\partial v_{0z}(r)}{\partial \rho}\Big|_{\rho=\rho_c} = 0, \end{aligned} \tag{29}$$

$$\langle \hat{\omega}_{1z}^{*} \rangle = 0, \tag{30}$$

$$\langle \hat{W}_1^{*} \rangle = 0, \tag{31}$$

$$\langle \mathrm{d}\hat{S}_1^{*}/\mathrm{d}\rho \rangle = \frac{\varepsilon_c}{\pi \rho_c r_c}, \tag{32}$$

$$\langle \mathrm{d}\hat{W}_1^{*}/\mathrm{d}\rho \rangle + \pi^2 \rho_c^3 \langle \mathrm{d}\hat{S}_1^{*}/\mathrm{d}\rho \rangle / Mk - \varepsilon_c \frac{\eta k^3 \mathrm{i}}{\mu_0 j_0^2 \rho_c} \frac{\partial v_{0z}(r)}{\partial \rho}\Big|_{\rho=\rho_c} = 0, \tag{33}$$

$$k\varepsilon_c \langle \mathrm{d}S_0/\mathrm{d}\rho \rangle |_{\rho=\rho_c} + \hat{S}_1(\rho) = 0. \tag{34}$$

5　螺旋不稳定性分析,计算结果与讨论

将扰动方程的解代入上述边界条件,可得矩阵形式的方程组

$$MC_\varepsilon = 0.$$

令相应矩阵 M 的行列式等于零,可求得色散关系,进而可求得不稳定性增长率等结果.

计算中,部分参数取自文献[3],其中 $I = 18\mathrm{A}$,$r_c/R = 0.11$,$R = 10\mathrm{mm}$,$\zeta = 0.005$,计算结果分析如下.

图 1 是取轴向气流为抛物形式时的作用效果.当系数 a 取负值时,即气流方向与电弧螺旋扰动方向一致时,相应的临界 Maecker 's 数 Mk_G 比无气流情形的 Mk_G 高,稳定区域增大;而不稳定性增大率 Ω_0 比无气流情形的 Ω_0 低,因而增强了电弧的稳定性.反之,当系数 a 取正值时,Mk_G 低,稳定区域减小,而 Ω_0 高些,电弧趋于不稳定.

图 2 是轴向气流取恒定形式的作用效果.对照图 1,作用效果比较明显.当系数 b 取负值时,相应的 Mk_G 增高,稳定区域增大显著,同时电弧的稳定性也明显提高;反之,当 b 取正值时,Mk_G 低,稳定区域减小,而 Ω_0 高些,电弧稳定性降低.

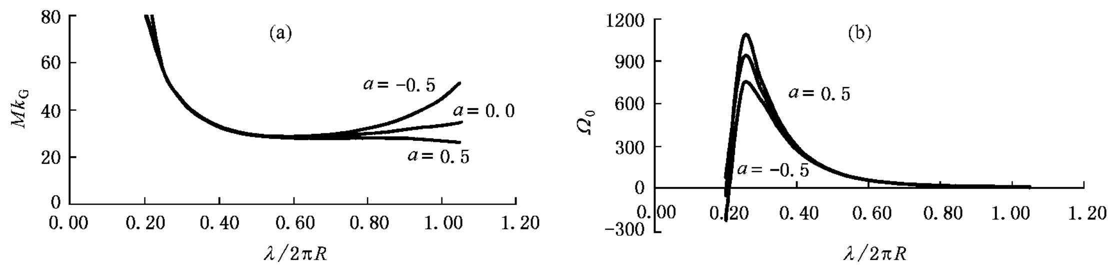

图 1　轴向气流取抛物线形式作用的结果　(a)和(b)分别为临界 Maecker 数和不稳定性增长率 Ω_0 随波长 $\lambda/2\pi R$ 变化的曲线(a 分别取 0.5,0.0,-0.5 参数 $b=0.0$)

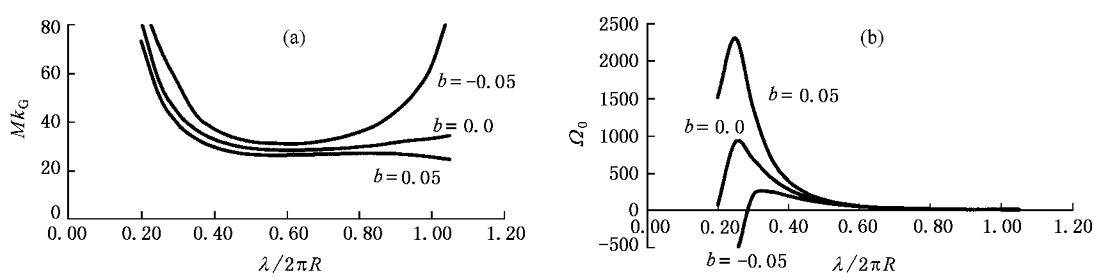

图 2　轴向气流取恒定形式的作用结果　(a)和(b)分别为临界 Maecker 数和不稳定性增长率 Ω_0 随波长 $\lambda/2\pi R$ 变化的曲线(b 分别取 0.05,0.0,-0.05m/s 参数 $a=0.0$)

图 3 是轴向气流取通用形式时对电弧稳定性的影响.结果表明常数项起主要作用.当 a,b 同时取负值时,对电弧的稳定作用明显,稳定区域增大显著.

图 4 考虑只加入旋转方向的气流的作用.当气流的旋转系数 ω_0 为正时,即旋转气流方向与电弧螺旋扰动方向一致时,临界 Mk_G 增高,稳定区域增大显著,稳定性也有所增加;当 ω_0 为负值时,Mk_G 降低,稳定区域减小.但旋转气流对电弧的稳定性影响不大.

图 5 是外加气流的综合作用图.当旋转气流 ω_0 为正值,轴向气流为负值时,电弧的稳定区域和稳定

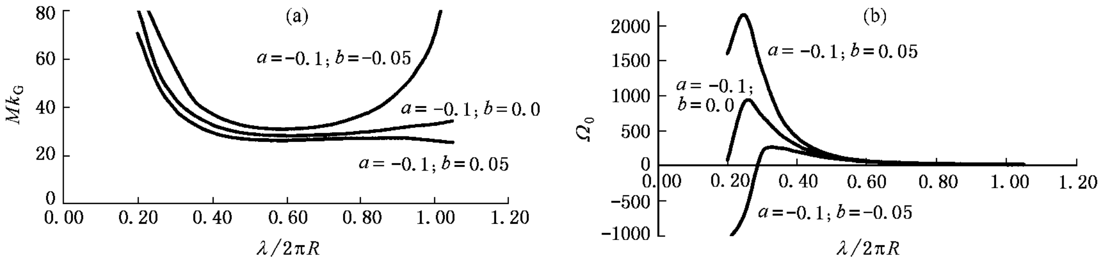

图 3　轴向气流取通用形式作用的结果　(a)和(b)分别为临界 Maecker 数和不稳定性增长率 Ω_0 随波长 $\lambda/2\pi R$ 变化的曲线(a 取 -0.1；b 分别取 0.05，0.0，-0.05m/s)

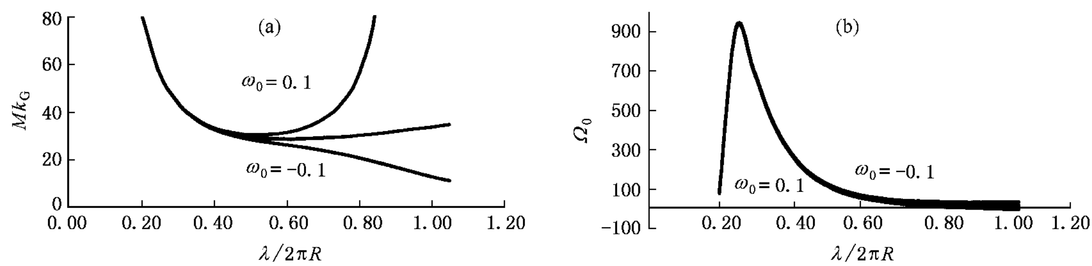

图 4　旋转气流 ω_0 作用的结果　(a)和(b)分别为临界 Maecker 数和不稳定性增长率 Ω_0 随波长 $\lambda/2\pi R$ 变化的曲线(ω_0 分别取 0.1，0.0，-0.1rad/s 参数 $a=0.0$，$b=0.0$)

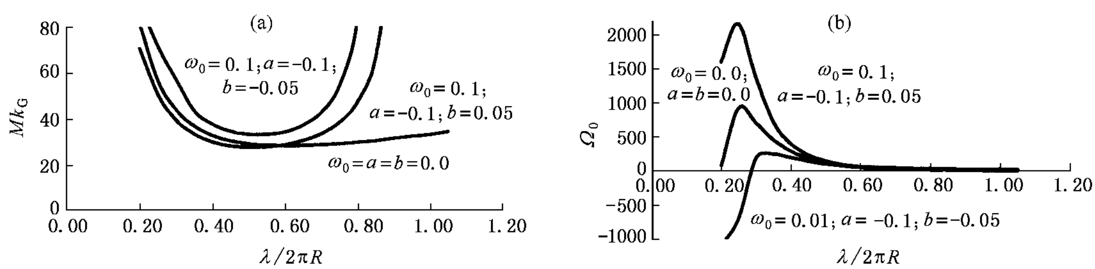

图 5　旋转气流和轴向气流共同作用结果　(a)和(b)分别为临界 Maecker 数和不稳定性增长率 Ω_0 随波长 $\lambda/2\pi R$ 变化的曲线(ω_0 取 0.1rad/s；a 取 -0.1，b 分别取 0.05，0.0，-0.05m/s)

性都明显增加. 当改变轴向气流 b 的符号为正时，稳定性变弱明显，但稳定区域还是比未加气流时增大.

综上所述，轴向气流和旋转气流对电弧的稳定性确实起作用，尤其是轴向气流，起着重要的作用. 在实验中，我们也确实发现了这种现象，仅仅用旋转气流，电弧还很不稳定，一旦加上轴向气流，电弧马上变成笔直的柱子.

[1] Sun J S，Wu C S 2001 *Acta Phys. Sin.* **50** 209 (in Chinese) [孙俊生、武传松 2001 物理学报 **50** 209]

[2] Huelsmann H G 1987 *J. Mentel. Phys. Fluids* **30** 2266

[3] Huelsmann H G 1987 *J. Mentel. Phys. Fluids* **30** 2274

[4] Liu J Y，Gong Y *et al.* 1996 *Acta Phys. Sin.* **45** 608 (in Chinese) [刘金远、宫野等 1996 物理学报 **45** 608]

[5] Liu J Y，Gong Y *et al.* 2000 *Acta Phys. Sin.* **49** 502 (in Chinese) [刘金远、宫野等 2000 物理学报 **49** 502]

[6] Gong Y，Lü W Y，Liu J Y *et al* 2001 *Phys. Plasmas* **8** 3833

[7] Liu J Y，Gong Y *et al* 1997 *Journal of Dalian Univ. of Technology* **37** 187 (in Chinese) [刘金远、宫野等 1997 大连理工大学学报 **37** 187]

[8] Gong J Q 2001 *Thesis for the Master's Degree.* (Dalian Univ. of Technology) (in Chinese) [宫继全 2001 大连理工大学硕士学位论文]

The effect of gas flow on the arc helical instability *

Gong Ji-Quan Gong Ye Liu Jin-Yuan Zhang Peng-Yun
(*State Key Laboratory for Material Modification by Laser , Ion and Electron Beams , Dalian University of Technology , Dalian* 116024 , *China*)
(Received 9 June 2001 ; revised manuscript received 12 July 2001)

Abstract

The effect of gas flow on the helical instability is studied by using linear time perturbation theory in this paper , The corresponding equations and the boundary conditions are deduced . The marginal Maecker 's number and the growth rate of the helical instability are given . Computational results show that the axial gas flow play the main role on the arc stability .

Keywords : arc , stability , gas flow effect
PACC : 5280 , 5230 , 5265

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No . 19875007) .