

部分相干光光束的振荡自陷特性

陈园园 王 奇 施解龙 卫 青

(上海大学理学院物理系 ,上海 200436)

(2001 年 7 月 13 日收到 ,2001 年 8 月 31 日收到修改稿)

用互相干函数法研究了圆形横截面的部分相干光光束在光折变晶体中的自陷行为 . 光束的初态及材料的非线性决定了光束自陷的变化形式 ,导出空间周期表达式 ,获得了光束相干半径的解析表达式 ,发现部分相干光光束的相干特性会随传播距离发生周期性的演化 ,并将圆形光束的讨论结果扩展到椭圆形光束中 .

关键词 :空间孤子 ,部分相干光光束 ,相干半径

PACC :4265J ,4225L

1 引 言

一般而言 ,光束在介质中传播会产生衍射 ,使光束加宽 .而在非线性介质中由于自聚焦的作用 ,又会使光束会聚 .当衍射与自聚焦的作用达到平衡时 ,光束直径保持不变 ,这就叫做自陷 ,形成空间孤子 .以前人们对空间孤子的研究多数限于相干光的范畴 ,而事实上 ,严格的相干光和非相干光都只是一种理想情况 ,实际并不存在 ,实际的光波总是部分相干的 ,只是在某些情况下近似当作相干光或非相干光来处理 .虽然部分相干光的衍射作用要比相同宽度的相干光的衍射作用更强 ,但它在非线性介质中也会有自聚焦作用 ,因此部分相干光也会形成空间孤子 .人们对于部分相干光和非相干光已经展开了大量的研究 ,并在实验上成功地利用白帜灯光源激发了空间孤子^[1,2] .

在部分相干光的横截面上会有一些亮点分布^[1] ,这是因为光束截面上各点的相位是随机分布的 ,各点光波相互作用 ,产生干涉 ,在某些点会出现光强最大值 ,形成亮点 ,亮点处的折射率较大 ,类似于一个小的正透镜 ,使部分光束会聚 .在多个亮点的共同作用下 ,整个光束就会被分裂、破碎 ,无法形成自陷 .如果非线性介质对光强的响应远慢于光束横截面上相位的变化 ,则介质的非线性效应就不会对亮点的瞬时变化发生响应 ,而是对一段时间内光强的平均强度产生响应 ,而这种平均强度随时间和空间的变化一般是连续的、平滑的 .这样介质中就形成一个平滑的波导状结构 ,使光束自陷 .光折变晶体^[3]

能满足上述要求 ,故在研究中常常被采用^[4,5] .

对于部分相干光光束传播的理论描述 ,多采用以下几种方法 :互相干函数法^[6-8]、相干密度法^[9]、多模分解法^[10]、几何光学法^[11] .其中比较简单的是互相干函数法 ,这是因为部分相干光光场中任一点光振动的振幅和相位都随时间做随机变化 ,具有一定的统计特性 ,而互相干函数具有统计的概念 ,它可以描述光束横截面上任意两点间的相关程度 .但严格地说 ,这些方法对于非线性薛定谔方程 ,一般都不会有解析解 ,而要用近似或数值模拟的方法求解 ,但是在对数型的非线性介质中 ,对于稳定的 Gauss 型光束 ,却可以得到严格的解析解 .虽然 Gauss 函数并不是严格意义上孤子的解 ,但由于其近似于 Sech 函数 ,在实验上易于得到 ,并在计算上具有简便的特点 ,因此在研究中多采用 Gauss 函数来描述孤子 .

本文将根据互相干函数法研究对数型介质中部分相干光光束的自陷行为 ,通过互相干函数求解出了 Gauss 型孤子的解析表达式 ,孤子的演化形式取决于光束的初始条件和材料的非线性 ,文中对此进行了详细的讨论 ,并得到了光束相干半径的解析表达式 ,从而定量地说明部分相干光光束的相干特性在传输过程中发生了周期性的演化 .本文将圆形光束的讨论扩展到了椭圆形光束中 ,得到了类似的结果 .

2 圆形部分相干光光束的自陷

假设一种准单色的部分相干圆形光束在对数型光折变晶体中传播 ,对于准单色光的研究可以只限于讨论光束的空间相干性 ,光束的能量分布满足

Gaussian-Schell 模型^[7]. 首先定义部分相干光光束的互相干函数为^[6]

$$\Gamma_{12} = \Gamma(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = \langle \psi(\mathbf{r}_1) \psi^*(\mathbf{r}_2) \rangle. \quad (1)$$

根据文献[8], 可以通过互相干函数的试解, 得到光束半径的解析表达式. 在求解过程中, 得到一个重要的参量 Δ ,

$$\Delta = n_2 - \frac{2}{\sigma_0^2} = n_2 - \frac{2}{r_{c0}^2} - \frac{1}{2\rho_0^2}, \quad (2)$$

n_2 为介质的非线性系数, r_{c0} , ρ_0 分别为光束的初始相干半径和初始半径, σ_0 为光束的有效初始相干半径, 且满足 $1/\sigma_0^2 = 1/r_{c0}^2 + 1/(4\rho_0^2)$, Δ 为一无量纲参量, 反映了材料的非线性与光束初始状态的关系, 其数值大小直接影响到孤子的传输状态. 当 $\Delta = 0$ 时, 得到稳态传输的孤子, 即孤子在传输过程中保持初始状态不变, 非线性导致的自聚焦补偿了由衍射和非相干引起的光束加宽. 由(2)式可得稳态孤子的半径 ρ_0 为

$$\rho_0 = \sqrt{\frac{1}{2n_2 - 4/r_{c0}^2}}. \quad (3)$$

从(3)式可以看出初始相干半径 r_{c0} 必须大于 $\sqrt{2/n_2}$, 否则孤子不存在. 我们知道, 初始相干半径 r_{c0} 和部分相干光的非相干光谱宽度成反比, 即 r_{c0} 越小, 光谱中包含的非相干成分越多, 则光束衍射加剧. 当 r_{c0} 小于某个值时, 衍射加宽将总大于非线性自聚焦, 这样就难以形成孤子. 而当 $r_{c0} \rightarrow \infty$ 时, 光束则是理想的相干光, 会形成相干孤子. 当 $\Delta \neq 0$, 且 $|\Delta| \ll 1$ 时, 由雅可比椭圆函数可得到光束半径为

$$\rho(z) = \rho_0 \left[1 + \theta_- \operatorname{sn}^2 \left(\frac{\sqrt{\theta_+} \alpha_2}{\rho_0} z; m \right) \right], \quad (4)$$

$$m = \left| \frac{\theta_-}{\theta_+} \right|,$$

式中 $\alpha_2 = n_2/3 - 4/\sigma_0^2$, $\theta_- \approx -\Delta/n_2$, $\theta_+ \approx 3/5$. 可见光束半径在传播过程中发生周期性振荡, 即形成稳定的周期型振荡孤子.

根据 $|\operatorname{sn}| \leq 1$, 可得到振荡光束半径变化的最大值为

$$\rho_{\max} = \frac{\rho_0}{n_2} \left(\frac{2}{r_{c0}^2} + \frac{1}{2\rho_0^2} \right) - \rho_0 = -\frac{\rho_0}{n_2} \Delta. \quad (5)$$

由此可以很清楚地看到光束的振荡形式与 Δ 的符号有关. $\Delta < 0$ 时, 光束半径变化为正, 表示光束入射介质后先发生展宽, 这是由于 $n_2 < \frac{2}{r_{c0}^2} + \frac{1}{2\rho_0^2}$, 光束

的衍射效应大于介质的非线性自聚焦效应, 且由(5)式可知振荡光束半径变化的大小与光束的初始条件和介质的非线性有关. 若 ρ_0 固定, n_2 , r_{c0} 越小, 即 Δ 越小, 半径变化会越大, 如图1所示. 这是因为 r_{c0} 减小, 光源的相干性变差, 从而衍射作用加强, 且介质非线性效应也随 n_2 减弱, 因此光束展宽越大. 若 n_2 , r_{c0} 固定, 半径变化会随 ρ_0 的增大而减小, 如图2所示. 因为光束半径的变化与衍射角的变化趋势相反, 半径越大则衍射作用越弱, 从而展宽减弱, 半径减小. 当 $\rho_0 = \sqrt{\frac{1}{2n_2 - 4/r_{c0}^2}}$, 即 $\Delta = 0$ 时, 光束半径变化量为零, 没有发生展宽振荡, 此时即为稳态孤子. 此后再随 ρ_0 的增大, Δ 将大于零, 由(5)式可知光束的半径变化就将为负值, 即光束开始压缩. 因为根据(2)式, $\Delta > 0$ 即表示介质的非线性自聚焦效应强于衍射效应. 类似于上面的讨论, 根据(5)式, 若 ρ_0 固定, n_2 , r_{c0} 越大, 即 Δ 越大, 振荡光束半径变化量就会越大, 光束压缩的程度也就越大, 如图3所示. 而若 n_2 , r_{c0} 固定, 光束压缩程度会随 ρ_0 的增大而增强, 如图4所示.

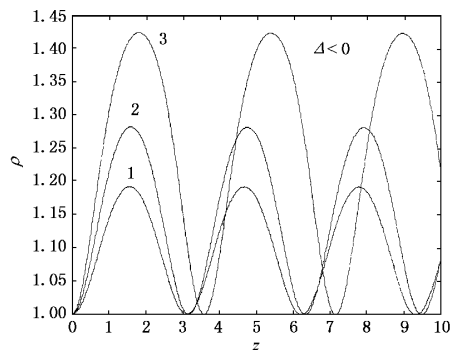
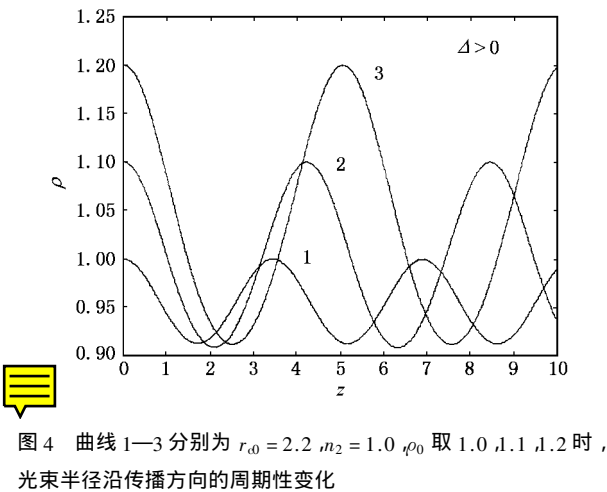
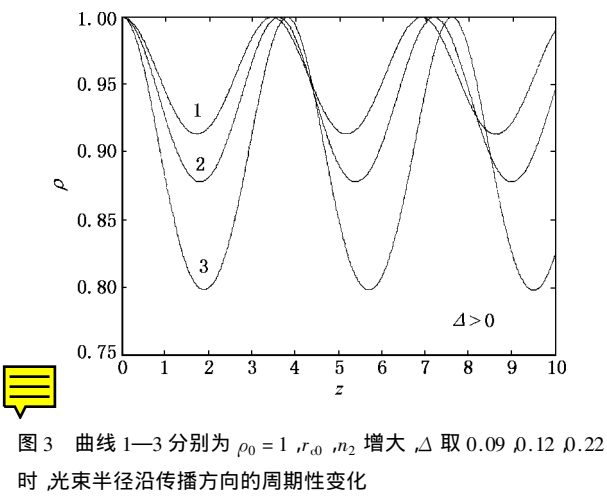
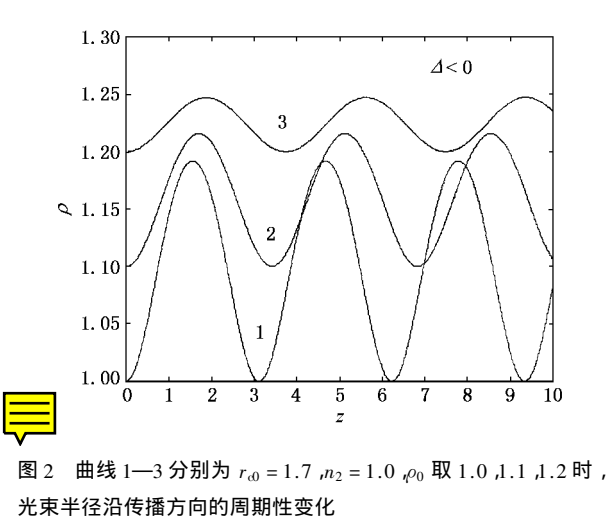


图1 曲线1—3分别为 $\rho_0 = 1$, r_{c0} , n_2 减小, Δ 取 -0.19 , -0.28 , -0.38 时, 光束半径沿传播方向的周期性变化

由图1至图4可以看到, 对于不同的 ρ_0 和 Δ , 光束半径变化的周期不同. 由雅可比椭圆函数入手, 可以得到光束半径变化的周期为

$$\Lambda = 2 \frac{\rho_0}{\sqrt{\theta_+} \alpha_2} \int_0^{\pi/2} \frac{dt}{\sqrt{1 - m^2 \sin^2 t}}. \quad (6)$$

从(6)式可以很清楚地知道周期 Λ 与 ρ_0 和 Δ 有关, ρ_0 越大, $|\Delta|$ 越大, 则 Λ 越大, 反之亦然. 图1中曲线1—3的周期分别近似为 3.09, 3.21, 3.57. 而图2中曲线1—3的周期则分别为 3.09, 3.48, 3.83.



通过以上讨论可以看出光束自陷的形式取决于 Δ 的符号 , 当 $\Delta < 0$ 时 , 光束先展宽再压缩 ; 而当 $\Delta > 0$ 时 , 光束会先压缩再展宽 , 在传输中形成稳定周期性的振荡 , 从图 5 和图 6 中三维示意图可以更清

楚地看到光束在传输过程中的演化 , 且光束在传播中的半径变化和空间周期由光束初始条件 r_{c0} , ρ_0 和介质的非线性系数 n_2 决定 .

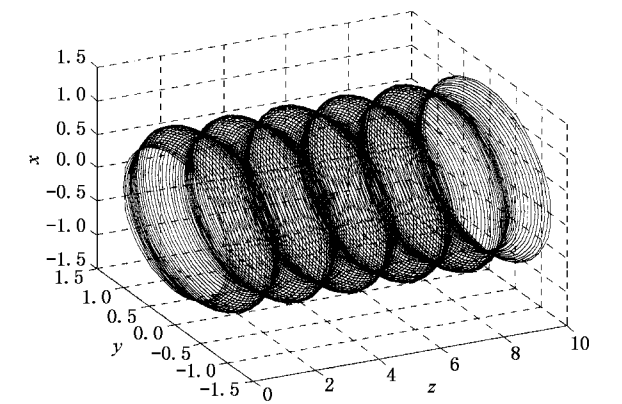


图 5 $\Delta < 0$ 时 , 光束在传播过程中变化的三维示意图 入射光束半径是传播中振荡光束半径的最小值

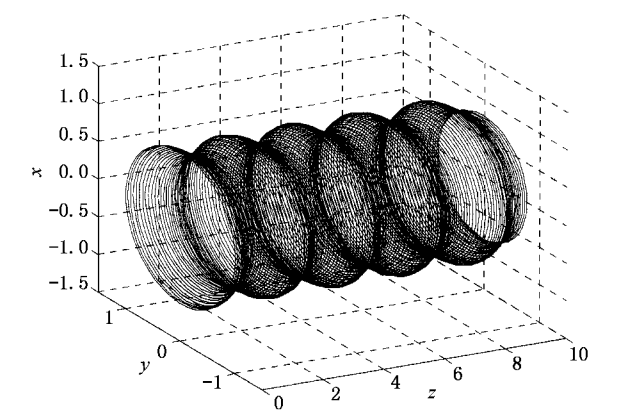


图 6 $\Delta > 0$ 时 , 光束在传播过程中变化的三维示意图 入射光束半径是传播中振荡光束半径的最大值

3 相干特性的分析

下面将通过介质中光束的相干半径对部分相干光光束的相干特性展开讨论 . 可求出光束的互相干函数的表达式为

$$\Gamma_{12} = \Gamma(r_1, r_2, z) = \left(\frac{\rho_0}{\rho} \right)^2 \exp \left[- \frac{(r_1 + r_2)^2}{4\rho^2} - \frac{\rho_0^2(r_1 - r_2)^2}{\sigma_0^2 \rho^2} + (r_1^2 - r_2^2) \chi(z) \right] \quad (7)$$

首先引入相干度^[6] , 相干度 γ 可以描述光束横截面上任意两点 r_1 , r_2 之间光场相关程度 , 即表示光束的空间相关性

$$\gamma(r_1, r_2) = \frac{\Gamma_{12}}{\sqrt{\Gamma_{11} \cdot \Gamma_{22}}}$$

$$= \frac{\exp\left[-\frac{(r_1 + r_2)^2}{4\rho^2} - \frac{\rho_0^2(r_1 - r_2)^2}{\sigma_0^2\rho^2} + i(r_1^2 - r_2^2)\chi(z)\right]}{\exp\left(-\frac{r_1^2}{2\rho^2} - \frac{r_2^2}{2\rho^2}\right)} \quad (8)$$

由相干度可以定义介质中任意 z 处光束横截面上的相干半径为

$$r_c = \sqrt{2/\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} |\chi(r, r')|^2 dr' \quad (9)$$

将 (8) 式代入 (9) 式, 得

$$r_c = \frac{2\sigma_0\rho}{\sqrt{4\rho_0^2 - \sigma_0^2}} = \frac{2\sigma_0\rho_0}{\sqrt{4\rho_0^2 - \sigma_0^2}} \cdot \left[1 + \theta_- \operatorname{sn}^2\left(\frac{\sqrt{\theta_+ \alpha_2}}{\rho_0} z; m\right)\right] \quad (10)$$

这样可以得到光束一入射到介质时的相干半径为

$$r_c(z=0) = \frac{2\sigma_0\rho_0}{\sqrt{4\rho_0^2 - \sigma_0^2}} = r_{c0} \quad (11)$$

这与本义初始的定义一致.

由 (10) 式可知光束的相干半径随光束半径线性变化, 而相干半径描述了光束在传输过程中其横截面上各点间的相干特性, 即说明光束的相干特性在传输中发生周期性的变化. 这是因为部分相干光不同于完全相干光, 其内部包含多个彼此无关的非相干光成分, 因此相干性较差. 当光束半径增大时, 非相干光成分相对分散, 整个光束的相干性会有所增强, 因此相干半径增大. 且光束相干性的增强, 也可以抑制部分相干光光束由于半径增大而产生的衍射, 从而保证光束自陷的形成. 反之, 当光束半径减小时, 光束的相干性就会相对减弱, 从而相干长度减小. 其实光束的相干性变化也会反作用于光束半径, 光束相干性的增强会使光束的衍射作用减弱, 从而自聚焦效应增强, 使光束会聚, 半径减小; 随光束半径的减小, 相干性减弱, 又会使衍射作用增强, 光束开始展宽, 因此在光束传播过程中, 二者相互影响, 主导地位相互转化.

图 7 给出光束在不同传输状态下其相干半径的变化规律. 光束初始条件为 $\rho_0 = 1.0$, $r_{c0} = 1.7$, 但 n_2 分别为 1.29 ($\Delta > 0$), 1.19 ($\Delta = 0$), 1.00 ($\Delta < 0$). 由图 7 可知, 当 $\Delta = 0$ 时, 光束相干半径保持不变, 当 $\Delta \neq 0$ 时, 光束相干半径随光束半径发生周期性的变化. 当 $\Delta > 0$ 时, 光束入射时的相干半径最大, 即相干性最强, 而在传输中随光束半径的减小, 光束相干半径也随之减小. 且根据前面对于光束半径变化振幅的讨论, 光束相干半径减小的幅度也与光束的

初始状态和介质的非线性有关, n_2 越大, r_{c0} 越大, r_{c0} 越大, 光束相干半径减小的幅度也就越大, 即光束相干性变得越弱. 总而言之, 此时介质对光束的相干性起破坏作用. 而当 $\Delta < 0$ 时, 光束入射时的相干半径最小, 在传播过程中会逐渐增大, 其增大的幅度也与光束的初始状态和介质的非线性有关, 但与 $\Delta > 0$ 的情况相反, n_2 越小, r_{c0} 越小, r_{c0} 越小, 光束相干半径增大得越明显, 可以认为此时介质对光束的相干性起改善作用, 使光束相干性变强. 光束相干半径随光束半径线性变化, 因此它们周期相同, 都可由 (6) 式给出. 图 7 中 $\Delta > 0$ 和 $\Delta < 0$ 时光束相干半径的变化周期分别为 3.02 , 3.09 .

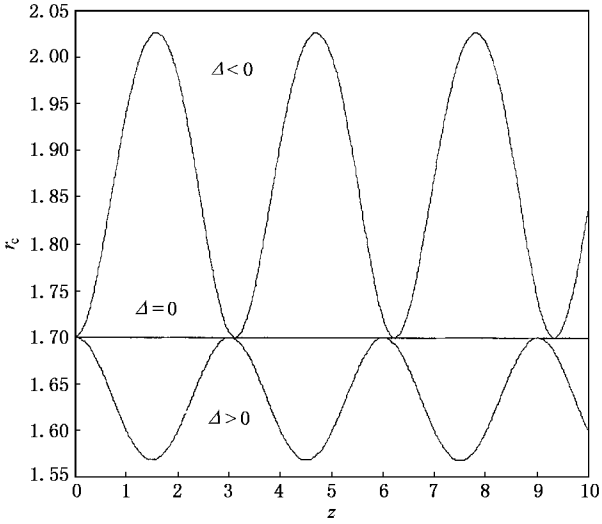


图 7 Δ 取不同值时, 光束相干半径沿 z 轴的周期性变化

4 椭圆形光束的讨论

还可以把这种讨论扩展到椭圆形的部分相干光光束中, 只是在讨论光束尺度时, 要分别考虑光束的短轴和长轴半径. 首先假设初始光束的短轴 (x 轴) 和长轴 (y 轴) 半径分别为 ρ_{x0} 和 ρ_{y0} , 初始相干半径为 r_{cx0} 和 r_{cy0} , 由于非线性介质是非瞬时响应, 只会对一段时间内的平均强度产生响应, 因此可以认为介质是各向同性的, 光束长短轴方向上的折射率变化相同, $\delta n = n_2 \ln I$, I 为平均强度. 这样, 类似与圆形光束的讨论, 可以得到分别描述椭圆形光束长短轴半径变化的微分方程^[6]为

$$\frac{d^2 \rho_x}{dz^2} - \frac{4}{\rho_x^3} \frac{\rho_{x0}^2}{\sigma_{x0}^2} + \frac{2n_2}{\rho_x} = 0, \quad (12)$$

$$\frac{d^2 \rho_y}{dz^2} - \frac{4}{\rho_y^3} \frac{\rho_{y0}^2}{\sigma_{y0}^2} + \frac{2n_2}{\rho_y} = 0. \tag{13}$$

很显然,从(12)和(13)式可以看出长短轴的变化不相耦合.一般这种椭圆形的部分相干光光束在对数型介质中传播时,长短轴都会出现周期性的振荡.但如果初始条件满足 $\Delta_x = 0$ 和 $\Delta_y = 0$,就可以得到以稳态传播的椭圆形孤子.当 Δ 较小时,也可以用近似解析的表达式来表示这种周期性振荡的椭圆形孤子.图 8 即为这种稳定的周期性振荡椭圆形孤子的传播示意图,光束初始条件为 $\rho_{x0} = 1.0, \rho_{y0} = 1.1, r_{cx0} = 1.7, r_{cy0} = 2.2, n_2 = 1$,由(2)式可知 $\Delta_x < 0, \Delta_y > 0$,因此椭圆形光束短轴上的半径先增大再减小,而长轴上的半径则先减小再增大,由于选取的初值不同,光束半径沿 x 轴, y 轴振荡的周期不同.对于椭圆光束相干半径的讨论与圆形光束类似,只要对长轴和短轴分别讨论即可.

5 结 论

通过以上分析,可以知道在对数型介质中,利用

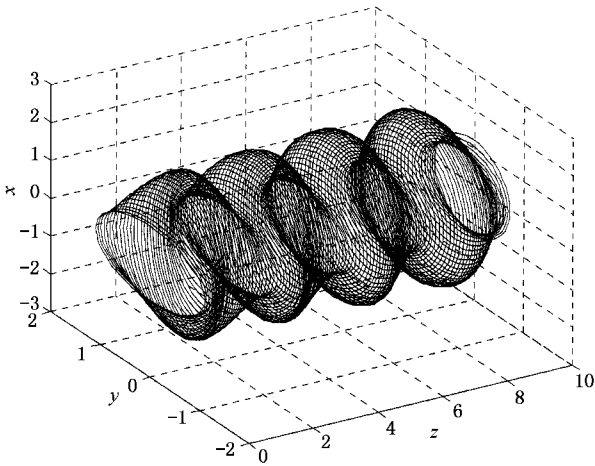


图 8 椭圆形光束在传播过程中变化的三维示意图

互相干函数可以得到严格的解析解来描述部分相干的 Gauss 型光束,从而得到光束半径和相干性的瞬时变化.这里要提到一个重要的参量 Δ ,它决定了衍射与非线性作用的强弱,从而控制光束的演化形式.本文还把对圆形光束的讨论扩展到了椭圆形光束中,得到了类似的结果.

[1] Mitchell M and Segev M 1997 *Nature* **387** 880

[2] Mitchell M , Chen Z G , Shih M F and Segev M 1996 *Phys. Rev. Lett.* **77** 490

[3] Liu S M *et al* 1992 *Photorefractive Nonlinear Optics*(Beijing :China BiaoZhun Press) chaps.1 ,2 (in Chinese) [刘思敏、郭 儒、凌振芳编著 1992 光折变非线性光学(北京 :中国标准出版社)第 1 2 章]

[4] Liu J S *et al* 1998 *Acta Phys. Sin.* **47** , 1509 (in Chinese) [刘劲松等 1998 物理学报 **47** 1509]

[5] Lu K Q *et al* 1999 *Acta Phys. Sin.* **48** 2070 (in Chinese) [卢克清等 1999 物理学报 **48** 2070]

[6] Perina J 1986 *Coherence of Light*(Beijing Science Press) chap.2 (in Chinese) [柏里纳 J 1986 光的相干性(北京 :科学出版社)第 2 章]

[7] Mandel L and Wolf E 1995 *Optical Coherence and Quantum Optics* (Cambridge :Cambridge University Press) chaps. 4 ,5

[8] Królikowski W , Edmundson D and Bang O 2000 *Phys. Rev. E* **61** 3122

[9] Christodoulides D N , Coskun T H , Mitchell M and Segev M 1997 *Phys. Rev. Lett.* **78** 646

[10] Christodoulides D N , Coskun T H , Mitchell M and Segev M 1998 *Phys. Rev. Lett.* **80** 2310

[11] Snyder A W and Mitchell D J 1998 *Phys. Rev. Lett.* **80** 1422

Characteristics of self-trapping of partially coherent beam

Chen Yuan-Yuan Wang Qi Shi Jie-Long Wei Qing

(*Department of Physics ,School of Sciences , Shanghai University , Shanghai 200436 , China*)

(Received 13 July 2001 ; revised manuscript received 31 August 2001)

Abstract

Using the mutually coherent function , we study the self-trapping of circular partially coherent beam. The initial condition of the beam and the nonlinearity of the media decide the propagation properties of the beam. The spatial variation period of the beam is obtained. And we find that the transverse coherence property of the partially coherent beam evolves periodically with the distance. Our analysis can also be extended to the elliptical partially coherent beam.

Keywords : spatial soliton , partially coherent beam , coherence radius

PACC : 4265J , 4225L