

周期驱动下半导体动力学行为及控制*

李国辉¹⁾ 周世平²⁾ 徐得名¹⁾

¹⁾ 上海大学通信与信息工程学院,上海 200072)

²⁾ 上海大学理学院,上海 200436)

(2001 年 4 月 26 日收到,2001 年 9 月 27 日收到修改稿)

从 n-GaAs 载流子非线性输运理论出发,建立物理模型,推导其动力学方程,分析系统随外场变化出现的复杂分支情况.数值模拟表明,在输入场幅值和频率变化的一定范围内,该系统具有周期、准周期和混沌特性,计算了表征混沌特性的物理量.利用间隙脉冲驱动法控制混沌得到预期的周期轨道.

关键词:分支,混沌,负微分电导

PACC: 0545, 0547, 7220H, 7340L

1. 引 言

理论和实验证明^[1,2]:当外加电场超过特征阈值时,n-GaAs 器件和许多混合半导体器件都呈现出自持电流振荡.与此密切相关的半导体电子器件中载流子非线性输运过程导致的“电子湍流”(或称混沌现象),引起了人们的极大兴趣^[3-5].一方面混沌使得器件难以稳态工作;另一方面,混沌过程良好的随机性可用于保密通信,为此对这种器件的动力学行为进行全面和深入的了解显得十分必要.

半导体器件中的混沌现象最初由 Aoki 等^[6]发现.随后,人们对半导体中的非线性进行了大量的研究^[7,8].然而,对半导体器件在远离平衡态下的耗散系统,迄今为止尚未有广为接受的物理模型,为此,本文在文献[3-5]的基础上建立 n-GaAs 的物理模型.根据碰撞电离下的非线性载流子输运推导它的动力学方程;其次分析了该器件在直流偏置下的静态工作特性;动力学分岔;之后数值模拟周期信号驱动下该器件所表现出的周期、准周期和混沌情况,计算表征混沌特性的 Lyapunov 指数和相关维;最后应用间隙脉冲驱动对混沌加以控制,通过选择脉冲宽度和控制时间间隔得到预期的周期轨道.

2. 动力学方程

系统的热载离子输运由动量平衡方程

$$\begin{aligned} \dot{P} + (\mathbf{V} \cdot \nabla) P + \frac{1}{n} \nabla \cdot (nk_B T_e) - q\mathbf{E} \\ = -P\varphi/n - P/\tau_m(\xi), \end{aligned} \quad (1)$$

能量平衡方程

$$\begin{aligned} \dot{\xi} + (\mathbf{V} \cdot \nabla) \xi + \frac{1}{n} \nabla \cdot (nk_B T_e \mathbf{V}) - \frac{\kappa}{n} \Delta T_e - q\mathbf{V} \cdot \mathbf{E} \\ = -\xi\varphi/n - (\xi - \epsilon_L)T_\xi, \end{aligned} \quad (2)$$

载流子的产生-复合过程方程

$$\dot{n} + \nabla \cdot (n\mathbf{V}) = \varphi(n, \xi), \quad (3)$$

电介质的弛豫方程

$$\nabla \times \mathbf{H} = \epsilon\epsilon_0 \dot{\mathbf{E}} + \mathbf{J} = \mathbf{J}_0 \quad (4)$$

决定.(1)-(4)式中各量:单位载流子的平均动量 $\mathbf{P}(r, t)$,单位载流子的平均动能 $\xi(r, t)$,载流子密度 $n(r, t)$,电场 \mathbf{E} ,动量弛豫时间 $\tau_m(\xi)$,能量弛豫时间 τ_ξ ,电子平均速度 \mathbf{V} ,磁场强度 \mathbf{H} ,总电流密度 \mathbf{J}_0 ,漂移电流密度与散射电流密度之和 \mathbf{J} ,热电导率 κ ,其他物理量见文献[4].由于动量弛豫过程远小于能量弛豫(2)式、产生-复合(3)式以及电介质弛豫(4)式,所以(1)式消失.忽略空间的不均匀性(2)-(4)式为

$$\dot{\xi} = -(\xi - \epsilon_L)T_\xi + q\mathbf{V} \cdot \mathbf{E}, \quad (5)$$

$$\dot{n} = \varphi = G - R, \quad (6)$$

$$\epsilon\epsilon_0 \dot{\mathbf{E}} = \mathbf{J}_0 - \mathbf{J}. \quad (7)$$

(5)式忽略了能量损失项 $-\xi\varphi/n$ (6)式分为产生项 G 和复合项 R ,并且有

* 国家自然科学基金(批准号 69871016)资助的课题.

$$\dot{n} = G - R = nn_i A_I + n_i A_T - nn_i^+ B_T, \quad (8)$$

n_i^+ 为电离捕获密度, $n_i = N_D - N_A - n$, $n_i^+ = n + N_A$, N_D 为施主浓度, N_A 为受主浓度, A_T 为热电离率, B_T 为热复合率. 碰撞电离系数^[3] $A_I \approx A_I^0(T_e(E)) + \gamma n \equiv A \exp(-B/|E|) + \gamma n$ 将之代入(8)式, 以下只考虑一维情形, 得到

$$\dot{n} = G - R = -\gamma n^3 + \alpha(E)n^2 + b(E)n + C_0, \quad (9)$$

式中

$$\begin{aligned} \alpha(E) &= \gamma(N_D - N_A) - A \exp(-B/E) - B_T, \\ b(E) &= (N_D - N_A)A \exp(-B/E) - A_T - N_A B_T, \\ C_0 &= (N_D - N_A)A_T. \end{aligned}$$

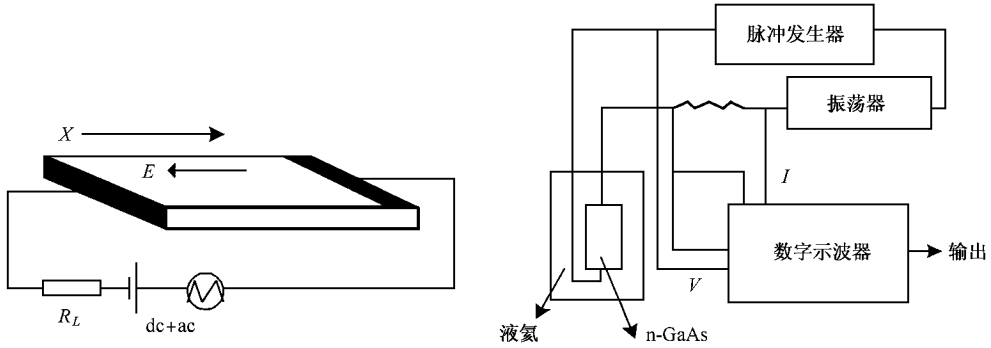


图1 n-GaAs 电路图及实验框图

图1为 n-GaAs 电路图及实验框图,由安培环路定律知,

$$U(t) - R_L I = \int_0^L E dx = EL, \quad (10)$$

$U(t)$ 为外加电压, R_L 为负载电阻, L 表示两极间距离. 上式假设载流子除了在 X 方向外均匀分布. 而电流

$$I = (1 - a)J_1 + \alpha J_2, \quad (11)$$

电流密度

$$J_i = \epsilon \dot{E} + en\mu_i E + \delta J_i \quad (i = 1, 2). \quad (12)$$

上式等号右端第一、第二、第三项分别为位移电流密度、传导电流密度和散射电流密度, μ_i 为电子迁移率. 将(11)和(12)式代入到(10)式得到

$$\begin{aligned} dE/dt &= -(\beta/\alpha)(E - U(t))\beta + R_L a en\mu_2 E/\beta \\ &+ [(1 - a)\delta J_1 + a en\mu_2 \delta J_2]R_L/\beta \end{aligned} \quad (13)$$

式中 $\beta = L + (1 - a)en\mu_1 R_L$. 假设各向均匀, 即 $a = 1$, 上式简化成

$$\begin{aligned} dE/dt &= -(\beta/\alpha)(E - U(t))\beta \\ &+ (en\mu_e E + en\mu_2 \delta J)R_L/\beta. \end{aligned} \quad (14)$$

对于相应的散射电流密度项

$$\alpha(\delta J)/dt = -\gamma_{sp} \delta J + CnE, \quad (15)$$

γ_{sp} 为阻尼项, C 为一常数. 方程(9)(14)和(15)构

成了动力学系统. 为分析方便起见, 将电子密度、电场、时间、频率和散射电流密度无量纲归一化, 即令 $n \sim n/(N_D - N_A)$, $E \approx E/E_p$, $E_{dc} \approx E_{dc}/E_p$, $E_{ac} \approx E_{ac}/E_p$, $t \approx t(\alpha/\beta)$, $f_d \approx f_d(\beta/\alpha)$ f_d 为驱动信号频率, E_{dc} 直流电场, E_{ac} 交流电场) $\delta J \approx \delta J/\delta J_p$, 得到

$$\begin{aligned} dn/dt &= -\gamma_1 [n^3 + (\zeta_1 + \zeta_3 - 1)n^2 \\ &- (\zeta_1 - \zeta_2 - \zeta_3)n - \zeta_2], \end{aligned} \quad (16)$$

$$\begin{aligned} dE/dt &= -\gamma_2 \{E - [E_{dc} + E_{ac} \sin(2\pi f_d t)] \\ &+ C_1 nE + \delta J\}, \end{aligned} \quad (17)$$

$$\alpha(\delta J)/dt = -\gamma_3 \delta J + C_2 nE, \quad (18)$$

式中其他参量依次为^[3]: $\zeta_1 = 1/4 \exp(-6/E)$, $\zeta_2 = 0.0055$, $\zeta_3 = 0.25$, $\gamma_1 = 250$, $\gamma_2 = 1$, $\gamma_3 = 0.2$, $C_1 = 0.78$, $C_2 = 0.15$.

3. 动力学分析

先讨论动力学方程(16)~(18)在直流场下的静态分支, 为此考虑奇点(即平衡点)所满足的方程: $dn/dt = dE/dt = d\delta J/dt = 0$, 即

$$\begin{aligned} &-\gamma_1 [n^3 + (\zeta_1 + \zeta_3 - 1)n^2 \\ &- (\zeta_1 - \zeta_2 - \zeta_3)n - \zeta_2] = 0, \end{aligned} \quad (16a)$$

$$-\gamma_2 (E - E_{dc} - C_1 nE + \delta J) = 0, \quad (17a)$$

$$-\gamma_3 \delta J + C_2 nE = 0. \quad (18a)$$

奇点随外加电场而变化,表现出 S 形负微分电导特性,在奇点处归一化 $J-E$ 曲线如图 2 所示. 随外加场的变化,奇点的个数依次为 1 个,2 个,3 个,2 个,1 个,对应图 2 中负载线与电流密度线交点个数. 随着外加电场的增大,负载线与电流密度交点依次为 1 个,2 个,3 个,2 个,1 个.

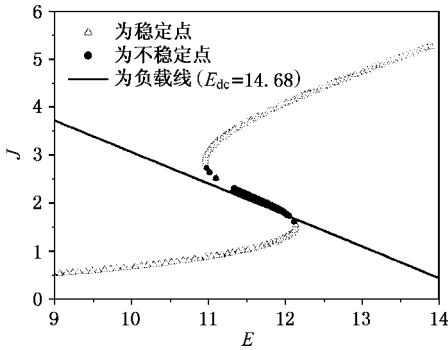


图 2 归一化静态电流密度与电场图

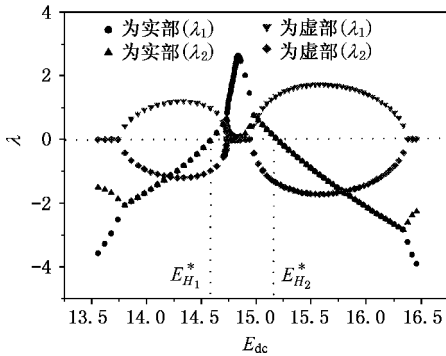
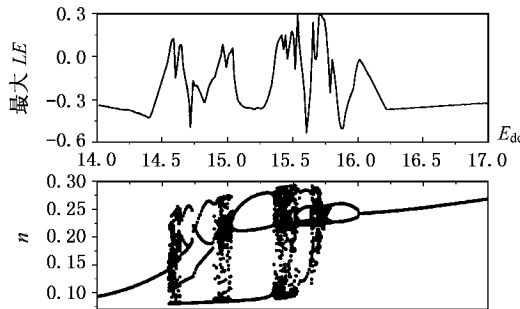


图 3 奇点处特征值与电场关系图

奇点的稳定性由该点的 Jacobian 矩阵的特征值 λ 决定. 图 3 为各奇点的特征值与直流电场的关系图,深色线表示特征值的实部,浅色线条为特征值的虚部. 由于第一个特征值的实部远小于 0,图 3 中没



有划出. 从图 3 看出奇点的分支情况: 随着 E_{dc} 的增加,稳定的节点(所有的 $\lambda < 0$)变成稳定的焦点(一对具有负实部的共轭特征值),在 E_{H1}^* (具有纯虚数的特征值)处通过 Hopf 分支到不稳定的焦点(一对具有正实部的共轭特征值),然后由不稳定的鞍-焦点到鞍点(两个正和一个负的特征值或两个负和一个正的特征值).....图 2 中间的点为不稳定鞍点.

4. 周期信号驱动下的周期、准周期和混沌现象

半导体内部产生振荡在外周期信号驱动下导致非常复杂的动力学行为,诸如:周期、准周期以及混沌现象. 对方程 (16)–(18) 加上外部周期驱动,同样可以发现相似的现象,设外场为

$$E_{dc} + E_{ac} \sin(2\pi f_d t), \quad E_{dc} = 4.5, \quad f_d = 25/24,$$

图 4 为不同幅值时求得的最大李雅普诺夫指数(简称为 LE)和庞开莱截面图,表现出周期倍增分岔通向混沌的特性,具有自相似性. 从图 4 中可见选择合适的驱动幅度,能得到不同的周期态,准周期和混沌. 图 5 分别为 $E_{dc} = 15.778$, $E_{dc} = 15.77$, $E_{dc} = 15.769$, $E_{dc} = 15.76$ 对应的周期 4, 周期 8, 周期 16 以及混沌情形,图 5 中虚线为静态曲线. 从图 4 得到分支处的 E_{dc} 值,计算比值 $\delta = (E_{dc, n-2} - E_{dc, n-1}) / (E_{dc, n-1} - E_{dc, n})$ 列入表 1 中,间距比收敛值接近费根鲍姆第一常量. 图 6 分别为 $E_{col} = 14.5525$ 所得的庞开莱截面及庞开莱截面的回归图,近似于封闭的曲线,属于准周期情形. 可见,随着信号幅值的变化,出现了非常丰富的锁频、准周期和混沌现象,对照图 4 还可以找到其他类似的锁频、准周期和混沌窗口,限于篇幅,在此不再赘述.

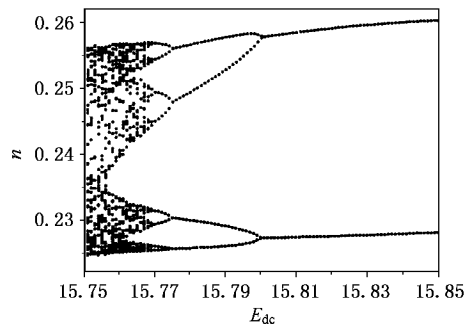


图 4 最大 Lyapunov 指数与 Poincaré 截面图

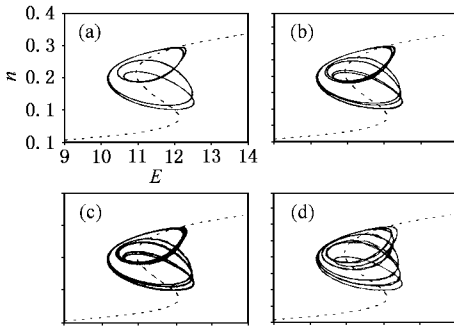


图 5 不同驱动幅值下的相图 (a)为 P4, $E_{dc} = 15.778$ (b)为 P8, $E_{dc} = 15.777$ (c)为 P16, $E_{dc} = 15.769$; (d)为混沌, $E_{dc} = 15.76$

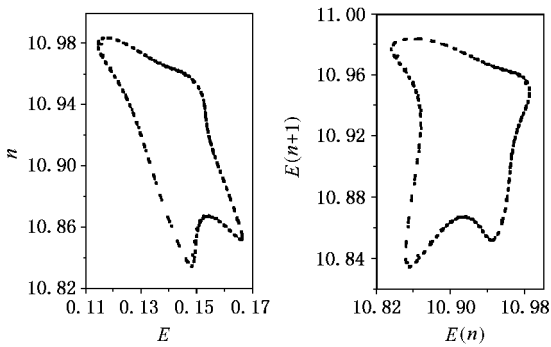


图 6 准周期 Poincaré 截面图及回归图 $E_{dc} = 14.5525$

参见文献 9 的算法, 计算当 $E_{dc} = 15.7$ 时的相关积分如图 7(a) 所示, 当重构吸引子嵌入维 $m = 2, 3, \dots, 10$ 得到相关维如图 7(b) 所示, 相关维 $D \approx 2.06 \pm 0.05$, 非整数的相关维意味着混沌吸引子.

表 1 $f_d = 25/34$ 时分支情况

分支情况	分支值 E_{dc}	比值 δ
1 分为 2	16.01925	
2 分为 4	15.8008	
4 分为 8	15.7753	8.567
8 分为 16	15.769469	4.373
16 分为 32	15.768194	4.573
32 分为 64	15.767902	4.366

5. 混沌的控制

控制混沌目标有两种: 一是由于混沌吸引子内存在无穷多的周期轨道, 通过对混沌系统的参量进行微扰, 不改变原有的周期轨道, 使其中不稳定的轨道得到稳定; 另一种方法便是通过可能的途径, 如对系统变量实施反馈和微扰, 有效控制得到所需轨道. 类似于文献 10]采用间隙脉冲驱动法控制混沌, 它的原理如下: 设采样脉冲函数可用下式表示:

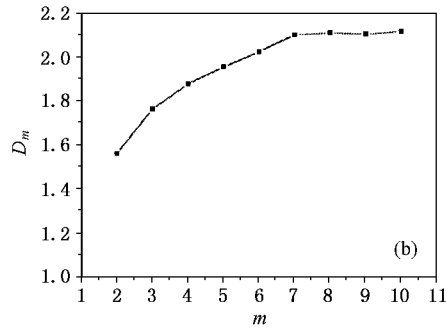
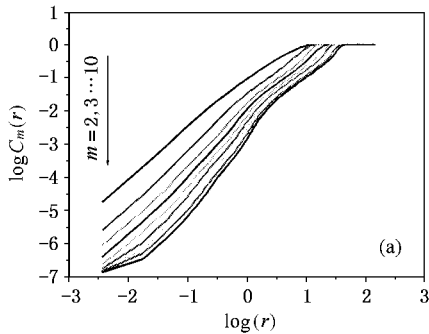


图 7 按文献 9 算法下的相关积分与关联维

$$p(n\tau, nN) = \begin{cases} 0 & \text{mod}(n, nN) = 0; \\ 1 & \text{mod}(n, nN) \neq 0, \end{cases} \quad (19a)$$

$$n\tau \leq t < (n+1)\tau \quad (19b)$$

式中 τ 为脉冲宽度, N 为自然数, 称为控制时间间隔, 此时在间隙驱动时信号为

$$E_{dc} + p(t)E_{ac} \sin(2\pi f_d t).$$

(19b) 式的轨迹是以指数速率发散的, 称之为非控制

相 (19a) 式以指数速率收敛, 称为控制相, 只要使得在控制相的收敛足以抵消或抑制在非控制相的发散, 就可能实现由 (19) 式所决定的系统趋向于预期的周期轨道. (19) 式中控制时间间隔 N 为控制参量, 适当选取 N , 可以使得原先的混沌到各种稳定的周期态. 按照 (19) 式之所以能够获得预期的目标, 是由于引入 (19a) 式中的间隙脉冲驱动后, 其最大李

雅普诺夫指数由正值变成负值了,因此非线性系统由混沌态转变为周期或拟周期态.以 $E_{dc} = 15.76$ 为例,连续驱动下系统为混沌态,如果采用间歇脉冲驱动对它加以控制,脉冲宽度为 $\tau = 0.001$,控制时间间隔为 $N = 1, 2, 3, \dots$ 数值模拟结果示于表 2 和图 8 中,得到 $2P, 4P, 8P, 16P, 32P, 2^n P, \dots$ 的周期轨道,随着控制时间间隔的增加,周期数增加,这也是符合混沌控制规律的.如果要得到非 $2^n P$ 的周期轨道,可在上

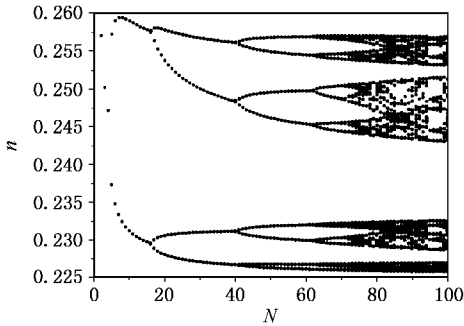


图 8 间隙脉冲控制混沌的 Poincaré 截面图

述方法上加以改进,改变脉冲宽度或者在采样脉冲函数中引入反馈系数,系统控制的自由度增加,得到较复杂的周期轨道.

表 2 间歇脉冲驱动分支情况

分支情况	32分为16	16分为8	8分为4	4分为2	2分为1
分支值 N	70	63	41	17	5

6. 结 论

本文从 n -GaAs 模型出发,建立相应的动力学方程,详细地分析了它的动力学性质.数值计算表明,在外场作用下,随信号幅度的变化,相继出现周期、准周期、及倍周期分岔通向混沌.应用间隙脉冲驱动,通过选择脉冲宽度和控制时间间隔,使得在控制相的收敛足以抵消或抑制在非控制相的发散,就能得到预期的周期轨道.

[1] Knap W, Jezewski M *et al* 1988 *Solid. Stat. Electron.* **31** 813
 [2] Mosekilde E, Feldberg R *et al* 1990 *Phys. Rev. B* **41** 2298
 [3] Aoki K and Mugibayashi N 1989 *Appl. Phys. A* **48** 161
 [4] Aoki K, Mugibayashi N and Yamamoto K 1986 *Phys. Scri. T* **14** 76
 [5] Aoki K and Yamamoto K 1989 *Appl. Phys. A* **48** 111
 [6] Aoki K, Kobayashi T and Yamamoto K 1982 *J. Phys. Soc. Jpn.* **51** 2373

[7] Niedemostheide F J, Brillert C, Kukuk B and Purwins H G 1996 *Phys. Rev. B* **54** 14012
 [8] Niedemostheide F J and Kleinkes M 1999 *Phys. Rev. B* **59** 7663
 [9] Grassberger P and Procaccia I 1983 *Phys. Rev. A* **28** 2591
 [10] Li G H, Zhou S P, Xu D M and Lai J W 2000 *Acta Phys. Sin.* **49** 2123 (in Chinese) [李国辉、周世平、徐得名、赖建文 2000 物理学报 **49** 2123]

Dynamical behaviour and its control in periodically driven semiconductor^{*}

Li Guo-Hui¹⁾ Zhou Shi-Ping²⁾ Xu De-Ming¹⁾

¹⁾(School of Communication and Information Engineering , Shanghai University , Shanghai 200072 , China)

²⁾(School of Science , Shanghai University , Shanghai 200436 , China)

(Received 26 April 2001 ; revised manuscript received 27 September 2001)

Abstract

A model for n-GaAs based on nonlinear carrier transport theory has been proposed. Complex bifurcations are studied as the excited field varies. Numerical simulation shows that the system exhibits periodicity, quasi-periodicity, and chaos, depending on the frequency and amplitude of the externally applied field, as expected. We also compute the quantities characterizing chaotic behaviours. An occasional pulse driving technique to control chaotic attractor to the desired periodic trajectory is illustrated.

Keywords : bifurcation, chaos, negative differential conductivity

PACC : 0545, 0547, 7220H, 7340L

^{*} Project supported by the National Natural Science Foundation of China(Grant No. 69871016).