

# 基于 backstepping 方法的混沌系统自适应模糊控制

关新平 陈彩莲 范正平

(燕山大学电气工程学院, 秦皇岛 066004)

(2001 年 8 月 17 日收到, 2001 年 9 月 28 日收到修改稿)

针对一类含未知非线性参量或外界干扰的混沌系统, 基于 backstepping 提出一种新的自适应模糊控制方法. 模糊逼近器参量可自动实时调整, 任意给定初始参量. 根据所给控制律表达式迭代得到控制器, 能够成功地把混沌系统控制到预先给定的目标轨道. 仿真结果验证了方法的有效性.

关键词: 混沌系统, backstepping 方法, 自适应模糊控制

PACC: 0545

## 1. 引言

混沌现象的发现带来了物理界的一个研究新热点, 同时也引起了工程技术界的广泛关注. 近年来, 对混沌控制的研究成为控制工程中十分活跃的一个领域<sup>[1-7]</sup>. Chen 等<sup>[8]</sup>应用局部线性化方法、神经网络等多种控制方法实现了对混沌系统的控制; Konishi 等采用滑模变结构控制<sup>[9]</sup>、时滞反馈控制<sup>[10]</sup>, Mirus 等则运用参量扰动法进行控制<sup>[11]</sup>, 贺明峰等<sup>[12]</sup>、关新平等<sup>[13]</sup>、薛月菊等<sup>[14]</sup>采用不同的自适应方法对不同的混沌系统进行控制, 都取得了很好的效果. 然而, 以上文献很少或基本不考虑不同程度的参量不确定性或外界干扰对系统的影响. 但在实际系统中, 系统参数总存在一定的摄动, 如在 Chua 氏电路中, 电阻和电容值总会存在微小的差别. 另外, 系统不可避免地会受到外界干扰的影响, 考虑到混沌系统对参量极端敏感, 参量的微小变化就会导致系统动态行为的巨大变化. 因此如何对存在参量摄动或外界扰动的混沌系统进行有效的控制, 对混沌控制走向应用而言至关重要.

本文基于 backstepping 技术提出一种新的自适应模糊控制方法, backstepping 方法采用反向递归设计思想, 逐步迭代设计 Lyapunov 函数, 利用模糊控制方法对参量摄动不敏感、抗扰动性强的优点, 同时通过自适应方法实时地调整模糊控制器的参量, 成功地实现了对模型未知或含有参量不确定性及外界干扰混沌系统的控制. 另外, 控制器表达式以参量化形式给出, 在工程技术上更易于应用.

## 2. 问题描述和控制算法

对于如下形式的单输入单输出  $n$  阶混沌系统:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 + f_1(\bar{x}_1), \\ \dot{x}_2 = x_3 + f_2(\bar{x}_2), \\ \vdots \\ \dot{x}_n = f_n(\bar{x}_n) + g(\bar{x}_n)u \\ y = x_1, \end{cases} \quad (1)$$

式中  $x_i$  为系统的状态,  $\bar{x}_i = [x_1, x_2, \dots, x_i]^T \in R^i$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ ),  $f_i(\cdot)$ ,  $g(\cdot)$  为系统的未知非线性函数或扰动,  $y$  为系统的输出,  $u$  为控制输入. 假设系统的各个状态可测, 不失一般性, 规定控制目标是设计一自适应模糊控制器  $u$ , 使系统输出  $y$  渐进跟踪一个有界参考信号  $y_r$ , 即

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \|y(t) - y_r(t)\| = 0. \quad (2)$$

系统 (1) 式所示的混沌系统可以代表一类非常广泛的混沌系统的受扰情形, 如 Duffing 方程, Arneodo 系统. 对于一些其他类型的混沌系统, 通过引入微分同胚进行坐标变换后表示成 (1) 式所示系统, 如 Lorenz 系统, Rössler 系统.

对于系统中未知的非线性函数, 用模糊方法进行函数逼近, 可称为模糊函数逼近器, 它的第  $i$  ( $i = 1, 2, \dots, m$ ) 条 IF-THEN 规则如下:

$$\begin{aligned} R^i: & \text{IF } x_1 \text{ is } F_{i1} \text{ and } \dots \text{ and } x_n \text{ is } F_{in}, \\ & \text{THEN } z \text{ is } M_i. \end{aligned}$$

采用单点模糊化、中心平均解模糊和极大-极小推理方法, 可得逼近器总输出为

$$z = \frac{\sum_{i=1}^m \bar{z}_i (\prod_{l=1}^n \mu_{F_{il}}(x_l))}{\sum_{i=1}^m (\prod_{l=1}^n \mu_{F_{il}}(x_l))} = \theta^T \varphi(X), \quad (3)$$

式中  $X=[x_1, x_2, \dots, x_n]^T$ ,  $\mu_{F_{il}}$  为第  $i$  条规则中状态  $x_l$  对模糊子集  $F_{il}$  的隶属度,  $m$  为规则总数,  $\bar{z}_i$  为第  $i$  条规则中隶属度为 1 的模糊输出量  $z$  值. 现将  $\bar{z}_i$  视为可调参量, 则可设可调参量矢量  $\theta$  和模糊基函数矢量分别为

$$\theta = [\bar{z}_1, \bar{z}_2, \dots, \bar{z}_m]^T, \\ \varphi(X) = [\varphi_1(X), \varphi_2(X), \dots, \varphi_n(X)]^T,$$

式中  $\varphi_i(X) = \prod_{l=1}^n \mu_{F_{il}}(x_l)$  ( $\sum_{i=1}^m (\prod_{l=1}^n \mu_{F_{il}}(x_l)) = 1$ ).

对于系统中非线性函数  $f_i(\cdot)$  和  $g(\cdot)$  分别按以上方法定义,  $\theta$  和  $\varphi(X)$  根据函数逼近引理<sup>[8]</sup>可知, 存在最优估计矢量参量

$$\theta_i^* = \arg \min_{\theta_i \in \Omega_i} [\sup_{X \in \Omega_i} |f_i(\cdot) - \theta_i^{*T} \varphi_i(X)|], \\ \theta_g^* = \arg \min_{\theta_g \in \Omega_{gi}} [\sup_{X \in \Omega} |g(\cdot) - \theta_g^{*T} \varphi_g(X)|].$$

我们的做法是, 任意给出初始估计参量  $\hat{\theta}_i$  和  $\hat{\theta}_g$ , 并且通过 backstepping 方法逐步迭代, 得到模糊逼近器参量自调整规律, 进而给出自适应模糊控制律  $u$  的表达式.

对于系统 (1) 式, 选择自适应模糊控制律为

$$u = \frac{1}{\hat{\theta}_g^T \varphi_g} (\alpha_n + y_r^{(n)}) - \hat{\theta}_g^T \varphi_g \neq 0, \quad (4)$$

式中镇定因子的表达式为

$$\alpha_i = -e_{i-1} - k_i e_i - \hat{\theta}_i^T \varphi_i \\ + \sum_{j=1}^{i-1} \left[ \frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial x_j} (x_{j+1} + \hat{\theta}_j^T \varphi_j) - \sum_{l=j}^{i-2} e_{l+1} \frac{\partial \alpha_l}{\partial \hat{\theta}_j} \Gamma \varphi_j \right] + \frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial \hat{\theta}_k} R_{ki} + \frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial y_r^{(j-1)}} y_r^{(j)} \\ (\alpha_0 = 0, e_i = x_i - y_r^{(i-1)} - \alpha_i, i = 1, 2, \dots, n), \quad (5)$$

$$R_{ii} = \Gamma e_i \varphi_i, R_{ji} = R_{j, i-1} - \Gamma e_i \frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial x_j} \varphi_j \\ j = 1, 2, \dots, i-1,$$

参量自适应律为

$$\dot{\hat{\theta}}_g = \Gamma e_n \varphi_g u, \dot{\hat{\theta}}_j = R_{jn} \quad j = 1, 2, \dots, n, \Gamma > 0 \quad (6)$$

定理 这样系统 (1) 式全局稳定, 且系统输出  $y$  跟踪参考信号  $y_r$  的误差渐近收敛于零.

证明: 首先定义广义误差  $e_i$ , 镇定因子  $\alpha_i$  和模糊逼近器逼近误差矢量  $\tilde{\theta}_i, \tilde{\theta}_g$  分别为

$$e_i = x_i - y_r^{(i-1)} - \alpha_{i-1}, \\ \tilde{\theta}_i = \theta_i^* - \hat{\theta}_i, \tilde{\theta}_g = \theta_g^* - \hat{\theta}_g. \quad (7)$$

定义  $R_{ii} = P^{-1} e_i \varphi_i, R_{ki} = R_{k, i-1} - P^{-1} e_i \frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial x_k} \varphi_k$

$$(i = 1, 2, \dots, n, 1 \leq k \leq i-1), \quad (8)$$

式中可逆矩阵  $P$  为 Lyapunov 函数中定义的正定矩阵.

第 1 步: 定义 Lyapunov 函数为

$$V_1 = \frac{1}{2} e_1^2 + \frac{1}{2} \tilde{\theta}_1^T P \tilde{\theta}_1,$$

$V_1$  沿系统 (1) 式对时间的导数为

$$\dot{V}_1 = e_1 (e_2 + \alpha_1 + \hat{\theta}_1^T \varphi_1) + \tilde{\theta}_1^T P (-\dot{\hat{\theta}}_1) \\ = e_1 (e_2 + \alpha_1 + \hat{\theta}_1^T \varphi_1) + \tilde{\theta}_1^T P (P^{-1} e_1 \varphi_1 - \dot{\hat{\theta}}_1), \\ \text{现令镇定因子 } \alpha_1 = -k_1 e_1 - \hat{\theta}_1^T \varphi_1, \text{ 则有}$$

$$\dot{V}_1 = -k_1 e_1^2 + e_1 e_2 + \tilde{\theta}_1^T P (R_{11} - \dot{\hat{\theta}}_1). \quad (9)$$

第 2 步: 定义 Lyapunov 函数为

$$V_2 = V_1 + \frac{1}{2} e_2^2 + \frac{1}{2} \tilde{\theta}_2^T P \tilde{\theta}_2,$$

又根据 (7) 式定义可知,

$$\dot{e}_2 = x_3 + \alpha_2 + \hat{\theta}_2^T \varphi_2 \\ - \left[ \frac{\partial \alpha_1}{\partial x_1} (x_2 + \hat{\theta}_1^T \varphi_1) + \frac{\partial \alpha_1}{\partial \hat{\theta}_1} \dot{\hat{\theta}}_1 + \frac{\partial \alpha_1}{\partial y_r} \dot{y}_r \right], \quad (10)$$

则有

$$\dot{V}_2 = \dot{V}_1 + e_2 \dot{e}_2 + \tilde{\theta}_2^T P \dot{\tilde{\theta}}_2 \\ = -k_1 e_1^2 + e_1 e_2 + \tilde{\theta}_1^T P \left( R_{11} - P^{-1} e_2 \frac{\partial \alpha_1}{\partial x_1} \varphi_1 - \dot{\hat{\theta}}_1 \right) \\ + \tilde{\theta}_2^T P (P^{-1} e_2 \varphi_2 - \dot{\hat{\theta}}_2) \\ + e_2 \left( e_3 + \alpha_2 + \hat{\theta}_2^T \varphi_2 - \frac{\partial \alpha_1}{\partial x_1} (x_2 + \hat{\theta}_1^T \varphi_1) - \frac{\partial \alpha_1}{\partial \hat{\theta}_1} \dot{\hat{\theta}}_1 - \frac{\partial \alpha_1}{\partial y_r} \dot{y}_r \right).$$

为了使  $\dot{V}_2$  具有类似于  $\dot{V}_1$  的形式, 令镇定因子  $\alpha_2$  为

$$\alpha_2 = -e_1 - k_2 e_2 - \hat{\theta}_2^T \varphi_2 + \frac{\partial \alpha_1}{\partial x_1} (x_2 + \hat{\theta}_1^T \varphi_1) \\ + \frac{\partial \alpha_1}{\partial \hat{\theta}_1} R_{12} + \frac{\partial \alpha_1}{\partial y_r} \dot{y}_r,$$

这样

$$\dot{V}_2 = -k_1 e_1^2 - k_2 e_2^2 + e_2 e_3 + \left( \tilde{\theta}_1^T + \frac{\partial \alpha_1}{\partial \hat{\theta}_1} e_2 \right) \\ \times P (R_{12} - \dot{\hat{\theta}}_1) + \tilde{\theta}_2^T P (R_{22} - \dot{\hat{\theta}}_2).$$

第  $i$  步 ( $2 < i < n$ ): 同理定义 Lyapunov 函数, 应用以上两步的推理方法可知,

$$\begin{aligned} \dot{V}_i &= e_{i-1} e_i - \sum_{k=1}^{i-1} k_k e_k^2 \\ &+ \sum_{k=1}^{i-1} \left( \tilde{\theta}_k^T P + \sum_{l=k}^{i-2} e_{l+1} \frac{\partial \alpha_l}{\partial \hat{\theta}_k} \right) \left( R_{k,i-1} - \dot{\hat{\theta}}_k \right) \\ &+ e_i \left[ e_{i+1} + \alpha_i + \hat{\theta}_i^T \varphi_i - \sum_{k=1}^{i-1} \left( \frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial x_k} (x_{k+1} \right. \right. \\ &\left. \left. + \hat{\theta}_k^T \varphi_k \right) + \frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial \hat{\theta}_k} \dot{\hat{\theta}}_k + \frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial y_r^{(k-2)}} y_r^{(k-1)} \right] \end{aligned}$$

当取  $\alpha$  为 (5) 式所示形式时, 有

$$\begin{aligned} \dot{V}_i &= e_i e_{i+1} - \sum_{k=1}^i k_k e_k^2 \\ &+ \sum_{k=1}^i \left( \tilde{\theta}_k^T P + \sum_{l=k}^{i-1} e_{l+1} \frac{\partial \alpha_l}{\partial \hat{\theta}_k} \right) \left( R_{ki} - \dot{\hat{\theta}}_k \right). \end{aligned}$$

第  $n$  步: 定义 Lyapunov 函数为

$$V = V_{n-1} + \frac{1}{2} e_n^2 + \frac{1}{2} \tilde{\theta}_n^T P \tilde{\theta}_n + \frac{1}{2} \tilde{\theta}_g^T P \tilde{\theta}_g,$$

$V$  沿系统 (1) 式对时间的导数为

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \dot{V}_{n-1} + \tilde{\theta}_n^T P (P^{-1} e_n \varphi_n - \dot{\hat{\theta}}_n) \\ &+ \tilde{\theta}_g^T P (P^{-1} e_n \varphi_g u - \dot{\hat{\theta}}_g) \\ &+ e_n \left( \hat{\theta}_g^T \varphi_g u - y_r^{(n)} - \alpha_n + \alpha_n + \hat{\theta}_n^T \varphi_n + \frac{\partial \alpha_{n-1}}{\partial t} \right) \\ &= \dot{V}_n + \tilde{\theta}_g^T P (P^{-1} e_n \varphi_g u - \dot{\hat{\theta}}_g) \\ &+ e_n \left( \hat{\theta}_g^T \varphi_g u - y_r^{(n)} - \alpha_n \right), \end{aligned} \quad (11)$$

式中

$$\begin{aligned} \dot{V}_n &= \dot{V}_{n-1} + e_n \left( \alpha_n + \hat{\theta}_n^T \varphi_n + \frac{\partial \alpha_{n-1}}{\partial t} \right) \\ &+ \tilde{\theta}_n^T P (P^{-1} e_n \varphi_n - \dot{\hat{\theta}}_n), \\ \frac{\partial \alpha_{n-1}}{\partial t} &= \sum_{k=1}^{n-1} \left[ \frac{\partial \alpha_{n-1}}{\partial x_k} (x_{k+1} + \hat{\theta}_k^T \varphi_k + \tilde{\theta}_k^T \varphi_k) \right. \\ &\left. + \frac{\partial \alpha_{n-1}}{\partial \hat{\theta}_k} \dot{\hat{\theta}}_k + \frac{\partial \alpha_{n-1}}{\partial y_r^{(k-1)}} y_r^{(k)} \right], \end{aligned} \quad (12)$$

将 (12) 式和定理中镇定因子的表达式代入 (11) 式得到

$$\begin{aligned} \dot{V} &= - \sum_{k=1}^n k_k e_k^2 + \tilde{\theta}_g^T P (P^{-1} e_n \varphi_g u - \dot{\hat{\theta}}_g) \\ &+ e_n \left( \hat{\theta}_g^T \varphi_g u - y_r^{(n)} - \alpha_n \right) \\ &+ \sum_{k=1}^n \left( \tilde{\theta}_k^T P + \sum_{l=k}^{(n-1)} e_{l+1} \frac{\partial \alpha_l}{\partial \hat{\theta}_k} \right) \left( R_{kn} - \dot{\hat{\theta}}_k \right), \end{aligned}$$

显然当按 (6) 式选取自适应控制律时,  $\dot{V} = - \sum_{k=1}^n k_k e_k^2 \leq 0$ , 由此可知施加控制后的闭环跟踪误

差系统渐近稳定, 即原混沌系统渐近跟踪参考信号, 证毕.

定理给出的自适应模糊控制律是针对形如 (1) 式所示的非线性系统给出的, 如果对于一般的单输入单输出系统

$$\dot{x}^{(n)} = f(x, \dot{x}, \dots, x^{(n-1)}) + bu,$$

可以转化为

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2, \\ \dot{x}_2 = x_3, \\ \vdots \\ \dot{x}_n = f(\bar{x}_n) + bu \end{cases} \quad (13)$$

的形式, 这是本文系统 (1) 式的特例, 所给出的控制律同样适用, 并可以得到简化. 另一方面, 系统中  $f(\cdot)$  更普遍地反映了不可知参量摄动和未知外界干扰, 所给控制律依靠适应环节调节模糊控制器参量, 进而通过镇定因子  $\alpha$  的作用保证系统各状态的渐近跟踪性能, 体现出了该控制律的适应能力和抗干扰能力, 这与传统的反馈线性化方法和单纯的自适应方法相比具有明显的优越性.

在实际求取控制律参量时, 只要选定  $k_i > 0$ , 初选模糊隶属函数来逼近  $f_i(\cdot)$  和  $g(\cdot)$ , 这也就确定了  $\hat{\theta}_i$  和  $\hat{\theta}_g$  的初始值, 然后选取一正定矩阵  $\Gamma$ , 便可根据定理中所给迭代公式得到控制律, 而且以参量化形式给出, 更符合工程实际的要求. 另外, 由于该方法能够克服一般的自适应控制方法中控制器不连续这一缺陷, 在实际应用中不会对控制设备造成大的冲击.

### 3. 控制 Holmes 混沌仿真研究

对于 Holmes 系统, 所取参量如文献 [13], 在控制输入不为零时的状态方程表示为

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2, \\ \dot{x}_2 = x_1 - 0.2x_2 - x_1^3 + 0.32\cos(1.2t) + u. \end{cases} \quad (14)$$

显然它的表达式如 (13) 式, 是本文的特例. 我们假设系统方程未知, 但状态变量  $x_1$  和  $x_2$  可测量. 在控制输入为零时, 系统呈现混沌态, 从图 1(表示初始状态为零, 变化时间为 100s 时的相平面图) 可以估计出参量的变化范围为  $x_1 \in [-1.5, 1.5]$ ,  $x_2 \in [-1, 1]$ , 直接选取四个模糊子集, 模糊控制器输入变量  $x_1, x_2$  模糊隶属函数如下:

$$\begin{aligned}\mu_{11}(x_1) &= \exp(-(x_1 - 1.5)^2/2), \\ \mu_{12}(x_1) &= \exp(-(x_1 - 0.4)^2/2), \\ \mu_{13}(x_1) &= \exp(-(x_1 - 0.4)^2/2), \\ \mu_{14}(x_1) &= \exp(-(x_1 + 1.5)^2/2); \\ \mu_{21}(x_2) &= \exp(-(x_2 - 1)^2/2), \\ \mu_{22}(x_2) &= \exp(-(x_2 - 0.2)^2/2), \\ \mu_{23}(x_2) &= \exp(-(x_2 + 0.2)^2/2), \\ \mu_{24}(x_2) &= \exp(-(x_2 + 1)^2/2).\end{aligned}$$

这样共有 16 条语句. 对照系统(1)式,  $f_1(\bar{x}_1)=0$ ,  $g(\bar{x}_2)=0$ , 选取估计参量初始值  $k_1=2$ ,  $k_2=2$ ,  $\hat{\theta}_2=[0.3\ 0.3\ 0.3\ 0.3]^T$ , 正定矩阵  $\Gamma=0.5I$  ( $I$  表示单位阵), 根据定理可得  $\alpha_1$  和  $\alpha_2$ , 而  $\varphi(X)$  根据系统状态由模糊控制器实时得到. 图 2 表示初始状态  $(x_1, x_2)=(1.5, 0)$ , 系统输出  $y$  跟踪正弦信号  $y_r=\sin t$  的时域变化曲线, 图 3 为其跟踪误差曲线, 可以看到跟踪调整时间小于 0.5s. 当仿真时间为 20s 时, 跟踪的相平面图如图 4.

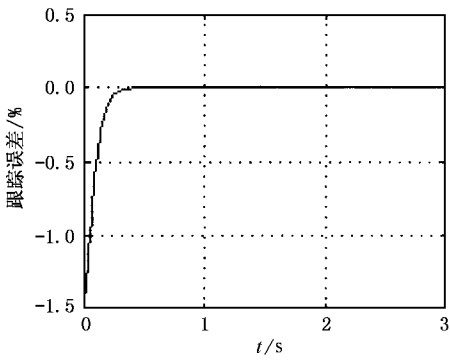


图 3 跟踪误差曲线

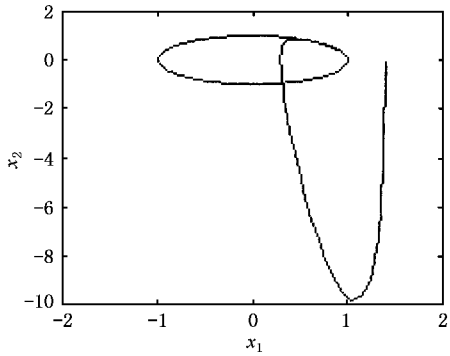


图 4 施加控制后的跟踪相轨迹图

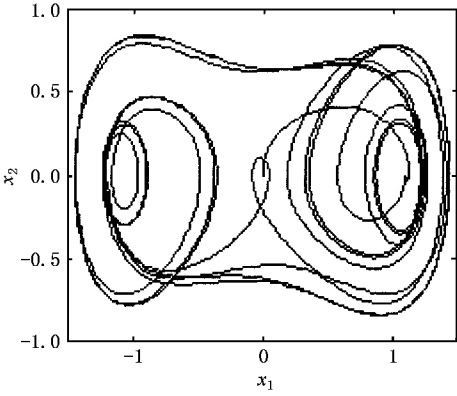


图 1 控制输入为零时的相轨迹图

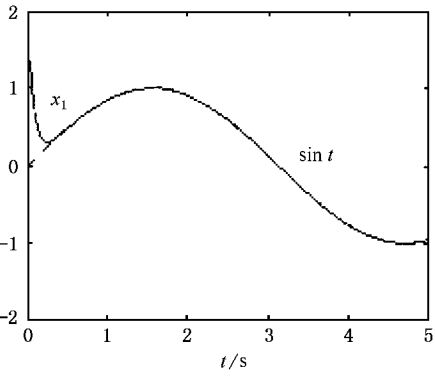


图 2 输出跟踪时域变化曲线

4. 控制受扰 Arneodo 系统仿真研究

在实际的系统中, 系统参量总存在一定的摄动和干扰, 与此同时, 也不可避免地存在系统模型与实际系统之间的建模误差, 这种误差在实施控制时也可以看成是未知干扰. 假设受扰 Arneodo 系统状态方程为

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 + 0.4\sin x_1, \\ \dot{x}_2 = x_3 + 0.6\cos(x_1 x_2), \\ \dot{x}_3 = -b_0 x_1 - b_1 x_2 - b_2 x_3 + b_3 x_1^3 + u. \end{cases} \quad (15)$$

当  $b_0=-5.5$ ,  $b_1=3.5$ ,  $b_2=1$ ,  $b_3=-1$ ,  $u=0$  时, 受扰 Arneodo 系统为一混沌系统, 其相轨迹如图 5(初始状态为  $(0.1\ 0.1\ 0.1)$ , 仿真时间为 100s). 在控制时, 扰动项  $f_1(\bar{x}_1)=0.4\sin x_1$ ,  $f_2(\bar{x}_2)=0.6\cos(x_1 x_2)$  未知, 系统的非线性部分

$$f_3(\bar{x}_3) = -b_0 x_1 - b_1 x_2 - b_2 x_3 + b_3 x_1^3$$

也未知, 选择系统输出为  $y=x_1$ .

控制目标是设计模糊自适应控制器控制系统

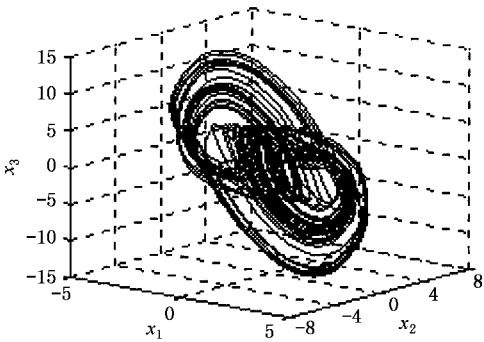


图 5 受扰 Arneodo 系统相轨迹图

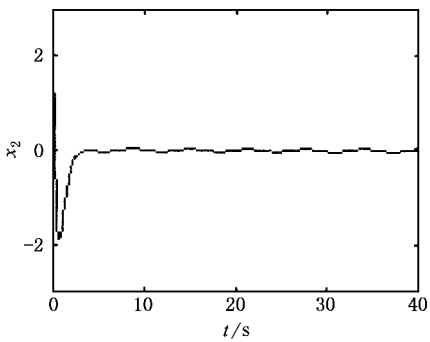


图 8  $x_2$  变化曲线

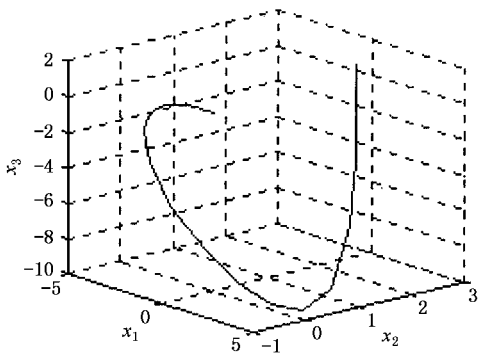


图 6 稳定到原点相轨迹变化曲线

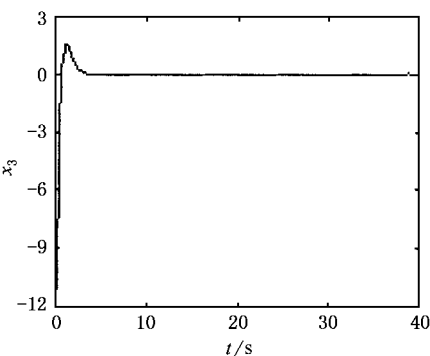


图 9  $x_3$  变化曲线

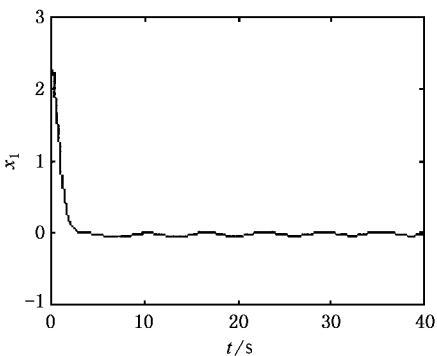


图 7  $x_1$  变化曲线

(15)式,使得输出稳定在原点,即跟踪零信号.选择控制器参量  $k_1 = k_2 = k_3 = 2$ ,矩阵  $\Gamma = 0.1I$ .为简便起见,选取三个模糊逼近器变量的隶属函数均为

$$\begin{aligned}\mu_{i1}(\bar{x}_i) &= \exp(-(x_i - 1)^2), \\ \mu_{i2}(\bar{x}_i) &= \exp(-(x_i - 0.5)^2), \\ \mu_{i3}(\bar{x}_i) &= \exp(-x_i^2), \\ \mu_{i4}(\bar{x}_i) &= \exp(-(x_i + 0.5)^2), \\ \mu_{i5}(\bar{x}_i) &= \exp(-(x_i + 1)^2) \\ (i &= 1, 2, 3).\end{aligned}$$

估计参量初始值为  $\hat{\theta}_1 = \hat{\theta}_2 = \hat{\theta}_3 = [0.2, 0.2, 0.2, 0.2, 0.2]^T$ .经过迭代可以实时的得到镇定参量  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$  和  $\alpha_3$ ,进而得到控制律  $u$ ,取得了理想的控制效果.其状态变化相轨迹如图 6.图 7—9 分别表示三个状态的时域变化曲线,可以看出,系统的每个状态都渐近跟踪参考信号.

5. 结 论

本文基于 backstepping 方法设计了模糊自适应控制器控制混沌系统,控制器参量根据系统运行状态实时调整,可以很好地将精确模型未知或存在外界干扰的混沌系统控制到预期目标.由于在控制律迭代过程中,每一步均有镇定因子,保证每一个状态都是渐近稳定的.

- [ 1 ] Ott E *et al* 1990 *Phys. Rev. Lett.* **3** 1196
- [ 2 ] Nitsche G and Dressler U 1992 *Physica* D**58** 153
- [ 3 ] Wu C and Chua L 1994 *Int. J. Bifur. Chaos* **4** 979
- [ 4 ] Chen G and Dong X 1998 *From Chaos to Order-Methodologies, Perspectives, and Applications* (Singapore :World Scientific)
- [ 5 ] Wang L and Mendel J 1992 *IEEE Trans. Neural Networks* **3** 807
- [ 6 ] Liu F *et al* 1999 *Acta Phys. Sin.* **48** 2191 ( in Chinese ) [ 刘 峰等 1999 物理学报 **48** 2191 ]
- [ 7 ] Gao J F, Luo X J, Ma X K *et al* 1999 *Acta Phys. Sin.* **48** 1618 ( in Chinese ) [ 高金峰、罗先觉、马西奎等 1999 物理学报 **48** 1618 ]
- [ 8 ] Chen G, Dong X 1995 *Proc. IEEE Int. Symp. Circuits Systems*, Seattle ( WA, April ) p1177
- [ 9 ] Konishi K *et al* 1998 *Phys. Lett. A* **245** 511
- [ 10 ] Konishi K *et al* 1999 *IEEE Trans. On Circ. Syst.* **46** 1285
- [ 11 ] Mirus K and Sprott J 1999 *Phys. Lett. A* **254** 275
- [ 12 ] He M F, Mu Y M and Zhao L Z 2000 *Acta Phys. Sin.* **49** 830 ( in Chinese ) [ 贺明峰、穆云明、赵立中 2000 物理学报 **49** 830 ]
- [ 13 ] Guan X P, Fang Z P, Peng H P *et al* 2001 *Acta Phys. Sin.* **50** 2113 ( in Chinese ) [ 关新平、范正平、彭海朋等 2001 物理学报 **50** 2113 ]
- [ 14 ] Xue Y *et al* 2000 *Acta Phys. Sin.* **49** 641 ( in Chinese ) [ 薛月菊等 2000 物理学报 **49** 641 ]

## Adaptive fuzzy control for a chaotic system based on the backstepping approach

Guan Xin-Ping Chen Cai-Lian Fan Zheng-Ping

( Institute of Electrical Engineering, Yanshan University, Qinhuangdao 066004, China )

( Received 17 August 2001 ; revised manuscript received 28 September 2001 )

### Abstract

A novel adaptive fuzzy control method is proposed via backstepping approach for a class of chaotic systems with unknown nonlinear terms or external disturbances. The fuzzy approximator whose parameters can be self-tuned in real-time mode is applied to estimate the unknown terms in the system model. Given initial parameters, the controller can be derived iteratively according to the control law and update laws to make the system asymptotically trace any desired orbit. The illustrative examples demonstrate the effectiveness of the proposed method.

**Keywords** : chaotic system, backstepping approach, adaptive fuzzy control

**PACC** : 0545