

小波变换的信号分形分析及其在 心电信号处理中的应用研究

邓 勇¹⁾ 施文康¹⁾ 刘 琪²⁾

¹⁾上海交通大学电子信息学院,上海 200030)

²⁾上海交通大学生命科学院,上海 200030)

(2001 年 6 月 29 日收到,2001 年 8 月 30 日收到修改稿)

介绍了一种基于小波变换的分形分析方法,并将它成功地应用于心房纤颤的检测中.该方法提取了一个特征值 r ,结果表明在心房纤颤开始时,特征值是上升的,心房纤颤结束后,特征值又慢慢恢复到原来的数值,由此可以成功地检测出心房纤颤的开始和结束.此外,由于特征值同时反映了 heart rate variability(HRV)信号的复杂程度,所以同时它也表明,心房纤颤开始后,HRV 信号的复杂度是下降的.

关键词:HRV,小波变换,分形

PACC:0555

1. 引 言

Heart rate variability(HRV)是指连续心跳期间的微小涨落.临床医学证明,急性心肌梗塞、高血压、冠心病等心血管疾病,甚至糖尿病患者的 HRV 都较正常人有显著的降低.由此可见,HRV 的特性研究可实现心血管疾病的无创伤检测,这具有重要意义.

近年来的研究表明,HRV 呈现显著的非线性动力学特性^[1],心率、血压、呼吸运动是由几个中枢神经系统调节、控制的,这些系统间的相互作用会产生非周期时间过程,但这些呈现随机性的时间过程都有着良好的确定性动力系统特性.为了提取 HRV 的非线性特性并研究其特征改变与生理、病理之间的关系,人们采用了复杂度、Lyapunov 指数、相关维数、近似熵、detrended fluctuation analysis(DFA)等方法^[2-6].分形是具有扩展对称性的几何对象,关于分形的研究和应用已经取得了一些成果^[7-10].本文的主要工作是将小波变换的分形分析方法应用于心电信号处理中.其基本思想是:由于 HRV 信号具有功率谱上的长程相关性^[11],其功率谱特性在较大的频率范围内近似呈现指数规律 $S(\omega) \approx \sigma^2 / |\omega|^r$,是一种近似的 $1/f$ 类分形信号^[12].而小波变换由于具有多分辨率分析能力,使其成为描述 $1/f$ 类分形信号强有力的工具.

2. $1/f$ 类分形信号与小波变换

Wornell 等^[9]指出,一个 $1/f$ 类分形信号 $x(t)$,若通过一频率响应为 $B(\omega)$ 的理想带通滤波器,将产生一个广义平稳的随机过程 $y(t)$,其中 $y(t)$ 具有有限的方差和功率谱密度 $S_y(\omega)$.

$$B(\omega) = \begin{cases} 1 & \omega_L < |\omega| \leq \omega_U; \\ 0 & \text{其他} \end{cases}$$
$$S_y(\omega) = \begin{cases} \sigma_x^2 / |\omega|^r & \omega_L < |\omega| \leq \omega_U; \\ 0 & \text{其他} \end{cases}$$

小波分析实际上是一组等 Q 结构的带通滤波器,它使不同尺度、不同频率的信号通过不同的频带通道分离开来. $1/f$ 类分形信号可以由一组满足一定条件的不相关随机变量的小波合成来产生.设一组不相关的随机变量序列 $\{d_n^m\}$ 具有零均值和下式所确定的方差:

$$\text{Var}(d_n^m) = \sigma^2 2^{-m}. \quad (1)$$

通过小波合成的信号 $x(t) = \sum_m \sum_n d_n^m \psi_n^m(t)$,式中 $\psi_n^m = 2^{m/2} \psi(2^n t - n)$.

$x(t)$ 的功率谱密度 $S_x(\omega) = \sum_m \sigma^2 2^{-m} |\psi(2^{-m} \omega)|^2$,则 $S_x(\omega) = 2^{Kr} S_x(2^k \omega)$,由此可见 $x(t)$ 具有统计自相似性.

而同时,若 $x(t)$ 为 $1/f$ 类分形信号,其参数 σ_x^2 ,

$x > 0$, x_n^m 为其小波分解系数, 则任意两系数对 x_n^m , $x_{n'}^{m'}$ 之间的相关函数如下式:

$$E[X_n^m X_{n'}^{m'}] = \frac{2 - (m + m')/2}{2\pi} \times \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sigma_x^2}{|\omega|^r} \psi(2^{-m}\omega) \psi^*(2^{-m'}\omega) \times e^{-i(n2^{-m} - n'2^{-m'})\omega} d\omega. \quad (2)$$

由(2)式, 可以得出下面的结论:

1. $\text{Va}(x_n^m) = \sigma^2 2^{-m}$,

式中 $\sigma^2 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sigma_x^2}{|\omega|^r} |\psi(\omega)|^2 d\omega$;

2. 令 $\rho_{n,n'}^{m,m'} = \frac{E[X_n^m X_{n'}^{m'}]}{\sqrt{(\text{Var}X_n^m)(\text{Va}(X_{n'}^{m'}))}}$ 为一归一化的

小波相关系数, 则

1) 同一尺度 m 下的小波系数是一广义的平稳随机过程, 即 $\rho_{n,n'}^{m,m}$ 只是 $(n - n')$ 的函数, 与起始点 n 无关,

$$\rho_{n,n'}^{m,m} = \frac{1}{2\pi\sigma^2} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sigma_x^2}{|\omega|^r} |\psi(\omega)|^2 e^{-i(n-n')\omega} d\omega.$$

2) 不同尺度 m, m' 下的小波系数, 对应同一瞬时值(即 $2^{-m}n = 2^{-m'}n'$), 也存在广义平稳性, 即 $\rho_{n,n'}^{m,m'}$ 只是 $m - m'$ 的函数, 与起始尺度 m 无关,

$$\rho_{n,n'}^{m,m'} = \frac{1}{2\pi\sigma^2} 2^{-(m-m')/2} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sigma_x^2}{|\omega|^r} \psi(2^{-(m-m')}\omega) \times \psi^*(\omega) d\omega.$$

实际上, $\rho_{n,n'}^{m,m'}$ 相当小, $|\rho_{n,n'}^{m,m'}| \approx O(|(2^{-m}n - 2^{-m'}n')|)^{-2R}$ ($2^{-m}n - 2^{-m'}n' \rightarrow \infty$), 其中 R 为小波基的消失矩阶数, 它直接影响小波系数序列的相关性, 相关性随 R 的增加而呈指数下降. 当 R 较大时, 相关函数接近冲激函数, 序列几乎不相关. 因此小波变换对于 $1/f$ 类信号有 Karhunen-Loeve 展开的作用.

从上面的分析可知, 若对一 $1/f$ 信号作小波变换, 并求各尺度下小波系数的方差而得到的曲线 $\log_2 \text{Var}X_n^m - m$ 在理想情况下应为一一直线, 且斜率为 r . 现对一基于 ARMA 模型得到的 $1/f$ 类信号($r = 0.5$)作小波变换(见图 1). 图 2 为小波变换后的 $\log_2 \text{Var}X_n^m - m$ 曲线. 图 3 为 $\rho_{n,n'}^{m,m'} - (n - n')$ 曲线. 从图 2 中可以看出 $\log_2 \text{Var}X_n^m - m$ 近似为一一直线, 用最小二乘法拟合可得其斜率为 0.497. 从图 3 中可以看出同一尺度下小波序列相关系数低于 3%.

3. HRV 信号分形特性的动态分析

不少研究者通过分析证明, HRV 信号的涨落并

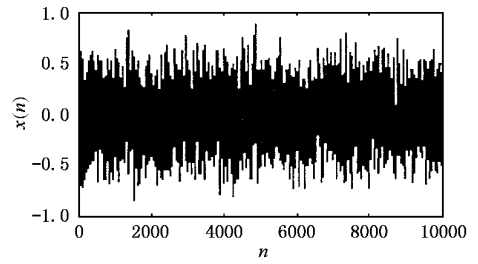


图 1 $r = 0.5$ 的 $1/f$ 类信号

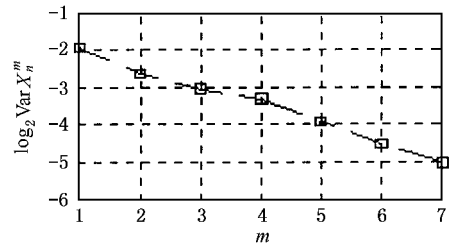


图 2 $\log_2 \text{Var}X_n^m - m$ 曲线

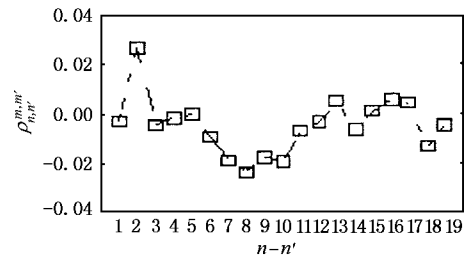


图 3 $\rho_{n,n'}^{m,m'} - (n - n')$ 曲线

不是随机的, 它具有分形信号的特征. 具体而言, 其功率谱特性在较大的频率范围内近似呈现指数规律 $S(\omega) \approx \sigma^2/|\omega|^r$. 对图 4 的 HRV 信号, 由其 $\log_2 \text{Var}X_n^m - m$ 曲线(见图 5), 可得到 $r \approx 0.7689$.

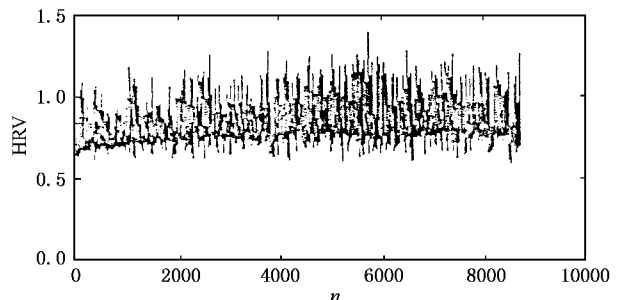


图 4 受试者的 HRV 信号

生理、病理的 HRV 的改变, 必然会引起 r 的改

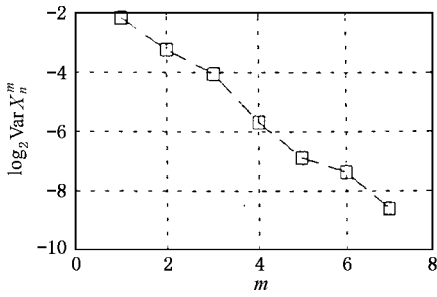


图 5 $\log_2 \text{Var} X_n^m - m$ 曲线

变.那么反过来,通过观察 r 的改变,可得知被观察者的生理、病理状况,从而进行疾病的早期诊断,并

对被观察者进行动态监护.为了得到 r 随时间变化的动态曲线,我们采用滑动的矩形窗,窗长取 2056 (因为 HRV 具有统计自相似性,因此窗的长度不能取得太短).因为 HRV 信号的 r 一般在 (0, 2) 之间,因此采用 D_{65} 小波函数.图 6 为 MIT-BIH atrial fibrillation database 中的一段心电数据,通过计算 $R - R$ 间期得到 HRV 信号.它在 0 :00.224—58 :51.436 时间段内为正常的心电信号,之后发生心房纤颤,在 1 :03 :15.504 又恢复正常.从图 7 可以看出,在发生心房纤颤时, r 值由 0.75 迅速上升到 1.3,心房纤颤结束后又恢复到原来的值,灵敏地反映了病理的变化过程.

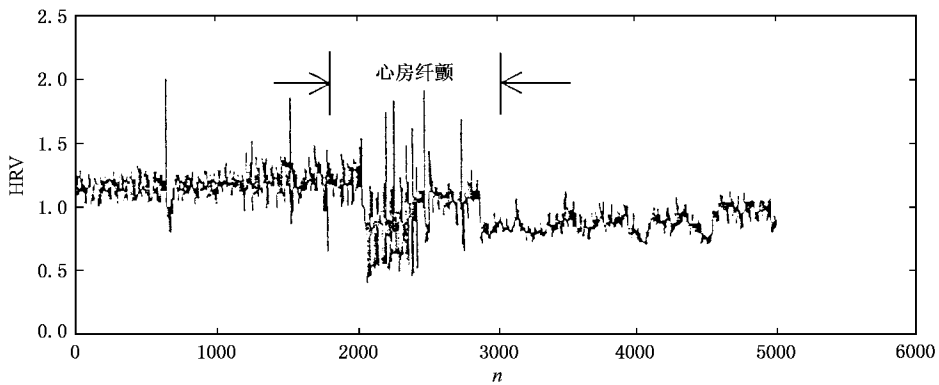


图 6 受试者发生心房纤颤时的 HRV 信号

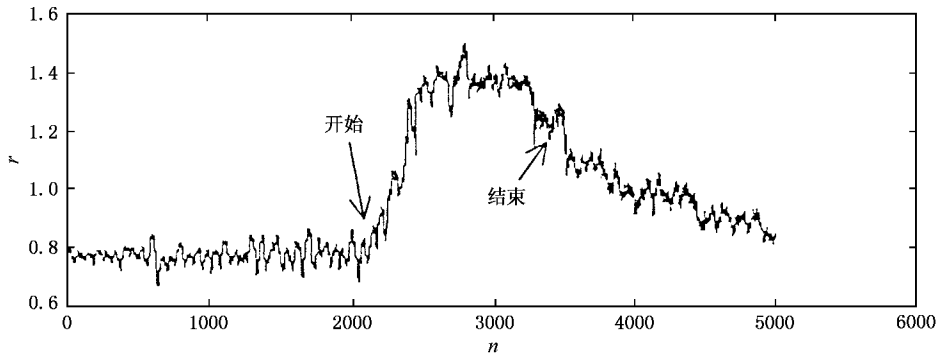


图 7 r 值随 n 变化的曲线

4. 结 论

我们从 $1/f$ 类分形信号的特点出发,阐述了由于小波变换具备独特的时频分析能力,使它成为表达、合成、检测这类信号的强有力的工具.针对具有近似 $1/f$ 性质的 HRV 信号,采用这种方法也得到较

为理想的结果.结果表明,它成功地检测出心房纤颤的开始和结束,在心房纤颤开始时, r 值是上升的,心房纤颤结束后, r 又慢慢恢复到原来的数值.由于 r 的值同时反映了 HRV 信号的复杂程度,所以它也表明,心房纤颤开始后,HRV 信号的复杂度是下降的.我们对其他的心房纤颤信号进行了分析,也得到了类似的结果,证明它是一种行之有效的办法.

- [1] Goldberger AL , Rigney DR , Mietus J , Antman EM and Greenwald S 1988 *Experientia* **44** (11 - 12) 983
- [2] Peng C K , Havlin S , Stanley HE and Goldberger AL 1995 *Chaos* **5** 82
- [3] Liao W C *et al* 1996 *Tsinghua Science and Technology* **36** [(in Chinese) 廖旺才等 1996 清华大学学报 **36** 1]
- [4] Zhang H H , Zhu Y S *et al* 2000 *Acta Phys. Sin.* **49** 1416 (in Chinese) [张红暄、朱贻盛等 2000 物理学报 **49** 1416]
- [5] Zhang H and Yang M 1997 *Acta Biophys. Sin.* **13** 340 (in Chinese) [张 辉、杨 明 1997 生物物理学报 **13** 340]
- [6] Ruan J , Cai Z J and Lin W 2000 *Proc. IEEE-EMBS Asia-Pacific on Biomed. Engin.* p363
- [7] Sun X *et al* 2000 *Acta Phys. Sin.* **49** 854 (in Chinese) [孙 霞等 2000 物理学报 **49** 854]
- [8] Luo M B and Yie G X 2000 *Chin. Phys.* **9** 414
- [9] Wornell G W 1996 *Singal Processing with Fractals : a Wavelet-Based Approach* (Prince Hall Inc)
- [10] Ma Z M and Tao C K 1999 *Acta Phys. Sin.* **48** 2202 (in Chinese) [马兆勉、陶纯堪 1999 物理学报 **48** 2202]
- [11] Peng C K , Mietus J , Hausdorff J M , Havlin S , Stanley H E and Goldberger A L 1993 *Phys. Rev. Lett.* **70** (9) 1343
- [12] Kobayashi M and Musha T 1982 *IEEE Trans. Biomed. Eng.* **29** 456

Research on the analysis of cardiogram signal with fractals based upon wavelet transform and its application

Deng Yong¹⁾ Shi Wen-Kang¹⁾ Liu Qi²⁾

¹⁾ School of Electronics & Information Technology , Shanghai Jiaotong University , Shanghai 200030 , China)

²⁾ School of Life Science , Shanghai Jiaotong University , Shanghai 200030 , China)

(Received 29 June 2001 ; revised manuscript received 30 August 2001)

Abstract

The nonlinear analysis of heart rate variability (HRV) has been the hotspot in the field of biomedical engineering There are several methods in the research of its dynamic behaviour , such as complexity , Lyapunov exponents , correlation dimension , approximate entropy , detrended fluctuation analysis . Because of the long-range power-law correlation characteristic of HRV , this paper proposeds another alternative technique with fractals based upon wavelet transform and gaves its application in the detection of atrial fibrillation . This technique extracts a characteristic value r . The results show that the value rises when atrial fibrillation begins , while the value falls when atrial fibrillation ends . Thus , the begin and the end of atricial fibrillation can be successfully detected according to the change of the characteristic value . In addition , since the value also indicates the complexity of HRV , the results show that the complexity of HRV decreases at the beginning of atricial fibrillation .

Keywords : HRV , wavelet transform , fractals

PACC : 0555