

# 混沌的模糊神经网络逆系统控制

任海鹏 刘 丁

(西安理工大学信息与控制工程研究中心, 西安 710048)

(2001 年 6 月 21 日收到 2001 年 10 月 21 日收到修改稿)

提出用 Sugeno 型的模糊推理神经网络建立混沌系统的逆系统模型, 并采用逆系统方法进行混沌的控制。这种方法的特点是可以不必建立混沌系统的解析模型, 通过模糊神经网络学习混沌系统的运动规律, 通过学习获得的规律对混沌进行有效的控制, 并且该控制方法可以控制混沌系统以一定精度跟踪连续变化的给定信号。理论分析及针对虫口模型和 Henon 模型仿真研究证明了该方法的有效性。

关键词: 混沌, 模糊神经网络, 逆系统控制

PACC: 0545

## 1. 引 言

随着对混沌问题研究的深入, 人们发现混沌及其控制具有深刻的理论意义和广阔的应用前景, 因此混沌及其控制的研究迅速成为物理、化学、生物、数学、工程和控制等领域的一个迅速增长的研究热点<sup>[1]</sup>。

关于混沌的控制方法, Ott, Grebogi 和 Yorke 提出了参数扰动方法( OGY 方法)并将其逐步完善, OGY 方法利用混沌吸引子的几何特性, 通过参数微调来使嵌入到混沌吸引子中的不稳定周期轨道镇定<sup>[2]</sup>。Hubler, Jackson 等人采用了“纳入轨道”和“强迫迁徙”方法对混沌系统进行控制<sup>[3,4]</sup>。各种反馈控制方法也被用来进行混沌控制<sup>[5,6]</sup>。文献[7]中采用小波基对混沌进行了控制。文献[8]在反馈线性化基础上采用自适应方法控制了 Holmes 混沌和 Rössler 混沌系统。

本文提出采用逆系统方法控制混沌, 在进行逆系统控制时采用 Sugeno 型的模糊神经网络学习混沌系统的运动规律, 建立混沌系统预测模型, 在逆系统控制过程中采用模糊神经网络模型进行控制, 模糊神经网络逆系统控制方法的特点是不需要混沌系统的精确数学模型, 可以控制混沌系统以一定精度跟踪连续变化的给定信号。

## 2. 逆系统控制和模糊神经网络逆系统

考虑如下离散动力学系统:

$$S: x_{n+1} = f(x_n) + u_n, \quad (1)$$

其中  $x_n \in R^l$  为系统状态, 其逆系统为

$$S^{-1}: u_n = x_{n+1} - f(x_n). \quad (2)$$

设预期方程<sup>[9]</sup>为

$$x_{n+1}^g + ax_n = x_{n+1}^g + ax_n^g, \quad (3)$$

其中  $x_n^g$  为预期状态, 即控制目标。逆系统控制结构如图 1 所示。

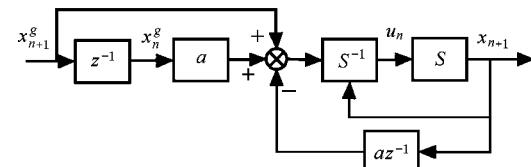


图 1 逆系统控制结构图

由(2)和(3)式得到相应的非线性控制器的方程

$$u_n = x_{n+1}^g + ax_n^g - ax_n - f(x_n). \quad (4)$$

逆系统控制的预期方程(3)可以变换为如下形式:

$$(x_{n+1}^g - x_{n+1}) + a(x_n^g - x_n) = 0. \quad (5)$$

令  $e_n = x_n^g - x_n$  为状态误差, 则(5)式变换为

$$e_n + ae_{n-1} = 0. \quad (6)$$

按稳定系统极点配置原则设计  $a$  使(6)式所示离散系统渐进稳定, 则逆系统控制可以跟踪给定  $x_n^g$ 。

本文采用 Sugeno 型的模糊推理神经网络学习混沌系统的动力学特性, 从而无须建立混沌系统的模型就可以对混沌系统进行逆系统控制。

令(1)式中  $u_n = 0$ , 得

$$S' : x_{n+1} = f(x_n). \quad (7)$$

模糊神经网络的输入为  $x_{n,i}$ , 输出为  $x_{n+1,i}$ , 其中  $i = 1, \dots, l, n$  为迭代次数,  $l$  为离散状态方程的维数, 模糊神经网络的输入输出维数都为  $l$ . 用该网络学习(7)式运动方程, 模糊神经网络的结构如图2所示.

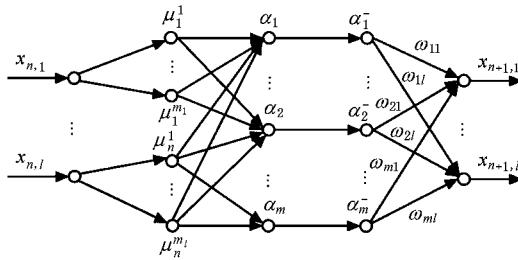


图2 Sugeno 模糊神经网络结构图

权值修正算法如文献[10]所述, 权值的学习过程中采用变步长法, 步长的调整策略为: 当误差连续四次减小, 则增加步长; 当误差连续两次出现振荡即一次增加一次减小交替发生, 则减小步长.

根据系统的复杂程度取混沌系统的相应数量输入输出数据, 作为网络训练的教师信号. 一定数量的训练数据可以保证被训练的神经网络被充分激励. 训练数据量可以通过数值实验反复试凑获得, 由于混沌系统的状态具有各态遍历性<sup>[11]</sup>, 一般训练数据量不必很大, 而且训练后的网络对于训练数据的初始状态具有不敏感性.

下面讨论模糊神经网络学习混沌系统动力特性的误差对控制性能的影响.

定义1  $\eta_1 = \sup_n |e_n|$  为最大跟踪误差.

定义2 训练完成后模糊神经网络的输入输出特性为

$$\hat{x}_{n+1} = \hat{f}(x_n). \quad (8)$$

定义3 模型误差

$$\delta_{n+1} = \hat{x}_{n+1} - x_{n+1} = \hat{f}(x_n) - f(x_n). \quad (9)$$

定义4  $\eta_2 = \sup_n |\delta_n|$  为最大模型误差.

定理1 对于(1)式的系统, 采用逆模型控制如(4)式所示, 用模糊神经网络模型  $\hat{f}(x_n)$  代替(4)中的  $f(x_n)$  进行控制, 则有  $\eta_1 \leq \eta_2$ .

证明  $\hat{f}(x_n)$  代替(4)中  $f(x_n)$  得

$$u_n = x_{n+1}^g + ax_n^g - ax_n - \hat{f}(x_n). \quad (10)$$

将(8)和(10)式代入(5)式得

$$(x_{n+1}^g - \hat{x}_{n+1}) + a(x_n^g - x_n) = 0. \quad (11)$$

由(9)式和(11)式得

$$(x_{n+1}^g - x_{n+1} - \delta_{n+1}) + a(x_n^g - x_n) = 0. \quad (12)$$

由  $e_n$  定义和(12)式得

$$e_{n+1} + ae_n = \delta_{n+1}. \quad (13)$$

由于(6)式是渐进稳定的, 所以(13)式所示的系统是输入输出有界的.

对(13)式两边取绝对值并求上确界得

$$\begin{aligned} \sup_n |\delta_{n+1}| &= \sup_n |e_{n+1} + ae_n|, \\ (1 + |a|) \eta_1 &= \eta_2, \end{aligned} \quad (14)$$

其中  $a$  为使系统渐进稳定的离散状态矩阵. 由(14)式得  $\eta_1 \leq \eta_2$ , 证毕.

上述定理说明, 控制的最大跟踪误差小于模型的误差, 只要使模型有足够的精度, 控制的精度就能得到满足.

### 3. 仿真算例

算例1 考虑生态学中的虫口(Logistic)模型:

$$x_{n+1} = \lambda x_n (1 - x_n) + u_n, \quad (15)$$

在无控制时呈现混沌形态(15)式所示系统的混沌分岔图如图3所示.

图3中, 可以看到在参数  $\lambda$  为3时, 系统开始分岔, 当  $\lambda$  为4时, 系统完全进入混沌状态. 当  $\lambda = 4$ ,  $x_1 = 0.9$  时,  $x_n$  混沌运动状态如图4所示, 从图4中可以看出系统状态完全处于混沌之中.

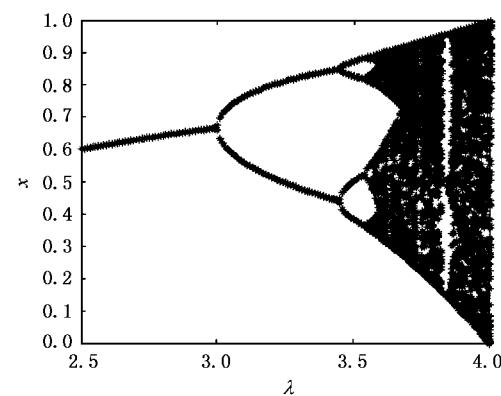


图3 虫口模型混沌分岔图

采用单输入单输出的模糊神经网络对虫口模型进行学习, 在  $(0, 1)$  中取任意初值情况下运行 1200 次, 去掉前 200 次的输入输出值以消除初值效应, 取

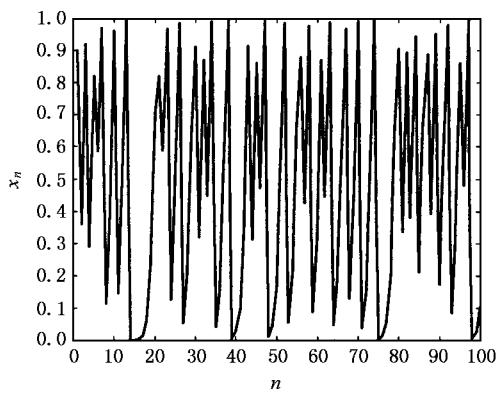


图4 虫口模型混沌状态图

后 1000 次对输入输出数据作为训练数据,根据训练数据确定一个初始网络,输入的隶属函数为钟型函数,模糊变量取 5 个,训练的步长和误差变化曲线如图 5 所示.

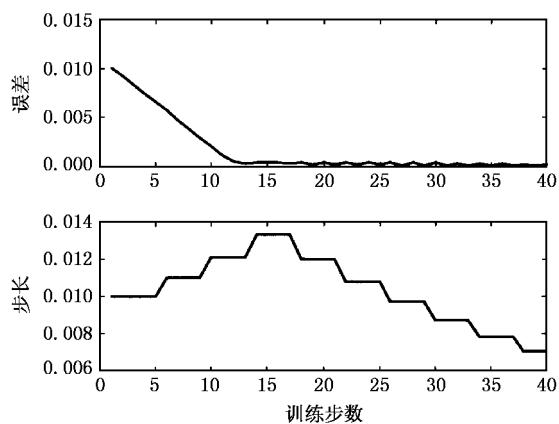


图5 网络训练误差和步长变化图

从图 5 中可以看到模糊神经网络收敛速度很快,因此这种模糊神经网络适合于在线辨识和实时控制.

用与上面相同的方法取 1000 对数据作为检验数据,对训练之后的模糊神经网络模型进行检验,模糊神经网络模型对训练数据误差曲线和检验数据误差曲线如图 6 所示,图 6(a) 为训练数据模型误差曲线,图 6(b) 为检验数据模型误差曲线.计算可得,模型对训练数据的均方误差和检验数据的均方误差分别为  $1.2794 \times 10^{-4}$  和  $1.3126 \times 10^{-4}$ .

由(6)式可知,对于 Logistic 模型,应用极点配置法,只要  $|a| < 1$ ,施加了控制后,期望系统是渐进稳定的.这里取  $a = 0.3$ ,控制目标  $x^g$  分别为系统的两个不动点 0 和 1,在第 200 步时,施加控制  $u_n$ ,控制

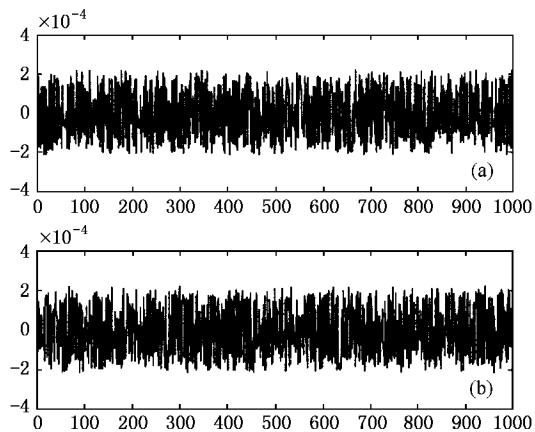


图6 模糊神经网络 Logistic 映射训练数据和检验数据误差曲线

结果分别如图 7 中的(a)和(b)所示.  $x_g = 0$  是(15)式的一个不稳定不动点,文献[3,4]中的方法在该点不适用,  $x_g = 1$  不是(15)式的不稳定不动点,OGY 方法在该点处不适用.而基于模糊神经网络的逆系统方法可以将系统控制到这两点,从而证明了该方法的

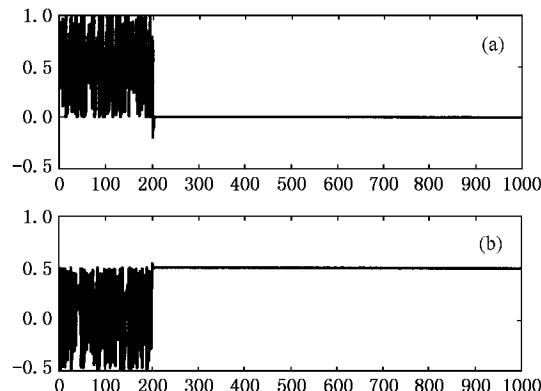


图7 目标为不动点的虫口模型控制结果

优越性.除此之外,基于模糊神经网络的逆系统方法可以控制混沌系统跟踪函数给定.取控制目标:

$x_n^g = 0.5 + 0.25 \times \sin(n \times 3.14/100)$ ,对虫口模型的控制结果如图 8 所示.

施加了控制之后的跟踪误差如图 9 所示.

由图 9 可以验证定理 1 的正确性.

算例 2 再考虑 Henon 映射:

$$\begin{aligned} x_{n+1} &= 1 + y_n - ax_n^2 + u_n, \\ y_{n+1} &= bx_n. \end{aligned} \quad (16)$$

参数  $a = 1.4$ ,  $b = 0.3$ ,无控制时呈现混沌吸引子, Henon 映射的混沌吸引子和  $x_n$  的混沌时间序列如图 10 所示,图 10 中(a)为混沌吸引子相图, (b)为

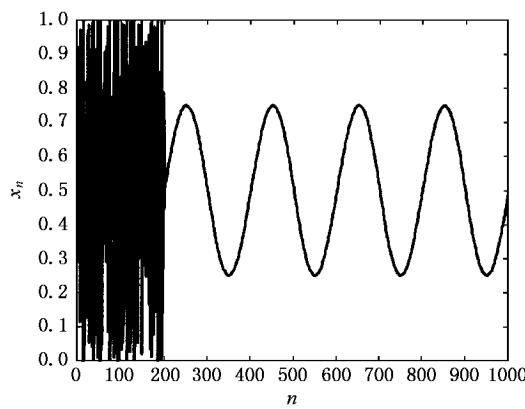


图 8 控制虫口混沌跟踪正弦给定

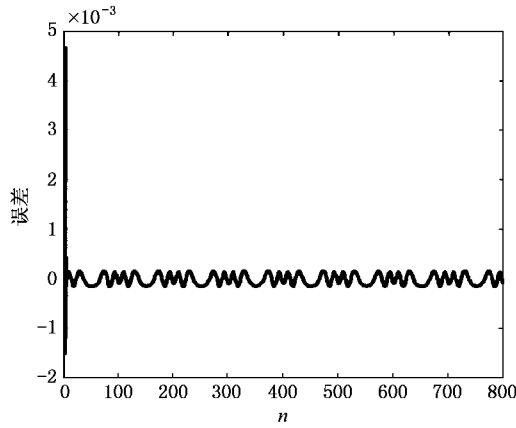


图 9 控制虫口模型跟踪正弦给定误差

混沌状态序列.

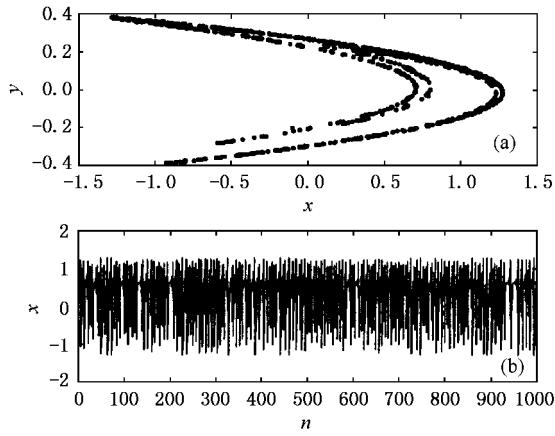


图 10 Henon 映射混沌相图和状态序列

取模糊神经网络的输入为 2 维向量  $[x_n \ y_n]$  ,输出为  $x_{n+1}$  ,输入的模糊变量均为 5 个,隶属函数都为钟型函数,用上述同样方法取 1000 组数据生成初始

模型并进行模型训练,训练次数为 40 次.取另外 1000 组输入输出数据进行检验,训练数据误差和检验数据误差如图 11 所示,图 11 中 (a) 为训练数据误差 (b) 为检验数据误差.

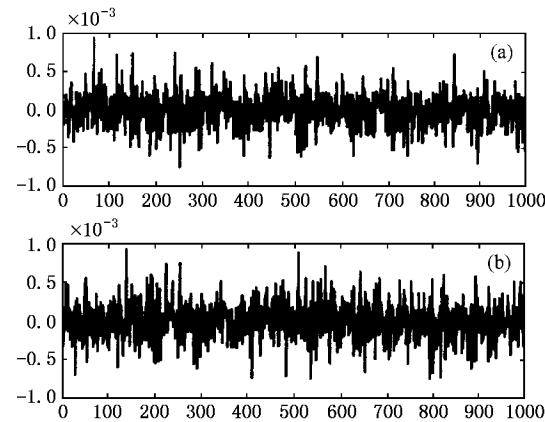


图 11 模糊神经网络 Henon 映射的训练数据误差和检验数据误差

模糊神经网络 Henon 模型对训练数据和检验数据的均方误差分别为 0.0002 和  $2.3928 \times 10^{-4}$ .

取控制为

$$u_n = x_{n+1}^g + ax_n^g - ax_n - \hat{f}(x_n, y_n),$$

其中  $\hat{f}(x_n, y_n)$  为模糊神经网络 Henon 模型的输出值.取  $a = 0.5$ , 取给定为  $x_{n+1}^g = 0.5 + 0.25 \times \sin((n+1) \times 3.14159/100)$ , 第 200 步时加入控制, 控制输出和加入控制后的跟踪误差如图 12(a) 和 (b) 所示.

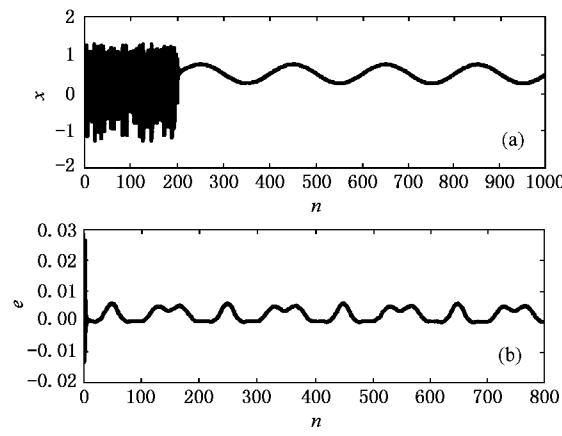


图 12 控制 Henon 混沌跟踪正弦给定和控制误差

上述两个算例都证明了本文所提出的模糊神经网络逆系统控制方法的有效性.

以下, 通过仿真, 研究测量误差对模糊神经网络

建模和控制的影响.

在用来训练的测量数据中加入了幅值为 1% 测量值的随机干扰, 用模糊神经网络进行训练, 训练所

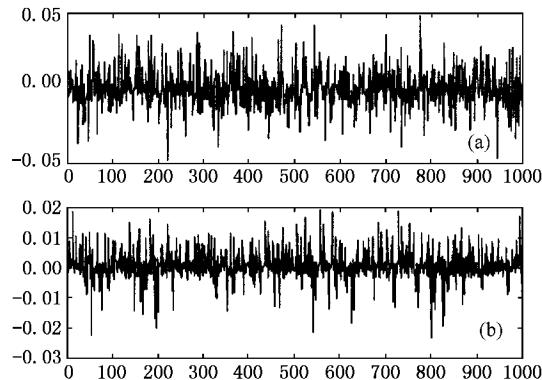


图 13 噪声环境下的建模误差

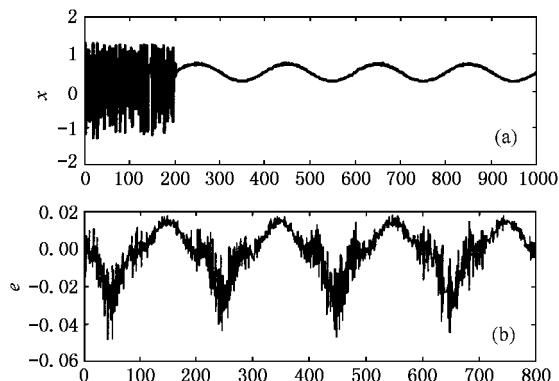


图 14 噪声环境下的控制输出及误差

得模糊神经网络对于训练数据的误差和对于无干扰校验数据的误差曲线如图 13 所示, 其中 (a) 为训练数据误差, (b) 为校验数据误差. 从图中可以看出, 当模糊神经网络的训练数据有误差时, 由于网络输入隶属函数作用, 可以减小干扰对建模过程的影响.

应用具有干扰的数据建立的模糊神经网络模型对具有测量误差的 Henon 混沌进行控制, 第 200 步时施加控制, 所得的输出和控制的误差如图 14 所示.

图 14 中 (a) 为输出 (b) 为控制的误差. 由图可见, 在噪声环境下, 模糊神经网络逆系统控制仍然有效, 但是控制的精度要取决于检测的精度.

## 4. 结 论

本文提出基于模糊神经网络的逆系统控制方法, 并证明了控制的最大误差小于模型的最大误差, 采用该方法针对虫口 (Logistic) 模型和 Henon 模型的控制仿真, 验证了理论分析的正确性和控制的有效性. 该控制方法具有如下特点:

1. 无须被控混沌系统的精确模型, 由于模糊神经网络的收敛速度较快, 可以用模糊神经网络对混沌特性进行在线辨识和逆系统控制.
2. 与纳入轨道和 OGY 方法相比较, 该方法可以跟踪函数给定.
3. 噪声干扰环境下, 模糊神经网络逆系统控制仍然有效, 只是控制的效果依赖于检测的精度.

- [1] Chen G and Dong X 1993 *Int. J. Bifur. Chaos* **3** 1363
- [2] Ott E, Grebogi C and Yorke J A 1990 *Phys. Rev. Lett.* **64** 1196
- [3] Jackson E A 1991 *Physica D* **50** 341
- [4] Hubler A W and Kodo Georgiou A 1991 *Physica D* **54** 253
- [5] Tang D N, Luo X S and Kong L J 2000 *Acta Phys. Sin.* **49** 636 (in Chinese) [唐国宁、罗晓曙、孔令江 2000 物理学报 **49** 636]
- [6] Wu W G and Gu T X 2000 *Acta Phys. Sin.* **49** 1922 (in Chinese) [伍维根、古天祥 2000 物理学报 **49** 1922]
- [7] Wang Z Y, Cai Y L and Jia D 1999 *Acta Phys. Sin.* **48** 206 (in Chinese) [王忠勇、蔡远利、贾冬 1999 物理学报 **48** 206]
- [8] Xiu Y J, Yin X H and Feng R P 2000 *Acta Phys. Sin.* **49** 641 (in Chinese) [薛月菊、尹逊和、冯汝鹏 2000 物理学报 **49** 641]

- [9] Li C W, Feng Y K 1991 *Invert System Approach of Multivariable Nonlinear Control* (Beijing Press of Qinghua University) [李春文、冯元琨 1991 多变量非线性系统的逆系统方法 (北京 清华大学出版社)]
- [10] Sun Z Q, Zhang Z X and Deng Z D 1997 *Theory and Technology of Intelligent Control* (Beijing Press of Qinghua University) [孙增圻、张再兴、邓志东 1997 智能控制理论与技术 (北京 清华大学出版社)]
- [11] Hao B L 1997 *Starting with Parabolas—An Introduction to Chaotic Dynamics* (Shanghai: Shanghai Scientific and Technological Education Publishing House) [郝柏林 1997 从抛物线谈起—混沌力学引论 (上海 上海科学教育出版社)]

# Inverse-system control of chaos using fuzzy-neural network

Ren Hai-Peng Liu Ding

( Research Center of Information and Control Engineering , Xi 'an University of Technology , Xi 'an 710048 , China )

( Received 21 June 2001 ; revised manuscript received 21 October 2001 )

## Abstract

The Sugeno fuzzy-neural network is employed to establish the inverse system model of chaotic system , and the inverse system method is used to control chaos. The characteristic of this method is to learn the dynamics of a chaotic system and control chaos effectively with the knowledge obtained instead of establishing an analytical model of the chaotic system ; moreover , this method does not require the control object to be a stationary point or periodic trajectory . Theoretical analysis and simulations with the Logistic and Henon models prove that this method is effective.

**Keywords** : chaos , fuzzy-neuron network , inverse system control

**PACC** : 0545