

自散焦介质中光束聚焦的最佳参数选择*

郭 旗¹⁾ 田 野¹⁾ 刘承宜²⁾

¹⁾ 华南师范大学量子电子学研究所, 广州 510631)

²⁾ 华南师范大学传输光学实验室, 广州 510631)

(2001 年 8 月 17 日收到, 2001 年 10 月 13 日收到修改稿)

对自散焦介质中由交叉相位调制效应引发的光束聚焦过程进行了细致的系统研究, 讨论了抽运光初始振幅、抽运光-信号光初始间距和抽运光-信号光波长比三个参量对信号光聚焦过程的影响. 数值模拟结果表明: 抽运光越强, 信号光聚焦程度越大; 抽运光-信号光初始间距和抽运光-信号光波长比均存在一个最佳值, 使得光束聚焦达到最佳效果. 通过参数最佳值的选择, 可提高光束聚焦的效率.

关键词: 非线性折射率系数, 交叉相位调制效应, 自散焦介质, 光束聚焦

PACC: 4265J, 4225B

1. 引 言

根据非线性折射率系数(即 Kerr 系数) n_2 的符号, Kerr 介质分为自散焦(self-defocusing $n_2 < 0$)介质和自聚焦(self-focusing $n_2 > 0$)介质两类. 当一束强激光光束在自散焦介质中传输时, 由非线性折射率系数引发的自相位调制非线性光学效应将产生“负透镜效果”而使光束散焦, 从而加速由线性衍射效应引起的光束发散; 反之, 足够强的激光光束在自聚焦介质中传输时, 自相位调制效应产生的“正透镜效果”将有效地抵消衍射效应, 从而使得光束发生汇聚. 这是将这两种介质分别称为自散焦和自聚焦介质的原因. 自从 20 世纪 60 年代初发现自聚焦介质中的光束自聚焦现象后^[1], 虽然对光束在自聚焦介质中的聚焦特性的研究常盛不衰^[2], 但人们根本就不曾奢望在自散焦介质中会存在类似的非线性光束聚焦行为. 然而, 令人大跌眼镜的是, 1990 年著名非线性导波光学专家 Agrawal 却发现, 满足一定条件时在自散焦介质中也能实现光束的聚焦. 他通过数值模拟证明^[3]: 当一强一弱的两束光束在自散焦介质中同向共同传输时, 由于交叉相位调制(XPM)效应的作用, 在一定的初始条件下强抽运光束将引起弱

信号光束聚焦. Agrawal 的工作引发了一轮对自散焦介质中光束聚焦现象的研究热潮, 学者们不仅在理论上对此现象及其物理背景进行了更深入的研究^[4-6], 而且在实验上观察到了自散焦介质中的光束聚焦及其相关现象^[7,8].

在信号光光束聚焦过程中, 选择抽运光、信号光的参数(如两光束的初始间距、抽运光振幅以及两光束的波长间隔等)十分重要, 但是 Agrawal 和以后的其他作者对此均没有具体研究. 本文就抽运光初始振幅、抽运光-信号光初始间距和抽运光-信号光波长比三个参数对自散焦介质中光束聚焦现象的影响进行了定量的分析, 发现两个参数(抽运光-信号光初始间距和抽运光-信号光波长比)存在最佳值, 使得光束聚焦达到最佳效果. 通过参数最佳值的选择, 可提高光束的压缩效率. 本文的结果可用于指导实验设计.

2. 同向双光束传输的数学模型

在 Kerr 介质中传输的非线性双光束的演化过程由耦合的非线性薛定谔方程组描述. 此方程组难于解析求解, 一般只能使用数值方法来模拟其演化过程. 由于同时考虑 x, y 方向的 2+1 维方程组的

* 高等学校骨干教师资助计划、广东省自然科学基金(批准号: 011455)、国家自然科学基金(批准号: 19674015)和广东省“千百十工程”优秀人才培养基金资助的课题.

数值模拟太耗费计算机时,故我们采用 Agrawal 的方法^[3],仅考虑平面光波导中的非线性光束传输.

在傍轴近似条件下,无耗、均匀、稳定的平面介质波导中同向传输的两束连续波(cw)或准连续波光束满足以下耦合方程^[3]:

$$\frac{\partial A_1}{\partial z} - \frac{i}{2k_1} \frac{\partial^2 A_1}{\partial x^2} = \frac{ik_1 n_2}{n_{01}} (|A_1|^2 + 2|A_2|^2) A_1, \quad (1)$$

$$\frac{\partial A_2}{\partial z} - \frac{i}{2k_2} \frac{\partial^2 A_2}{\partial x^2} = \frac{ik_2 n_2}{n_{02}} (|A_2|^2 + 2|A_1|^2) A_2, \quad (2)$$

其中 A_j 为傍轴近似光束函数(慢变包络振幅), $k_j = 2\pi n_{0j}/\lambda_j$, n_{0j} 是波长为 λ_j ($j=1, 2$, 下同)时的线性折射率, n_2 是非线性系数(克尔系数),在自散焦介质中为负值.(1)(2)式右边两项分别是自相位调制(SPM)项和交叉相位调制(XPM)项.

用变换式

$$U_j = \frac{A_j}{\sqrt{I_1}}, X = \frac{x}{W_0}, \xi = \frac{z}{L_D}, \quad (3)$$

可将(1)和(2)式变换为无量纲方程

$$\frac{\partial U_1}{\partial \xi} - \frac{i}{2} \frac{\partial^2 U_1}{\partial X^2} = -iN^2 (|U_1|^2 + 2|U_2|^2) U_1, \quad (4)$$

$$\frac{\partial U_2}{\partial \xi} - \frac{i}{2} \frac{1}{r} \frac{\partial^2 U_2}{\partial X^2} = -i \frac{n_{01}}{n_{02}} r N^2 (|U_2|^2 + 2|U_1|^2) U_2, \quad (5)$$

其中 U_j 是无量纲化的相对傍轴近似光束, ξ, X 分别是无量纲化的相对纵向和横向坐标, $r = \lambda_1/\lambda_2$ 是两光束的波长比, $N = k_1 W_0 (|n_2| I_1/n_{01})^{1/2}$ 为无量纲化参数, W_0 为初始光束束宽(假设两光束的初始束宽相同), I_1 是光束 1 的光强, $L_D = k_1 W_0^2$ 是光束 1 的衍射长度(又称为 Rayleigh 长度).对于自散焦介质, $n_2 < 0$, 故以上两式右端取负号.如果 $n_{01} \approx n_{02}$ (此式成立的条件范围将在本文第五部分讨论),则无量纲演化方程成为

$$\frac{\partial U_1}{\partial \xi} - \frac{i}{2} \frac{\partial^2 U_1}{\partial X^2} = -iN^2 (|U_1|^2 + 2|U_2|^2) U_1, \quad (6)$$

$$\frac{\partial U_2}{\partial \xi} - \frac{i}{2} \frac{1}{r} \frac{\partial^2 U_2}{\partial X^2} = -irN^2 (|U_2|^2 + 2|U_1|^2) U_2. \quad (7)$$

3. 光束束宽的表达

光束束宽 W 是表述光束的基本特征参量.表达光束束宽最直观、最常用的方法是光束的半功率宽度(FWHM).尽管 FWHM 直观可测,但在进行数值计算时,存在计算精度与计算量之间的矛盾^[1].另一个常用的光束束宽表达方式是光束二阶矩(second-order moments)束宽.二阶矩束宽具有很好的解析特性,但它对光束的旁瓣、次峰和噪声等低能量成分非常敏感. Porras 和 Medina 提出了熵束宽的表达式^[9]

$$W = \exp(S), S = - \int \left(\frac{|U|^2}{P} \ln \frac{|U|^2}{P} \right) dX \quad (8)$$

其中 $U(X, \xi)$ 为光束函数,即方程(6)(7)的解, $P = \int |U|^2 dX$, S 是光束的归一化横向强度分布函数 ($|U|^2/P$) 的熵. S 与 Shannon 的信息熵具有相同的数学表达式,但这仅仅是形式上的相同,两者并没有相同的含义.熵束宽比二阶矩束宽具有更好的特性,对光束的旁瓣、次峰和噪声等低能量成分不再敏感.熵束宽对传输方向的变化率 $dW/d\xi$ 可表征光束的聚焦与发散: $dW/d\xi < 0$ 则光束聚焦, $dW/d\xi > 0$ 则光束发散, $dW/d\xi = 0$ 对应光束束宽的极值(最小值或最大值).最重要的是,由于熵束宽是一个积分量,进行数值计算时不存在半功率束宽计算精度和计算量之间的矛盾.数值计算熵束宽所需采样点数不多,计算量小,不论光束的形状如何,它总可以给出较好地结果.由于它具有各种好的特性,本文采用熵束宽来数值描述光束束宽的变化.

4. 信号光与抽运光同向传输过程的数值模拟

设抽运光 U_1 和信号光 U_2 的初始输入均为高斯分布光束

$$U_i(X, 0) = A_0 \exp\left(-\frac{X^2}{2}\right), \quad (9)$$

1) 在利用半功率束宽数值计算光束束宽时,由于对光束在空域离散采样,不可能找到准确的半功率点,因而只能在一定误差范围(设为 Δ)内取值.特别是在光束很窄处,相邻采样点的值相差较大,如果 Δ 取得较小,将找不到合适的点,而将 Δ 取得较大,将造成很大误差.为了减小这一误差,在计算中选择加大采样点数的方法,这就大大提高了计算量.对于横向为二维的光束,这种矛盾更加突出.

$$U_2(X, \rho) = 0.01 \exp\left[-\frac{(X-D)^2}{2}\right], \quad (10)$$

其中 A_0 为抽运光输入振幅, D 为抽运光与信号光初始中心位置偏移. 不失一般性, 我们固定信号光的输入振幅为 0.01, 并取方程组 (6) (7) 中的参数 $N^2 = 50$.

当信号光和抽运光在自散焦介质中同向共同传输时, 必须同时满足两个条件才能使信号光产生聚焦^[3]: 其一是两光束中心有初始偏移 ($D \neq 0$), 其二是抽运光光强必须远远大于信号光光强. 这两个条件满足后, 初始高斯信号光 (10) 式的典型演化过程是: 它首先汇聚, 光束束宽逐渐变窄, 光强分布偏离高斯分布并出现旁瓣, 与此同时, 光束中心逐渐远离抽运光束中心 (由于两中心有一初始偏移, 两中心的偏移逐渐增大), 经过一段距离信号光聚焦到最小值后开始发散, 光束束宽再逐步变宽, 两光束中心继续偏离. 从起点到光束汇聚到束宽最小时的距离是为聚焦距离. 信号光典型的演化过程如图 1 所示.

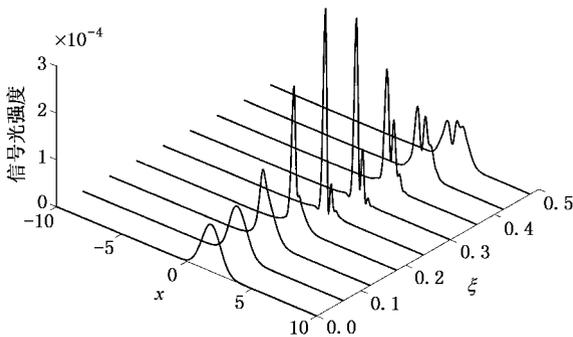


图 1 信号光的三维演化过程 (各初始参量分别为 $A_0 = 1.2$, $D = 1.85$, $r = 1.2$)

图 2 是对应的熵束宽 W 和熵束宽变化率 $dW/d\xi$ 随传输距离 ξ 的变化曲线. 由图可见, 熵束宽越小, 光束越窄, 熵束宽越大, 光束越宽. 熵束宽变化率小于零, 光束聚焦; 熵束宽变化率大于零, 光束发散. 从图 2(a) 可以看出, 熵束宽先减小, 到达最小值后又开始增大. 对应图 2(b) 熵束宽变化率先为负值, 过零点后转为正值. 其中熵束宽变化率从负变化到正时, 光束从聚焦变到发散, 熵束宽变化率为零处对应束宽的最小值, 该处光束聚焦得最厉害. 从起点 ($\xi = 0$) 到该过零点的传输距离就是聚焦距离.

到底两光束中心的初始偏移多少时, 信号光才被压缩得最厉害? 抽运光输入大小如何影响信号光的压缩? 从 (7) 式中可见, 抽运光-信号光波长比 r 也是一个可以改变光束演化过程的参量. r 究竟如

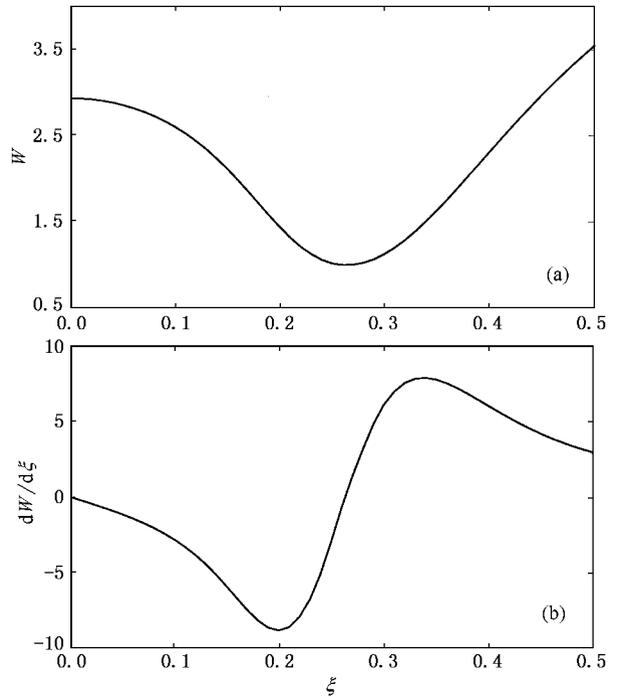


图 2 信号光熵束宽 (a) 和熵束宽传输距离变化率 (b) 与传输距离的函数关系, 初始参数同图 1

何改变信号光的演化过程呢? 通过对方程组 (6), (7) 在不同初始条件 A_0 和 D , 以及不同的波长比 r 下演化过程的大量数值模拟, 我们终于可以回答这些问题.

对于不同初始条件和方程参数的传输过程, 信号光束的压缩情况不同. 我们用两个参数来描述信号光的压缩程度, 其一是信号光传输过程中束宽的最小值 W_{\min} , 其二是信号光的聚焦距离 L , 即从起点到光束汇聚到束宽最小时的距离. 在下面的讨论中, 我们将给出 W_{\min} , L 与抽运光-信号光初始间距 D , 抽运光的初始振幅 A_0 , 以及抽运光-信号光波长比 r 的关系曲线.

图 3 是给定初始间距 D 和波长比 r 时, 信号光束宽最小值 W_{\min} 、聚焦距离 L 与抽运光初始振幅 A_0 的关系曲线. 由图可见, 信号光束宽最小值和聚焦距离均是抽运光初始振幅 A_0 的单调减小函数: 随着抽运光的增强, 信号光的束宽最小值、聚焦距离都随之减小, 即聚焦程度增大. 图 3 的物理背景非常直观: 因为抽运光越强, 交叉相位调制效应对信号光的影响越大, 信号光聚焦得越厉害, 而且达到聚焦最窄处的传输距离越短.

对于给定的抽运光输入振幅 A_0 和波长比 r , 我

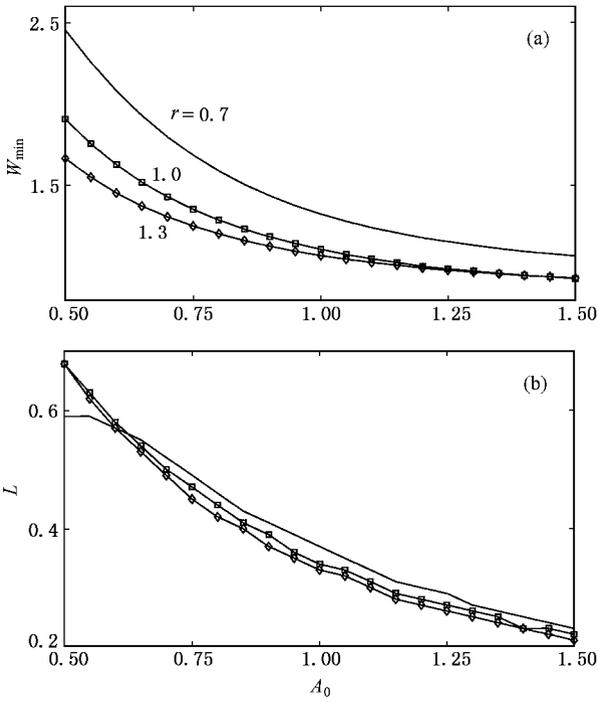


图 3 束宽最小值(a)和传输距离(b)与抽运光初始振幅 A_0 的函数关系($D = 1.85$, r 的取值见图例)

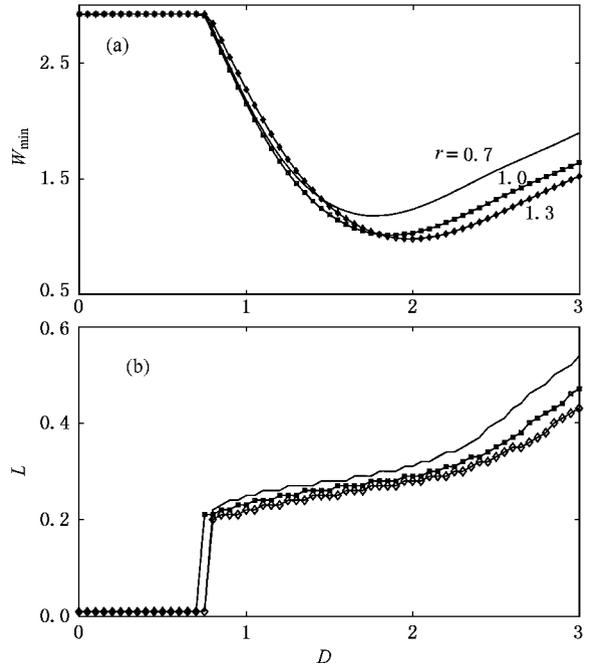


图 4 束宽最小值(a)和传输距离(b)与抽运光-信号光初始间距 D 的函数关系($A_0 = 1.20$, r 的取值见图例)

们计算了信号光束宽最小值 W_{\min} 、聚焦距离 L 与初始间距 D 的关系曲线,如图 4 所示.由图 4(a)可知,当 $D \leq 0.75$ 时(对于 $r = 1.3$ 而言),信号光的演化是发散的¹⁾;只有当初始间距 $D \geq 0.75$ 后,信号光才会出现聚焦,然后随着 D 的增加,信号光的束宽最小值先减小后增大(信号光聚焦程度先增大后减小), D 存在一个最佳值 D_{opt} (≈ 2.0),使得此时的信号光束宽值达到最小,聚焦程度最大.但信号光聚焦距离是 D 的单调增加函数(图 4(b)),即两光束的初始中心间距越大,信号光聚集到最小时所传输的距离越长.

图 3 和图 4 中均将波长比 r 作为参数处理,可见 r 也是一个影响信号光演化过程的重要因素.为此,我们计算了信号光压缩程度对于波长比 r 的依赖关系,结果如图 5 所示.从图 5(b)可见,聚焦距离 L 实际上是 r 的缓变函数,虽然图中各条曲线均有一极值(最小值),但各曲线的最大变化范围仅仅大约 0.04.因此可认为聚焦距离 L 不随波长比 r 改变.束宽的情况却大不相同:在其他参数固定的情况下,存在一个最佳的波长比 r_{opt} ,使得束宽最小值 W_{\min} 在

该波长比时达到最小值²⁾,即压缩程度最强.

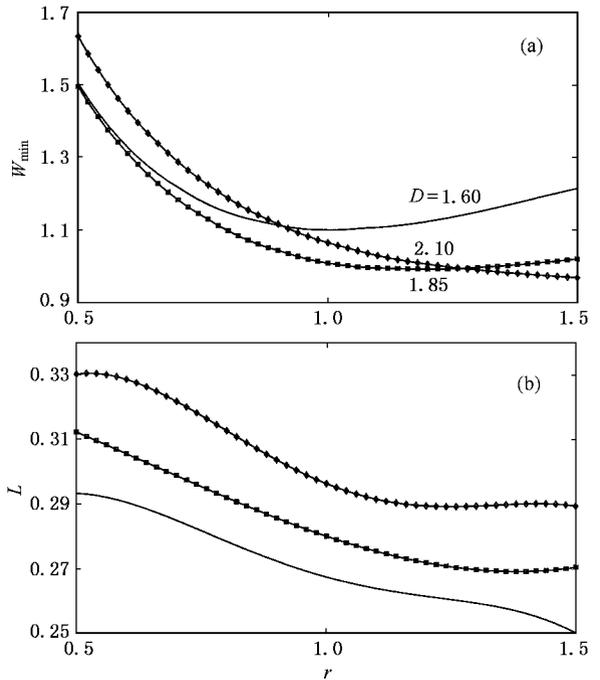


图 5 束宽最小值(a)和传输距离(b)与抽运光-信号光波长比 r 的函数关系($A_0 = 1.20$, D 的取值见图例)

1) 高斯信号光(10 式)的熵束宽大约是 2.92.从图 4(a)可见,当 $D \leq 0.75$ 时,信号光熵束宽的最小值保持为 2.92,即初始时的光束束宽最小,这意味着信号光的演化是发散的.

2) 图 5(a)中 $D = 2.10$ 的曲线最小值已经超出所给波长比范围.

5. 讨 论

5.1. 方程组(6)(7)的成立条件

如上所述,方程组(6)(7)的成立条件是忽略线性折射率的色散,即认为 $n_{01} \approx n_{02}$. 现在我们来讨论此条件成立的波长范围.

(5)式右边与此相关的因子为

$$\frac{n_{01}}{n_{02}} r = \frac{n_{01}}{n_{02}} \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = (1 - \Delta\lambda) (1 - \Delta n_0) \\ \approx 1 - \Delta\lambda - \Delta n_0,$$

其中 $\Delta\lambda = (\lambda_2 - \lambda_1) / \lambda_2$, $\Delta n_0 = (n_{02} - n_{01}) / n_{02}$. 对于大多数的介质而言,由于原子的吸收频率在紫外区域^[10],因而在可见光和红外区域,线性折射率的色散是不明显的,即折射率是波长的缓变函数,波长越长,变化越缓变.对于一般的介质而言,在可见光和红外区域,当 $|\Delta\lambda| \leq 0.5$ 时, $|\Delta n_0|$ 的上限大约为 0.05. 在短波段,此值略大于 0.05,但在长波段, $|\Delta n_0|$ 更小^[11],因此有 $(n_{01}/n_{02}) (\lambda_1/\lambda_2) \approx 1 - \Delta\lambda = \lambda_1/\lambda_2$ (当 $|\Delta\lambda| \leq 0.5$ 时),即方程组(6)(7)成立的条件是 $|\Delta\lambda| \leq 0.5$. 由此得波长比 r 的变化范围是 $0.5 \leq r \leq 1.5$ (实际上, r 的变化范围在长波段可以更大些). 如果取 $\lambda_2 = 1 \mu\text{m}$, 则满足条件的 λ_1 在 $[0.5 \mu\text{m} - 1.5 \mu\text{m}]$ 内.

5.2. 最佳参数选择

从图 4.5 可见,抽运光-信号光初始间距 D 和抽

运光-信号光波长比 r 均存在一个最佳值,使得该值时的光束压缩程度最强.通过最佳值的选择,可以在其他条件不变的情况下,提高光束的压缩比($B = W_0/W_{\text{out}}$, W_{out} 为输出光束宽),即提高压缩效率.比如,当给定 $r = 1.3$ 后(一般而言, r 是给定的),如果再选取 $A_0 = 1.2$, 则从图 4 可得 $D_{\text{opt}} \approx 2.0$, 对应的 $(W_{\text{min}})_{\text{opt}} \approx 1.0$, 但如果此时不取 $D = D_{\text{opt}}$, 而是选择 $D = 1.0$, 则对应的 $(W_{\text{min}})_{D=1} \approx 2.3$. 两种不同的选择所得压缩比的比值为

$$\frac{B_{\text{opt}}}{B_{D=1}} = \frac{W_0 (W_{\text{min}})_{\text{opt}}}{W_0 (W_{\text{min}})_{D=1}} = \frac{(W_{\text{min}})_{D=1}}{(W_{\text{min}})_{\text{opt}}} = 2.3,$$

压缩效率提高 2.3 倍.但并非一味增加 D 就能提高信号光的压缩程度,当 $D > D_{\text{opt}}$ 后,增加 D 反而会减小压缩程度.可见通过对最佳值的选择,可有效提高压缩效率.虽然由于具体的实验要求不同对初始条件的选择会有所不同,但上述的例子无疑使我们看到了选择最佳值的潜在益处.

6. 结 论

在自散焦介质中两束光束同向共同传输所引发的弱信号光束聚焦的过程中,选择抽运光、信号光的初始参数十分重要.由于抽运光-信号光初始间距和抽运光-信号光波长比均存在一个最佳值,使得光束聚焦在该值时达到最佳效果,因而通过该两参数最佳值的选择,可大大提高光束压缩的效率.本文的结果可用于指导利用此现象进行光束压缩实验的实验设计.

- [1] Shen Y R 1984 *The Principles of Nonlinear Optics* (New York: John Wiley & Sons, Inc.) Chap 17 p303
- [2] Guo Q and Chi S 2000 *J. Opt. A Pure Appl. Opt.* **2** 5
- [3] Agrawal G P 1990 *Phys. Rev. Lett.* **64** 2487
- [4] Agrawal G P 1990 *J. Opt. Soc. Am. B* **7** 1072
- [5] Dinev S G, Dreischuh A A and Naidenov A M 1991 *J. Opt. Soc. Am. B* **8** 2128
- [6] Pietrzyk M E 1999 *J. Opt. A Pure Appl. Opt.* **1** 685

- [7] Stenta A J et al 1992 *Opt. Lett.* **17** 19
- [8] Hickmann J M, Gomes A S L and Araujo C 1992 *Phys. Rev. Lett.* **68** 3547
- [9] Porras M A and Medina R 1995 *Appl. Opt.* **34** 8247
- [10] Born M and Wolf E 1980 *Principles of Optics* (Oxford: Pergamon Press Sixth Edition) pp 90-98
- [11] Driscoll W G and Vaughan W 1978 *Handbook of Optics* (New York: McGraw-Hill Book Company) pp 7-76—7-111

Optimum parameters for focusing of optical beams in self-defocusing nonlinear media^{*}

Guo Qi¹⁾ Tian Ye¹⁾ Liu Cheng-Yi²⁾

¹⁾*Institute of Quantum Electronics, South China Normal University, Guangzhou 510631, China*

²⁾*Laboratory of Light Transmission Optics, South China Normal University, Guangzhou 510631, China*

(Received 17 August 2001; revised manuscript received 13 October 2001)

Abstract

In this paper, a thorough discussion is given about the focusing of optical beams due to the cross-phase modulation in self-defocusing nonlinear media. We discuss the effect on the focusing of the signal beams for the three initial parameters: the amplitude of the pump beam, the separation between the pump and the signal beam centers, and the wavelength ratio of the two beams. Our numerical results show that two of the three parameters (separation between the two beam centers and the wavelength ratio of the two beams) have optimum values, respectively, which result in the strongest focusing of the signal beam. Our results can be used to design experiments to obtain the best results of focusing.

Keywords: nonlinear refractive coefficient, cross-phase modulation effect, self-defocusing medium, focusing of optical beams

PACC: 4265J, 4225B

^{*} Project supported by the Foundation for University Key Teachers from the Ministry of Education, China, by the Natural Science Foundation of Guangdong Province, China (Grant No. 011455), by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 19674015), and by the Foundation of Cultivating Outstanding Young Scholars ("Thousand, Hundred and Ten" Program) of Guangdong Province, China.