

增强型延迟反馈法控制低维混沌系统的解析研究*

陈艳艳¹⁾ 彭建华^{1)†} 刘秉正¹⁾ 魏俊杰²⁾

¹⁾ (东北师范大学物理系, 长春 130024)

²⁾ (东北师范大学数学系, 长春 130024)

(2001 年 11 月 16 日收到, 2001 年 12 月 13 日收到修改稿)

基于时间延迟反馈控制混沌系统的方法, 提出一种增强型控制方案, 并利用分析延迟系统产生 Hopf 分支条件的方法, 给出这种方案控制低维连续自治混沌系统时, 在达到控制目标条件下, 控制参数的一般解析关系. 将这一方案和分析方法应用到两个混沌模型中, 结果表明: 采用修正的方案可以明显地改善控制混沌的效果和质量, 解析分析的结果与实际数值计算的结果一致.

关键词: 延迟反馈, 混沌控制, Hopf 分支

PACC: 0545, 4265

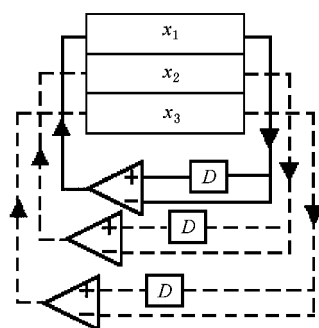
1. 引 言

近年来, 有关控制混沌的理论和方法, 尤其是控制混沌的实际应用已有很大的发展^[1-9]. 在各种控制混沌的方法中, Pyragas 提出的延迟反馈(DFC)法^[10]已在实际系统中广泛应用, 并得到了很好的结果^[11, 12].

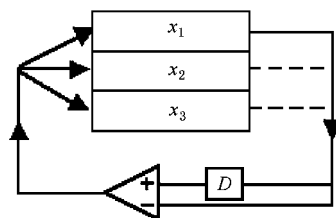
目前, 有关用 DFC 法控制混沌的报道, 从微扰控制的角度看, 都采用“系统输出分量延迟自反馈控制”的方案^[10], 如图 1(a)所示.

按照这种控制方式, 若只选用其中的一个输出分量作为反馈控制量, 在有些情况下, 还不能有效地稳定混沌轨道^[13]. 解决的办法之一是增加反馈控制量的个数, 以增强控制作用的效果. 但这样做在实验中要额外添加控制装置, 导致系统变得越来越复杂. 为了提高用单一分量控制混沌的有效性, 本文提出如图 1(b)所示的控制方案, 即将单一输出分量经延迟再反馈到系统的每一个分量上, 这种方案也可称之为增强型 DFC 控制方案. 一个非线性混沌系统各变量间存在相互作用和影响, 系统的任一个变量时序中都包含其他变量的信息, 而且在许多实际系统中, 系统可测量的输出量只有部分, 或者只有唯一的一个, 因此, 用单一输出量构成的反馈控制信号作

用在系统的每一个分量, 既减少了控制部分的实验装置, 同时还能达到控制混沌的目的或提高控制效果.



(a) 自反馈控制方式



(b) 增强型控制方式

图 1 DFC 控制方案 D 为延迟线

本文的分析和计算结果表明: 使用修改的控制混沌方案, 它可以明显地改善控制条件和提高控制

* 国家教育部骨干教师基金(批准号 [2000] 65)资助的课题.

† 通讯联系人. E-mail: sms@szu.edu.cn

质量 拓宽 DFC 方法的使用范围.

引入 DFC 项 ,实际上 ,已将原系统转变为一个延迟系统 ,这个系统具有无穷维 .适当地调整 τ, k 值 ,使得原系统混沌吸引子中的不稳定周期轨道被稳定住 ,这也相当于在 DFC 项存在的情况下 ,延迟系统出现稳定的周期轨道 .基于此 ,可以利用分析延迟 (或时滞)系统产生 Hopf 分岔 (支)的方法来确定 τ 和 k 的关系 .从而可以得到控制的条件 .由文献 [13] 的分析结果可知 ,在满足发生 Hopf 分岔的条件下 ,参量 τ 的临界值有无穷多个 ,在不同的临界值附近 ,延迟系统存在周期运动 ,周期大小可能不同 .

本文将文献 [13] 提出的分析方法进一步推广到对增强型 DFC 控制混沌系统的分析 ,得到控制参量 τ 和 k 的解析关系 ,由此确定出控制条件 .结合对实际模型的理论分析和数值模拟 ,进一步证实增强型的控制行之有效 .

2. 理论分析

设混沌系统

$$dx/dt = G(x(t)), \tag{1}$$

其中 $x = (x_1, x_2, x_3)^T \in R^3$, T 为矩阵的转置 .实施增强控制后 (1) 式改写成

$$dx/dt = G(x(t)) + K[x(t - \tau) - x(t)] \tag{2}$$

其中 K 为常数矩阵 ,它可取下列三种形式之一 :

$$j = 1 \begin{pmatrix} k_1 & 0 & 0 \\ k_2 & 0 & 0 \\ k_3 & 0 & 0 \end{pmatrix}; \quad j = 2 \begin{pmatrix} 0 & k_1 & 0 \\ 0 & k_2 & 0 \\ 0 & k_3 & 0 \end{pmatrix};$$

$$j = 3 \begin{pmatrix} 0 & 0 & k_1 \\ 0 & 0 & k_2 \\ 0 & 0 & k_3 \end{pmatrix}. \tag{2}$$

很显然 ,修改的控制形式中包含原来的形式 ,如在 (2) 式中 ,只要令矩阵的全部非主对角元素为零 ,即退化为文献 [13] 中的控制形式 .因此 ,本文的工作较之文献 [13] 的工作更具有一般性 .

设 $x_0^{(n)} = (x_{10}^{(n)}, x_{20}^{(n)}, x_{30}^{(n)})$ 为系统的第 n 个平衡点 ,在平衡点附近对方程 (2) 线性化 ,得到

$$d\xi/dt = B\xi + K\xi(t - \tau), \tag{3}$$

其中

$$B = A - K, A = \nabla G|_{x(t)=x_0^{(n)}} = [a_{lm}]_{3 \times 3}.$$

对应方程 (3) 特征方程的一般形式为

$$\lambda^3 + p_{1j}\lambda^2 + q_{1j}\lambda + r_{1j} + (p_{2j}\lambda^2 + q_{2j}\lambda + r_{2j})e^{-\lambda\tau} = 0, \tag{4}$$

其中

$$p_{1j} = k_j - T_0, \quad p_{2j} = -k_j,$$
$$q_{1j} = -k_j T_{jj} + \sum_{l=1}^3 D_{ll} + \sum_{m=1}^3 k_m a_{jm},$$
$$q_{2j} = k_j T_{jj} - \sum_{m=1}^3 k_m a_{jm} \quad (m \subset l, \text{且 } m \neq j),$$
$$r_{1j} = \sum_{l=1}^3 k_l D_{lj} - D_0, \quad r_{2j} = -\sum_{l=1}^3 k_l D_{lj},$$

而

$$T_0 = \text{Tr}(A), \quad D_0 = \text{De}(A),$$

$$T_{jj} = \text{Tr}(A_{jj}), \quad D_{lj} = (-1)^{l+j} \text{De}(A_{lj}),$$

A_{lj} 为矩阵 A 去掉 l 行 j 列的子矩阵 , $\text{Tr}(\cdot)$ 和 $\text{De}(\cdot)$ 分别为求矩阵的迹和行列式 .

根据 Hopf 分支理论 ,若存在 τ_0 ,当 $\tau = \tau_0$ 时 ,特征方程 (4) 有一对简单的纯虚根 ,且满足横截条件 ,那么系统 (2) 在 τ_0 处出现 Hopf 分支 .

令 $\lambda = i\omega$ ($\omega > 0$) ,代入方程 (4) ,并分离实、虚部 ,得到

$$b_{1j} \cos \omega\tau + b_{2j} \sin \omega\tau + c_{1j} = 0, \tag{5a}$$

$$b_{2j} \cos \omega\tau - b_{1j} \sin \omega\tau + c_{2j} = 0, \tag{5b}$$

其中

$$b_{1j} = k_j \omega^2 - \sum_{l=1}^3 k_l D_{lj},$$

$$b_{2j} = \omega \left(k_j T_{jj} - \sum_{m=1}^3 k_m a_{jm} \right),$$

$$c_{1j} = (T_0 - k_j) \omega^2 + \sum_{l=1}^3 k_l D_{lj} - D_0,$$

$$c_{2j} = \left(-k_j T_{jj} + \sum_{l=1}^3 D_{ll} + \sum_{m=1}^3 k_m a_{jm} \right) \omega - \omega^3.$$

整理方程组 (5) ,得到关于 ω 的方程

$$\omega^6 + p_{3j} \omega^4 + q_{3j} \omega^2 + r_{3j} = 0, \tag{6}$$

其中

$$p_{3j} = 2 \left(k_j T_{jj} - \sum_{l=1}^3 D_{ll} - \sum_{m=1}^3 k_m a_{jm} \right) + T_0^2 - 2T_0 k_j,$$

$$q_{3j} = 2 \left(T_0 \sum_{l=1}^3 k_l D_{lj} - D_0 T_0 + k_j D_0 \right)$$

$$+ \left(\sum_{l=1}^3 D_{ll} - 2k_j T_{jj} + 2 \sum_{m=1}^3 k_m a_{jm} \right) \sum_{l=1}^3 D_{ll} ,$$

$$r_{3j} = \left(D_0 - 2 \sum_{l=1}^3 k_l D_{lj} \right) D_0 .$$

令 $z = \omega^2$, 方程 (6) 转换成

$$z^3 + p_{3j} z^2 + q_{3j} z + r_{3j} = 0 . \quad (7)$$

设 $k_1 = \alpha k, k_2 = \beta k, k_3 = \gamma k$ (α, β, γ 为预先选定的常数) 根据文献 [13] 中的定理 (*), 可以确定方程 (7) 至少存在一个正根的条件下参量 k 的取值范围, 继而得到 k_1, k_2, k_3 的取值范围.

不失一般性, 假设对于每个 j , 方程 (7) 都有三个正根 z_{1j}, z_{2j}, z_{3j} , 相应地, 方程 (6) 也有三个正根 $\omega_{1j}, \omega_{2j}, \omega_{3j}$, 再由 (5a) 式, 得到

$$\tau_{lj}^{(n)} \chi(k, s) = \frac{1}{\omega_{lj}} \left\{ \cos^{-1} \left[\frac{-c_{1j} b_{1j} - c_{2j} b_{2j}}{b_{1j}^2 + b_{2j}^2} \right] + \chi(s - 1) \pi \right\} , \quad (8)$$

其中 $l = 1, 2, 3$ 以及 $s = 1, 2, 3, \dots$

由方程组 (5), 还可得到

$$\begin{aligned} & \operatorname{Re} \left[\left(\frac{d\lambda}{d\tau} \right)_{\tau = \tau_{lj}^{(n)}(k, s)}^{-1} \right] \\ &= \frac{(\omega_{lj}^2 - q_{1j}) \chi(3\omega_{lj}^2 - q_{1j}) - 2p_{1j}(r_{1j} - p_{1j}\omega_{lj}^2)}{(r_{1j} - p_{1j}\omega_{lj}^2)^2 + (\omega_{lj}^2 - q_{1j}\omega_{lj}^2)^2} \\ &+ \frac{2p_{2j}(r_{2j} - p_{2j}\omega_{lj}^2) - q_{2j}^2}{(r_{2j} - p_{2j}\omega_{lj}^2)^2 + q_{2j}\omega_{lj}^2} = g(k) . \end{aligned} \quad (9)$$

在实际问题中, 恰当地选择 k 值, 总可以保证 (9) 式不等于零, 也即

$$\operatorname{Re} \left[\left(\frac{d\lambda}{d\tau} \right)_{\tau = \tau_{lj}^{(n)}(k, s)} \right] \neq 0 , \quad (10)$$

它满足横截条件. 对应于由 (8) 式决定的 τ 值, 方程 (4) 除了有一对简单的纯虚根外, 不会存在共振根 ($\lambda = i\omega N, N$ 为一整数), 但其他根可能具有负实部或正实部, 因此, 系统 (2) 一定存在周期解. 特别是当其他特征根实部全为负时, 系统 (2) 有可能存在稳定的周期解, 保留这种情况下 k 的取值范围, 相应的 $\tau_{lj}^{(n)}(k, s)$ 即是系统 (2) 出现 Hopf 分支的临界点^[14]. (8) 式给出的 τ 与 k 的函数关系曲线, 构成了系统 (2) 产生 Hopf 分支的临界线. 在临界线附近, 可以得到控制混沌所需要的控制参量 k 与 τ 值的范围.

3. 数值分析

将上述分析方法应用到 Sprott “J” 和 “K” 模型

中^[15].

3.1. “J” 模型

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= 2x_3 , \\ \dot{x}_2 &= -2x_2 + x_3 , \\ \dot{x}_3 &= -x_1 + x_2 + x_2^2 . \end{aligned} \quad (11)$$

此系统只有一个平衡点 $(0, 0, 0)$, 系统的 Lyapunov 指数为 $(0.076, 0, -2)$.

施加控制项 $F(t) = k[x_2(t - \tau) - x_2(t)]$ 后, 系统 (11) 变为

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= 2x_3 + \alpha F(t) , \\ \dot{x}_2 &= -2x_2 + x_3 + \beta F(t) , \\ \dot{x}_3 &= -x_1 + x_2 + x_2^2 + \gamma F(t) . \end{aligned} \quad (12)$$

相应的特征方程 (4) 以及方程 (6) 和 (7) 可具体写成

$$\lambda^3 + (\beta k + 2)\lambda^2 + (\gamma k + 1)\lambda - \alpha k + 2\beta k + 4 + (-\beta k\lambda^2 - \gamma k\lambda + \alpha k - 2\beta k)e^{-\lambda\tau} = 0 , \quad (13)$$

$$\omega^6 + (2 - 2\gamma k + 4\beta k)\omega^4 + (-15 - 16\beta k + 4\alpha k + 2\gamma k)\omega^2 + 16\beta k - 8\alpha k + 16 = 0 , \quad (14)$$

$$z^3 + (2 - 2\gamma k + 4\beta k)z^2 + (-15 - 16\beta k + 4\alpha k + 2\gamma k)z + 16\beta k - 8\alpha k + 16 = 0 . \quad (15)$$

以下再分两种情况讨论:

1) 未增强控制型 ($k_1 = k_3 = 0, k_2 \neq 0$, 即 $\alpha = \gamma = 0, \beta = 1$).

此时, 方程 (13) — (15) 分别简化成如下形式:

$$\lambda^3 + (k + 2)\lambda^2 + \lambda + 2k + 4 + (-k\lambda^2 - 2k)e^{-\lambda\tau} = 0 , \quad (16)$$

$$\omega^6 + (2 + 4k)\omega^4 + (-15 - 16k)\omega^2 + 16k + 16 = 0 , \quad (17)$$

$$z^3 + (2 + 4k)z^2 + (-15 - 16k)z + 16k + 16 = 0 . \quad (18)$$

根据文献 [13] 中的定理 (*), 可确定出方程 (18) 存在正实根的 k 值范围为 $k < -1.0$. 进一步数值计算特征方程 (16) 得到, 除纯虚根外, 其他的根中至少有一个根的实部大于零, 因此, 不存在可控制的条件. 这说明系统在临界线附近没有稳定的周期解.

2) 增强控制型 (k_1, k_2, k_3 或 α, β, γ 不同时为零).

任意选择 α, β 和 γ 的几组值, 重复上面的计算过程, 同样可得到方程 (15) 存在正实根时, k 的取值范围, 见表 1.

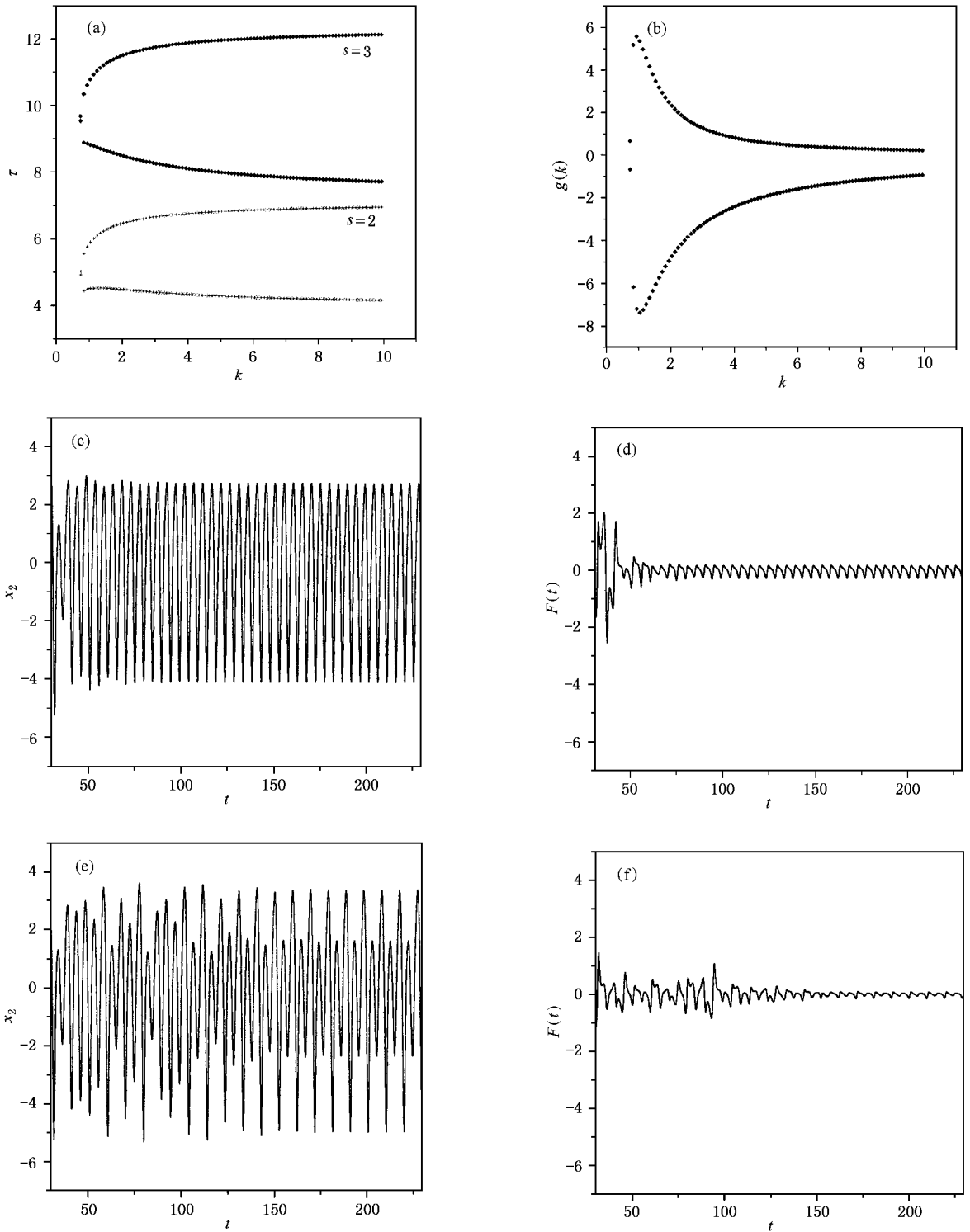


图 2 增强型 DFC 法控制 Sprott “J”模型的结果

表 1 增强型 DFC 法控制 Sprott “J”模型的 k 值的范围

α	β	γ	k 值的范围
0.5	2	1	$k < -0.5714285714$ 或 $k > 0.4368095931$
0.2	1	0.6	$0.7441735916 < k < 50829.0587$ 或 $k < -1.111111111$
0	1	1	$k > 0.466$ 或 $k < -1$
1	1	1	$k > 0.365664663$ 或 $k < -2$

数值计算结果还表明:当 $\beta k > 0$ 时,特征方程 (13) 的其他根都具有负实部,而当 $\beta k < 0$ 时,方程 (13) 的其他根的实部至少有一个为正.因此,满足 $\beta k < 0$ 条件的所有 k 值应该被舍弃.

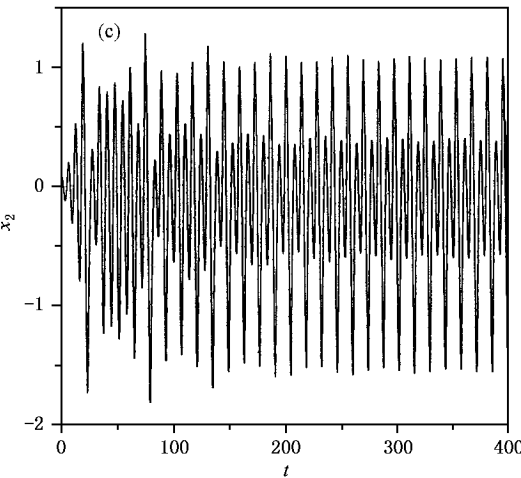
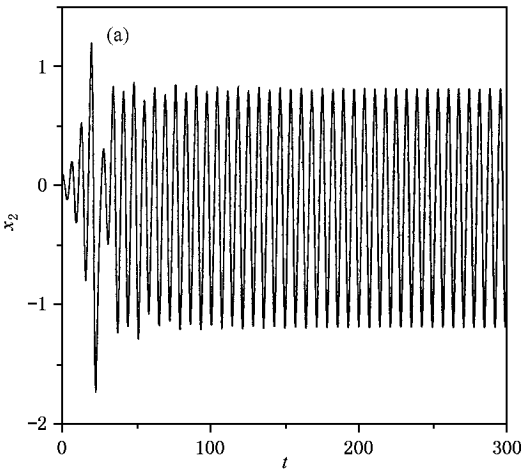
从表 1 选取一组参数 $\alpha = 0.2, \beta = 1$ 和 $\gamma = 0.6$, 由(7)–(9)式及文献 [13] 中的定理(*), 得到 $k-\tau$ 及 $k-g(k)$ 的关系曲线, 如图 2(a) 和 (b) 所示, 其中 (a) 中两组曲线分别对应 (8) 式 $s = 2, s = 3$ 的结果. 在图 2(a) 中, 沿直线 $k = 0.745$ 附近取 $\tau = 4.8$ 和 9.6 两个点, 数值计算系统 (12), 可得到它被稳定到 1 周期和 2 周期的结果. 相应的 $x_2(t)$ 及控制项 $F(t)$ 的结果分别如图 2(c)–(f) 所示.

3.2. “K”模型

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_1 x_2 - x_3, \\ \dot{x}_2 &= x_1 - x_2, \\ \dot{x}_3 &= x_1 + 0.3 x_3. \end{aligned} \quad (19)$$

此系统有两个平衡点, 分别为

对于平衡点 I



$$(x_{10}^{(1)}, x_{20}^{(1)}, x_{30}^{(1)}) = (0, 0, 0);$$

对于平衡点 II

$$(x_{10}^{(2)}, x_{20}^{(2)}, x_{30}^{(2)}) = \left(-\frac{10}{3}, -\frac{10}{3}, \frac{100}{9}\right).$$

系统的 Lyapunov 指数为 $(0.038, 0, -0.890)$.

施加控制项 $F(t) = k[x_2(t - \tau) - x_2(t)]$ 后, 系统 (19) 变为

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_1 x_2 - x_3 + \alpha F(t), \\ \dot{x}_2 &= x_1 - x_2 + \beta F(t), \\ \dot{x}_3 &= x_1 + 0.3 x_3 + \gamma F(t). \end{aligned} \quad (20)$$

完全类似于“J”模型的计算流程, 为简单起见, 在此只给出通过计算得到的结果.

1) 未增强控制型 ($k_1 = k_3 = 0, k_2 \neq 0$, 即 $\alpha = \gamma = 0, \beta = 1$).

对于平衡点 I $k < -0.5$;

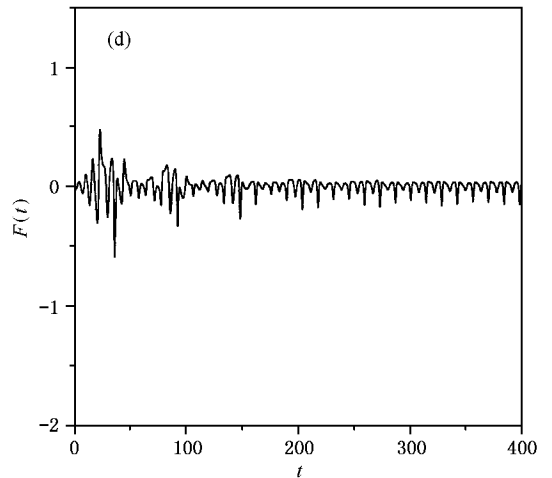
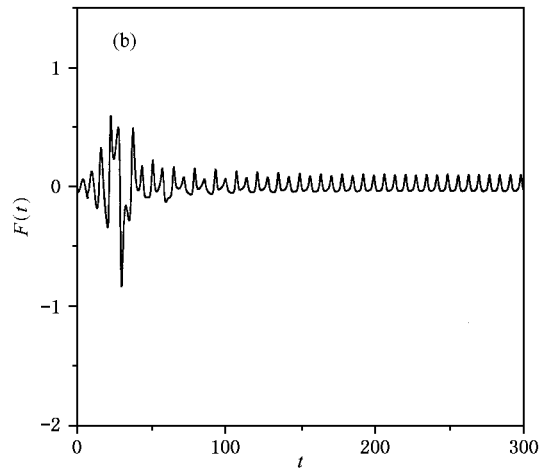


图 3 增强型 DFC 法控制 Sprott “K”模型的结果

对于平衡点 II $k < -1.26082298$.

基于两个平衡点算出的控制参量 k 均小于零, 与系统 (20) 相对应的特征方程至少存在一个具有正实部的根. 此时, 系统不可能存在稳定的周期解.

2) 增强控制型 (k_1, k_2, k_3 不同时为零).

对于平衡点 I 表 2 给出 α, β 和 γ 取几组不同值情况下, 实际计算出的 k 的取值范围.

表 2 增强型 DFC 法控制 Sprott “K” 模型的 k 值的范围

α	β	γ	k 值的范围
1.5	1	0	$k < -0.9090909091$ 或 $k > 0.1729215111$
1	1	0.1	$k < -0.8333333333$ 或 $k > 0.2640737842$
0.8	0.6	0.1	$k < -1.923076923$ 或 $k > 0.3050195176$
1	1	0	$k < -0.714285714$ 或 $k > 0.2830681609$

与“J”模型的结果基本相似, 表 2 中只有 $\beta k > 0$ 的条件有可能使受控系统存在稳定的周期解. 选择

表 2 中 $\alpha = 0.8, \beta = 0.6$ 和 $\gamma = 0.1$ 这组条件, 由 (7)–(9) 式及文献 [13] 的定理 (*), 同样可得到 k 与 τ 及 $\text{Re}\left[\left(\frac{d\lambda}{d\tau}\right)^{-1}_{\tau=\tau_{ij}^{(s)}} 的曲线. 从 $k-\tau$ 曲线附近选择 $k = 0.5, \tau = 7.2$ ($s = 2$) 和 $k = 0.31, \tau = 13.7$ ($s = 3$), 计算方程 (20) 系统分别被稳定到 1 周期和 2 周期, 如图 3 所示.$

对于平衡点 II, 分析结果表明: 采用 2) 的控制方式, 与系统 (20) 相应的特征方程 (4) 至少存在一个具有正实部的根, 因此, 由平衡点 II 决定的控制条件应该舍去.

一个实验系统, 当它仅有一个输出量, 且系统各变量间的关系又不能完全确定时, 采用增强型 DFC 法进行控制比较合适. 由于系统的动力学关系未知, 所以只能假定比例因子 α, β 和 γ 相等 (即反馈控制量对系统每一个分量的作用大小相同), 如在表 1 中

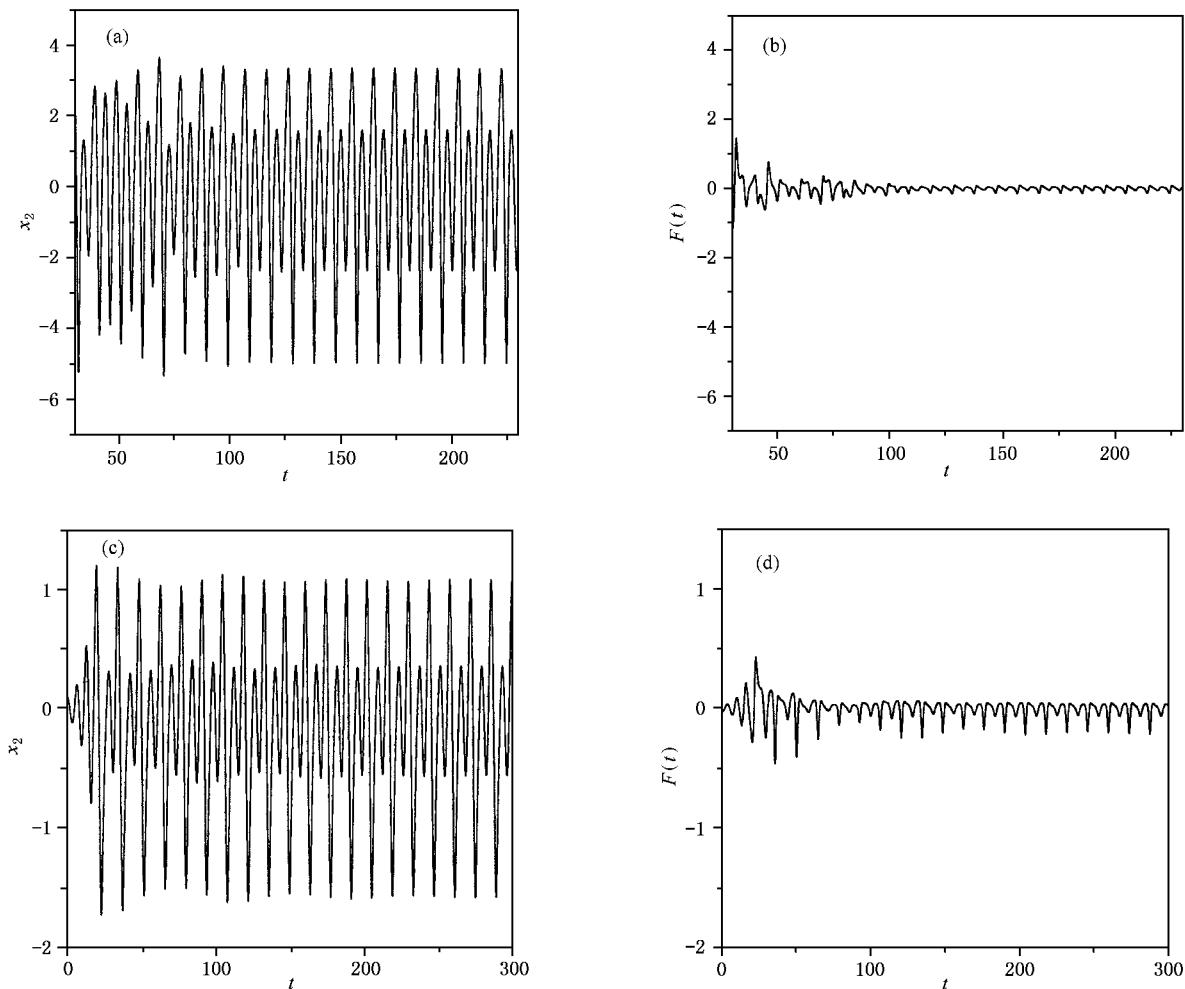


图 4 (a) 和 (b) 为 $\alpha = \beta = \gamma = 1$ 对 Sprott “J” 模型的控制结果 (c) 和 (d) 为 $\alpha = \beta = 1$ 和 $\gamma = 0$, 对 Sprott “K” 模型的控制结果

$\alpha = \beta = \gamma = 1$ 和在表 2 中 $\alpha = \beta = 1$ 和 $\gamma = 0$ 的情况, 分别对上述两个模型进行数值模拟, 可得到各自的 k 与 τ 及 $\text{Re}\left[\left(\frac{d\lambda}{d\tau}\right)^{-1}_{\tau=\tau_{ij}(s)}\right]$ 曲线, 分别在两个系统的 k - τ 关系曲线附近选择 $k = 0.376, \tau = 9.60$ ($s = 3$) 和 $k = 0.284, \tau = 13.6$ ($s = 3$), 系统都被稳定到 2 周期, 相应的 $x_2(t)$ 及控制项 $F(t)$ 的结果如图 4 所示.

4. 结 论

综上所述可知: 本文提出的增强型控制混沌的

方案不仅明显改善控制混沌的质量, 而且更符合实际应用的要求. 此外, 使用的分析方法也具有普遍性, 对一般的低维连续混沌系统的控制问题, 用它可求出控制参量 k, τ 之间的解析关系. 进一步地, 本文提出的方案及使用的分析方法还可推广到控制三维以上的混沌或超混沌系统中. 只是系统的维数越高, 理论上分析越困难. 但在一些特殊的高维系统中, 还是可以给出某些解析条件的.

-
- [1] Ott E, Grebogi C and Yorke J 1990 *Phys. Rev. Lett.* **64** 1196
- [2] Shinbrot T, Grebogi C, Ott E and York J 1993 *Nature* **363** 411
- [3] Ditto W L, Rauseo S N and Spano M L 1990 *Phys. Rev. Lett.* **65** 3211
- [4] Chen G R and Dong X N 1993 *IEEE Trans. Circ. Syst.* **40** 591
- [5] Luo X S, Fang J Q and Qu W L 1999 *Acta Phys. Sin.* **48** 589 (in Chinese) [罗晓曙、方锦清、屈万里 1999 物理学报 **48** 589]
- [6] Fang J Q et al 2001 *Acta Phys. Sin.* **50** 435 (in Chinese) [方锦清等 2001 物理学报 **50** 435]
- [7] Gao Y, Weng J Q, Fang J Q and Luo X S 2001 *Acta Phys. Sin.* **50** 1440 (in Chinese) [高远、翁甲强、方锦清、罗晓曙 2001 物理学报 **50** 1440]
- [8] Wang R and Shen K 2001 *Acta Phys. Sin.* **50** 1024 (in Chinese) [王荣、沈柯 2001 物理学报 **50** 1024]
- [9] Yue L J, Chen Y Y and Peng J H 2001 *Acta Phys. Sin.* **50** 2097 (in Chinese) [岳丽娟、陈艳艳、彭建华 2001 物理学报 **50** 2097]
- [10] Pyragas K 1992 *Phys. Lett. A* **170** 421
- [11] Schneider F W et al 1993 *J. Phys. Chem.* **97** 12244
Lekebusch A, Forster A and Scjmeoder F W 1996 *Int. J. Neural Syst.* **7** 393
- [12] Bielawski S, Derozier D and Glorieux P 1994 *Phys. Rev. E* **49** 971
Celka P 1994 *Int. J. Bifurc. Chaos* **4** 1703
- [13] Chen Y Y et al 2001 *Acta Phys. Sin.* **50** 1871 (in Chinese) [陈艳艳等 2001 物理学报 **50** 1871]
- [14] Hale J K 1997 *Theory of Functional Differential Equation* (New York: Springer-Verlag) p245
- [15] Sprott J C 1994 *Phys. Rev. E* **50** 647

Analytic study of controlling chaotic system by enhancing time-delayed feedback^{*}

Chen Yan-Yan¹⁾ Peng Jian-Hua¹⁾ Liu Bing-Zheng¹⁾ Wei Jun-Jie²⁾

¹⁾*(Department of Physics , Northeast Normal University , Changchun 130024 , China)*

²⁾*(Department of Mathematics , Northeast Normal University , Changchun 130024 , China)*

(Received 16 November 2001 ; revised manuscript received 13 December 2001)

Abstract

We have proposed a project on controlling chaotic systems by the time-delayed feedback. Via the analysis of emerging Hopf bifurcation of the system, analytic conditions for the low-dimensional continuous autonomous chaotic system controlled by this project was given theoretically. Applying the conclusions we obtain for practical systems, it is shown, by theoretical description and numerical calculation, that the effectiveness and quality of control can be improved obviously and the analytic results are in accord with the numerical results.

Keywords : time-delayed feedback , chaos control , Hopf bifurcation

PACC : 0545 , 4265

^{*} Project supported by the Foundation for University Key Teachers by the Ministry of Education of China (Grant No. [2000] 65).