

# 微波激发下非线性磁表面波传播特性<sup>\*</sup>

吴 中 王 奇 周炯昀 李春芳 施解龙

(上海大学物理系, 上海 200436)

(2001 年 9 月 24 日收到, 2001 年 11 月 23 日收到修改稿)

研究了微波激发下非线性反铁磁晶体与线性铁磁晶体交界面上 transverse electric(缩写为 TE)表面波的传播特性. 用反函数形式给出了反铁磁晶体中 TE 表面波磁场的精确解. 分析了小功率和大功率传输时的场分布特征. 求得了 TE 表面波的色散方程, 进而讨论了系统的微波频率特性. 分析表明, 非线性 TE 表面波存在频率通带和禁带, 其带宽是功率的函数, 通过调节导波功率可以有效地实现通带和禁带之间的转换.

关键词: 反铁磁晶体, 铁磁晶体, 非线性表面波

PACC: 7540G, 7550E, 4110H

## 1. 引 言

电介质波导和旋磁波导中非线性电磁动力学波的传播行为已经成为物理学、通信与信息科学领域中重要的研究课题. 其理论和应用研究已成为现代高科技发展的巨大推动力, 例如光孤子通信正变成现实. 对各种位形电介质波导中非线性波的研究已揭示出很多令人感兴趣的特性, 其应用前景受到人们的广泛关注<sup>[1-4]</sup>. 它们既反映出光与物质非线性相互作用的新特点, 又为新型光电器件的研制提供了新思路. 但是十分遗憾的是, 人们对电磁波与磁介质的非线性相互作用的了解至今仍很肤浅, 现有的非线性波理论和非线性集成光学理论尚不完整, 一个与磁性材料有关的重要分支还没有很好地建立起来.

这些年来, 随着优质旋磁晶体制备技术的不断提高, 有关旋磁材料中非线性电磁波的研究日趋活跃<sup>[5-22]</sup>, 光波微波与旋磁材料的非线性相互作用和相关的新型器件的研究已成为电磁场理论和信息传输理论的热点课题, 并开始展现其重要的应用价值.

旋磁波导中传输的红外光波和微波的非线性特性与电介质波导中的非线性光波特性相比, 有着巨大差异<sup>[17, 20-23]</sup>. 这些差异主要来源于旋磁晶体特殊的晶格结构和自旋电子层之间的多个相互作用场.

反铁磁晶体(如  $\text{FeF}_2$ ,  $\text{MnF}_2$ )的有效交换场(约为 50T)大大超过其各向异性场(约为 1T), 其共振频率位于红外区. 铁磁晶体的共振频率位于微波区. 这两种材料不同的电磁波频率响应丰富了导波的传播现象, 当电磁波在两者界面上传播时, 其传播和色散特性强烈地依赖于导波频率和功率.

最近我们研究了红外光波入射下非线性反铁磁晶体与线性电介质组成的界面上 transverse magnetic(缩写为 TM)表面波空间磁孤子的传播特性<sup>[8, 10]</sup>, 其显著特点是存在频率通带和禁带, 且可以通过调节导波功率来实现通带和禁带之间的转换, 在一定条件下还存在反向波. 本文研究微波激发下反铁磁晶体与铁磁晶体界面上 transverse electric(缩写为 TE)表面波的非线性传播行为. 由于 TE 表面波中磁场的两个分量在边值问题中不能分离, 所以对 TE 表面波的理论分析要比 TM 表面波复杂得多. 文中分析了在小功率和大功率传输情况下电磁场的空间分布, 给出了非线性 TE 表面波遵守的严格的色散关系, 揭示了非线性 TE 表面波的频率特性.

## 2. 基本关系

界面导波系统结构如图 1 所示. 电磁波沿  $x$  方向传播.  $z > 0$  区域为非线性反铁磁晶体, 其易磁化轴沿  $x$  方向, 介电常量为  $\epsilon_1$ , 无外加静磁偏置场的

<sup>\*</sup> 国家自然科学基金(批准号 69877009)资助的课题.

反铁磁晶体具有磁各向异性,其磁导率张量  $\mu_1$  在直角坐标系中为三阶对角矩阵.对 TE 表面波而言,其三个对角张量元分别表示为  $\mu_x(\omega) = 1, \mu_y(\omega) = \mu_1(\omega), \mu_z(\omega) = \mu_L(\omega) + \chi_{NL} |H_z|^2$ , 其中  $\mu_L(\omega), \chi_{NL}$  分别为线性磁导率和非线性磁化率系数.

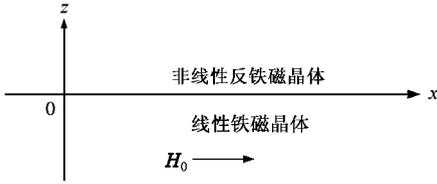


图1 旋磁晶体界面波导结构示意图 TE 表面波沿  $x$  方向传播

$z < 0$  区域为线性铁磁晶体,介电常量为  $\epsilon_2$ ,磁导率张量为  $\mu_2$ .沿  $x$  方向给铁磁晶体外加一饱和静态偏置磁场  $H_0$ .相应的张量磁导率为<sup>[6]</sup>

$$\mu_2 = \begin{bmatrix} \mu_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & \mu_2 & -\mu_{yz} \\ 0 & \mu_{yz} & \mu_{xx} \end{bmatrix},$$

各张量元分别为  $\mu_{xx}(\omega) = \mu_2 [1 + \omega_{M2} \omega_0 (\omega_0^2 - \omega^2)]$ ,  $\mu_{yz}(\omega) = i\mu_2 \omega_{M2} \omega (\omega_0^2 - \omega^2)$ ,  $\mu_2$  为接近 1 的常数<sup>[6]</sup>.本文取  $\mu_2 = 1, \omega_0 = \gamma\mu_0 H_0, \omega_{M2} = \gamma\mu_0 M_{20}$ , 其中  $H_0, M_{20}$  分别为静态偏置场和材料的饱和磁化强度.

沿  $x$  方向传播沿  $y$  方向无限扩展的二维 TE 电磁场具有下述形式:

$$\mathbf{E} = (0, E_y, 0) \exp[+i(kx - \omega t)], \quad (1)$$

$$\mathbf{H} = (H_x, 0, H_z) \exp[+i(kx - \omega t)]. \quad (2)$$

由 Maxwell 方程组可得到电磁场三分量之间具有如下关系:

$$kE_{yi} = \omega B_{zi}, \quad (3)$$

$$\frac{\partial E_{yi}}{\partial z} = -i\omega B_{xi}, \quad (4)$$

$$\frac{\partial H_{xi}}{\partial z} - ikH_{zi} = -i\omega\epsilon_0 \epsilon_i E_{yi}, \quad (5)$$

其中下标  $i = 1, 2$  分别为反铁磁晶体和铁磁晶体.在忽略损耗的导波系统中,由于磁场二分量间存在  $\pi/2$  相位差,故作变换:  $H_{xi} \rightarrow ih_{xi}, H_{zi} \rightarrow h_{zi}, E_{yi} \rightarrow e_{yi}$ .

对于反铁磁介质而言,由方程(3)–(5)可得磁场  $h_{z1}$  满足以下非线性偏微分方程:

$$\frac{\partial^2 (\mu_2 h_{z1})}{\partial z^2} = k_1^2 h_{z1} - k_0^2 \epsilon_1 \chi_{NL} |h_{z1}|^2 h_{z1}. \quad (6)$$

进一步得到两磁场分量间满足以下关系:

$$\frac{\partial^2 h_{x1}}{\partial z^2} - k \frac{\partial h_{z1}}{\partial z} = k_0^2 \epsilon_1 h_{x1}, \quad (7)$$

$$\frac{\partial h_{x1}}{\partial z} = \frac{1}{k} (k_1^2 - k_0^2 \epsilon_1 \chi_{NL} |h_{z1}|^2) h_{z1}, \quad (8)$$

其中  $k_1^2 = k^2 - k_0^2 \epsilon_1 \mu_L(\omega), k_0 = \omega/c$  为自由空间的波数.  $\mu_L(\omega) = 1 + 2\omega_{M1} \omega_A / (\omega_C^2 - \omega^2), \omega_A = \gamma\mu_0 H_a, \omega_C = \sqrt{\omega_A^2 + 2\omega_A \omega_E}, \omega_E = \gamma\mu_0 H_e$  以及  $\omega_{M1} = \gamma M_{10}, H_a, H_e$  和  $M_{10}$  分别为反铁磁晶体中各向异性场、交换场和饱和磁化强度.

对方程(6)直接求解很难,可令  $\partial h_{z1} / \partial z = g, y = g^2$  经过变换得到贝努利方程

$$\frac{dy}{dh_{z1}} = \frac{\chi k_1^2 h_{z1} - k_0^2 \epsilon_1 \chi_{NL} h_{z1}^3}{\mu_L + 3\chi_{NL} h_{z1}^2} - \frac{12\chi_{NL} h_{z1}}{\mu_L + 3\chi_{NL} h_{z1}^2} y. \quad (9)$$

解此方程,并由边界条件,即当  $z \rightarrow \infty$  时,  $h_{z1} \rightarrow 0, \partial h_{z1} / \partial z \rightarrow 0$ , 可得

$$y = \frac{(3k_1^2 - k_0^2 \epsilon_1 \mu_L) \chi_{NL} h_{z1}^4 / 2 - k_0^2 \epsilon_1 \chi_{NL}^2 h_{z1}^6 + k_1^2 \mu_L h_{z1}^2}{(\mu_L + 3\chi_{NL} h_{z1}^2)^2}. \quad (10)$$

设磁场的最大值  $h_{\max}$  在反铁磁晶体中距离交界面的位置为  $z_0$ , 令  $\partial h_{z1} / \partial z = 0$ , 即  $y = 0$ , 易得  $h_{\max}$  满足下列关系:  $\chi_{NL} h_{\max}^2 = m_a + n_a$ , 其中  $m_a = (3k_1^2 - k_0^2 \epsilon_1 \mu_L) / 4k_0^2 \epsilon_1, n_a = \sqrt{m_a^2 + k_1^2 \mu_L / k_0^2 \epsilon_1}$ . 结合  $h_{\max}$  在反铁磁晶体中的位置,对方程(10)分离变量,得下述两种积分形式:

(1) 磁场  $h_{z1}(z)$  极大值位于两晶体的交界面上

$$\int_{h_{z1}(0)}^{h_{z1}(z)} \frac{-(\mu_L + 3\chi_{NL} h_{z1}^2) dh_{z1}}{h_{z1} \sqrt{k_1^2 \mu_L - k_0^2 \epsilon_1 \chi_{NL}^2 h_{z1}^4 + (3k_1^2 - k_0^2 \epsilon_1 \mu_L) \chi_{NL} h_{z1}^2 / 2}} = \int_0^z dz. \quad (11)$$

(2) 磁场最大值  $h_{\max}$  处于反铁磁晶体中

$$\int_{h_{z1}(0)}^{h_{z1}(z)} \frac{(\mu_L + 3\chi_{NL} h_{z1}^2) dh_{z1}}{h_{z1} \sqrt{k_1^2 \mu_L - k_0^2 \epsilon_1 \chi_{NL}^2 h_{z1}^4 + (3k_1^2 - k_0^2 \epsilon_1 \mu_L) \chi_{NL} h_{z1}^2 / 2}} = \int_0^z dz \quad (z \leq z_0), \quad (12a)$$

$$\left( \int_{h_{z1}(0)}^{h_{\max}} - \int_{h_{\max}}^{h_{z1}(z)} \right) \frac{(\mu_L + 3\chi_{NL} h_{z1}^2) \chi_{NL} h_{z1}}{h_{z1} \sqrt{k_1^2 \mu_L - k_0^2 \epsilon_1 \chi_{NL}^2 h_{z1}^4 + (3k_1^2 - k_0^2 \epsilon_1 \mu_L) \chi_{NL} h_{z1}^2 / 2}} = \int_0^z dz \quad (z \geq z_0), \quad (12b)$$

$h_{z1}(0)$  为磁场  $h_{z1}(z)$  在  $z=0$  处的磁场振幅. 由于  $\mu_L > 0$ , 且考虑到  $z \rightarrow \infty$  时,  $h_{z1}^2(z) \rightarrow 0$ , 解方程 (11) (12a) 和 (12b), 分别可得反铁磁材料中磁场的空间分布情况

$$\frac{\sqrt{\mu_L}}{k_1} \ln \left| \frac{\left( a + \frac{1}{\chi_{NL} h_{z1}^2(0)} \right) + \sqrt{\left( a + \frac{1}{\chi_{NL} h_{z1}^2(0)} \right)^2 - b^2}}{\left( a + \frac{1}{\chi_{NL} h_{z1}^2(z)} \right) + \sqrt{\left( a + \frac{1}{\chi_{NL} h_{z1}^2(z)} \right)^2 - b^2}} \right| + \frac{3}{k_0 \sqrt{\epsilon_1}} \left[ \arcsin \left( \frac{\chi_{NL} h_{z1}^2(z) - m_a}{n_a} \right) - \arcsin \left( \frac{\chi_{NL} h_{z1}^2(0) - m_a}{n_a} \right) \right] = -2z, \quad (13)$$

$$\frac{\sqrt{\mu_L}}{k_1} \ln \left| \frac{\left( a + \frac{1}{\chi_{NL} h_{z1}^2(0)} \right) + \sqrt{\left( a + \frac{1}{\chi_{NL} h_{z1}^2(0)} \right)^2 - b^2}}{\left( a + \frac{1}{\chi_{NL} h_{z1}^2(z)} \right) + \sqrt{\left( a + \frac{1}{\chi_{NL} h_{z1}^2(z)} \right)^2 - b^2}} \right| + \frac{3}{k_0 \sqrt{\epsilon_1}} \left[ \arcsin \left( \frac{\chi_{NL} h_{z1}^2(z) - m_a}{n_a} \right) - \arcsin \left( \frac{\chi_{NL} h_{z1}^2(0) - m_a}{n_a} \right) \right] = 2z \quad (z \leq z_0), \quad (14a)$$

$$\frac{\sqrt{\mu_L}}{k_1} \ln \left| \frac{\left[ \left( a + \frac{1}{\chi_{NL} h_{z1}^2(0)} \right) + \sqrt{\left( a + \frac{1}{\chi_{NL} h_{z1}^2(0)} \right)^2 - b^2} \right] \left[ \left( a + \frac{1}{\chi_{NL} h_{z1}^2(z)} \right) + \sqrt{\left( a + \frac{1}{\chi_{NL} h_{z1}^2(z)} \right)^2 - b^2} \right]^2}{\left[ \left( a + \frac{1}{m_a + n_1} \right) + \sqrt{\left( a + \frac{1}{m_a + n_1} \right)^2 - b^2} \right]^2} \right| + \frac{3}{k_0 \sqrt{\epsilon_1}} \left[ \pi - \arcsin \left( \frac{\chi_{NL} h_{z1}^2(z) - m_a}{n_a} \right) - \arcsin \left( \frac{\chi_{NL} h_{z1}^2(0) - m_a}{n_a} \right) \right] = 2z \quad (z \geq z_0), \quad (14b)$$

其中

$$a = (3k_1^2 - k_0^2 \epsilon_1 \mu_L) 4k_1^2 \mu_L, \\ b = \sqrt{a^2 + k_0^2 \epsilon_1 / k_1^2 \mu_L}.$$

不难验证, 当  $z = z_0$  时, 方程 (14a) 与 (14b) 等价. 进一步由后面的功率分析可知, 方程 (13) 和 (14) 实际上分别对应小功率传输和大功率传输两种情形.

同理, 在线性铁磁晶体中, 由方程 (3)–(5) 易知磁场  $h_{z2}$  具有如下形式:

$$h_{z2} = h_2 \exp(k_2 z), \quad (15)$$

其中  $k_2^2 = k^2 - k_0^2 \epsilon_2 \mu_{xx}$ ,  $h_2$  为磁场  $h_{z2}$  在交界面处的磁场振幅. 进一步得到磁场分量  $h_{x2}$  和电场分量  $e_{y2}$  的解为

$$h_{x2} = k_2 h_2 \exp(k_2 z) / k, \quad (16)$$

$$e_{y2} = \omega \mu_0 \mu_{xx} h_2 \exp(k_2 z) / k. \quad (17)$$

TE 表面波在线性铁磁体中电磁场三个分量  $h_{z2}(x)$ ,  $h_{x2}$ ,  $e_{y2}(x)$  之间的关系可由 (15)–(17) 式全部确定. 利用常规边界条件, 可得到交界面处磁场间具有以下关系:

$$h_2 = \frac{\mu_L h_{z1}(0) + \chi_{NL} h_{z1}^3(0)}{\mu_{xx}}. \quad (18)$$

至此, 由方程 (13)–(15) 及 (18) 可得到非线性 TE 表面波横向电场和磁场在空间的分布曲线, 如图 2 所示. 作图数据取 FeF<sub>2</sub> 和 YIG 组成的导波系统参数. 图 2(a) 和 (b) 分别对应磁场  $H_{z1}(z)$  的最大值位于晶体的交界面上和处于反铁磁晶体之中.

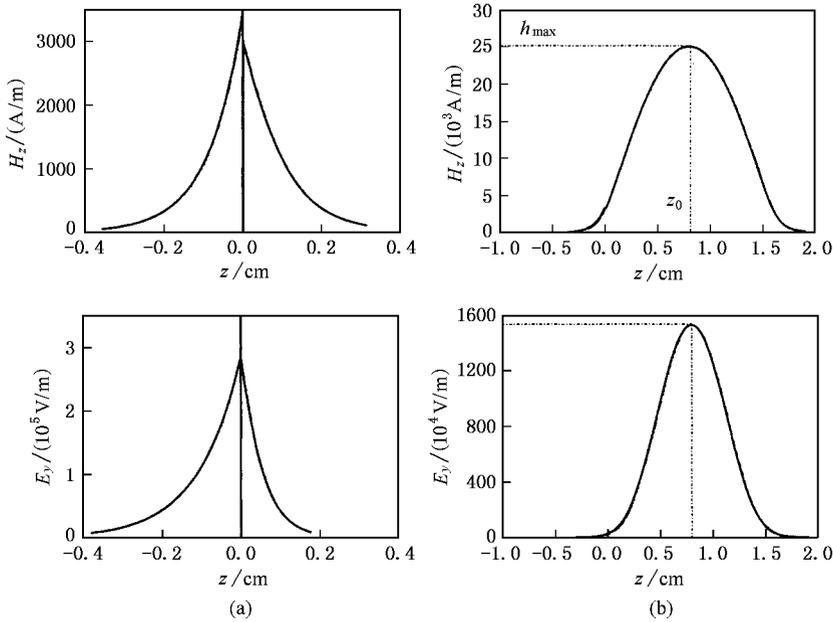


图2 非线性 TE 表面波横向电磁场  $H_z(z)$ ,  $E_y(z)$  在  $z$  轴方向的空间分布曲线 (a)和(b)分别对应两种情形: 磁场峰值位置位于介质交界面上和处于反铁磁晶体中. 两晶体的特征参数分别为  $\omega_{M1} = 1.06 \times 10^{10}$ ,  $\omega_A = 3.517 \times 10^{12}$ ,  $\omega_C = 8.897 \times 10^{12}$ ,  $\omega_{M2} = 3.08 \times 10^{10}$ ,  $\omega_0 = 1.232 \times 10^{10}$  rad/s,  $\epsilon = 4$ ,  $\epsilon_2 = 7$

### 3. 色散方程

反铁磁晶体的共振频率  $\omega_C$  位于红外区域而铁磁晶体的共振频率  $\omega_0$  位于微波区域. 红外电磁波入射时, 由于  $\omega \gg \omega_0$ ,  $\omega_{m2}$ , 铁磁晶体的折射率不是频率的敏感函数, 铁磁晶体等价于电介质. 这种情形我们已经作过细致的研究<sup>[8-10]</sup>. 当微波电磁波入射时, 由于  $\omega_C^2 \gg \omega^2$ ,  $\mu_L = 1 + 2\omega_{M1}\omega_A/(\omega_C^2 - \omega^2) \approx 1 + 2\omega_{M1}\omega_A/\omega_C^2$ , 故  $\mu_L$  近似为常数. 在微波频段, 铁磁晶体对频率的变化较为敏感, 其磁导率所具有的频率特性使导波的传播特性变得更加丰富、复杂.

将方程(7)等号两边同乘以  $2\partial h_{x1}/\partial z$ , 联立方程(8), 且考虑到当  $z \rightarrow \infty$  时, 有  $h_{x1} \rightarrow 0$ ,  $h_{z1} \rightarrow 0$ ,  $\partial h_{x1}/\partial z \rightarrow 0$  和  $\partial h_{z1}/\partial z \rightarrow 0$ , 故积分得到以下关系成立:

$$\frac{h_0^2 \epsilon_1}{k^2} (\mu_L + \chi_{NL} h_{z1}^2(z))^2 - \frac{3}{2} \chi_{NL} h_{z1}^2(z) - \mu_L + \frac{h_{x1}^2(z)}{h_{z1}^2(z)} = 0. \quad (19)$$

利用电磁场边界条件, 可得

$$\frac{h_{x1}(0)}{h_{z1}(0)} = \frac{-k_2(\mu_L + \chi_{NL} h_{z1}^2(0))}{k\mu_{xx}}. \quad (20)$$

通过极限逼近(即  $z \rightarrow 0$ ), 将方程(19)和(20)联立, 得到

$$Ah_{z1}^4(0) + Bh_{z1}^2(0) + C = 0, \quad (21)$$

其中  $A = \chi_{NL}^2(k_0^2 \epsilon_1 + k_2^2/\mu_{xx}^2)$ ,  $B = \chi_{NL}(2\mu_L k_2^2/\mu_{xx}^2 - 2k_1^2 + k^2/2)$ ,  $C = \mu_L(k_2^2 \mu_L/\mu_{xx}^2 - k_1^2)$ , 它们不仅与入射频率有关, 而且, 从下面的分析可知, 与电磁波的功率联系非常密切. 化简方程(21), 可得到旋磁晶体中非线性 TE 表面波所满足的严格的色散方程

$$k^2 = k_0^2 \left( \frac{\epsilon_2}{\mu_{xx}} - \epsilon_1 \right) / \left( \frac{1}{\mu_{xx}^2} - \frac{1}{u^2} \right), \quad (22)$$

其中

$$u = [\mu_L + \chi_{NL} h_{z1}^2(0)] \sqrt{\mu_L + 3\chi_{NL} h_{z1}^2(0)/2}, \quad (23)$$

参数  $u$  为  $\chi_{NL} h_{z1}^2(0)$  的函数.

由方程(21)不难发现, 磁场  $h_{z1}(0)$  具有实数解的两种情形: (a)  $C < 0$  (b)  $C > 0$ ,  $B < 0$ , 且  $B^2 > 4AC$ . 但是由于  $C > 0$  和  $B < 0$  不能同时满足, 因此方程(21)具有有效解的条件为  $C < 0$ , 即

$$k_1^2 > k_2^2 \mu_L / \mu_{xx}^2. \quad (24)$$

沿  $x$  方向传播的非线性 TE 表面波功率为

$$P = \frac{1}{2} \int E_y H_z^* dz = P^L + P^{NL}, \quad (25)$$

其中  $P^L, P^{NL}$  分别为 TE 表面波在线性铁磁晶体中和非线性反铁磁晶体中的传输功率.

$$\begin{aligned}
P^L &= \frac{1}{2} \int_{-\infty}^0 \frac{\omega\mu_0 \mu_{xx}}{k} h_2^2 \exp(2k_2 z) dz \\
&= \frac{\omega\mu_0 \mu_{xx}}{4kk_2} h_2^2, \tag{26}
\end{aligned}$$

$$P^{NL} = \frac{\omega\mu_0}{2k} \int_0^{\infty} (\mu_L h_{z1}^2 + \chi_{NL} h_{z1}^4) dz. \tag{27}$$

分别将磁场分布(13)和(14)式代入方程(26),并令  $\xi = \chi_{NL} h_{z1}^2$ , 经过一系列变量代换,可得到磁场峰值位于晶体交界面上和位于反铁磁晶体中时的功率表达式

$$\begin{aligned}
P^{NL1} &= \frac{\omega\mu_0}{4kk_0 \chi_{NL} \sqrt{\epsilon_1}} \\
&\quad \times \int_0^{\chi_{NL} h_{z1}^2(0)} \frac{(\mu_L + 3\xi) (\mu_L + \xi)}{\sqrt{n_a^2 - (\xi - m_a)^2}} d\xi, \tag{28}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
P^{NL2} &= \frac{\omega\mu_0}{4kk_0 \chi_{NL} \sqrt{\epsilon_1}} \left( \int_{\chi_{NL} h_{z1}^2(0)}^{m_a+n_a} + \int_0^{m_a+n_a} \right) \\
&\quad \times \frac{(\mu_L + 3\xi) (\mu_L + \xi)}{\sqrt{n_a^2 - (\xi - m_a)^2}} d\xi, \tag{29}
\end{aligned}$$

$P^{NL1}$  对应方程(13)描述的空间场分布,  $P^{NL2}$  对应方程(14a)和(14b)描述的场分布. 对以上两式依次积分, 可得

$$P^{NL1} = \frac{\omega\mu_0 \left[ \left( \frac{9}{2} m_a + 4\mu_L \right) \sqrt{n_a^2 - m_a^2} - \left( \frac{3}{2} \chi_{NL} h_{z10}^2 + \frac{9}{2} m_a + 4\mu_L \right) \sqrt{n_a^2 - (\chi_{NL} h_{z10}^2 - m_a)^2} + p_1 \right]}{4kk_0 \chi_{NL} \sqrt{\epsilon_1}}, \tag{30}$$

$$P^{NL2} = \frac{\omega\mu_0 \left[ \left( \frac{9}{2} m_a + 4\mu_L \right) \sqrt{n_a^2 - m_a^2} - \left( \frac{3}{2} \chi_{NL} h_{z10}^2 + \frac{9}{2} m_a + 4\mu_L \right) \sqrt{n_a^2 - (\chi_{NL} h_{z10}^2 - m_a)^2} + p_2 \right]}{4kk_0 \chi_{NL} \sqrt{\epsilon_1}}, \tag{31}$$

其中

$$\begin{aligned}
p_1 &= \left( \frac{3}{2} n_a^2 + 3m_a^2 + 4\mu_L m_a + \mu_L^2 \right) \\
&\quad \times \left[ \arcsin\left(\frac{m_a}{n_a}\right) - \arcsin\left(\frac{m_a - \chi_{NL} h_{z10}^2}{n_a}\right) \right], \\
p_2 &= \left( \frac{3}{2} n_a^2 + 3m_a^2 + 4\mu_L m_a + \mu_L^2 \right) \\
&\quad \times \left[ \pi + \arcsin\left(\frac{m_a}{n_a}\right) + \arcsin\left(\frac{m_a - \chi_{NL} h_{z10}^2}{n_a}\right) \right].
\end{aligned}$$

图3和图4给出沿  $x$  方向传播的表面波功率  $P$  与  $\chi_{NL} h_{z1}^2(0)$  的关系曲线图, 分别对应磁场峰值位于介质交界面上和处于反铁磁介质中. 图3(a)和图4(a)对应  $\epsilon_1 < \epsilon_2$  情形, 图3(b)和图4(b)对应  $\epsilon_1 > \epsilon_2$  情形, 其中图3取  $FeF_2$  和  $YIG$  组成的导波系统参数. 比较以上两图可知, 当磁场最大值位于介质交界面上时, 导波功率相对较低, 一般为  $10^1$  W/mm, 对应小功率情形, 而当峰值位置进入非线性反铁磁介质内部时, 导波功率相对较高, 约为  $10^3$  W/mm, 对应大功

率情形. 从描述小功率情形的图3可以看出, 对于微波入射频率, 不论两晶体的介电常量  $\epsilon_1$  和  $\epsilon_2$  的相对大小如何, 导波功率  $P$  与  $\chi_{NL} h_{z1}^2(0)$  总是呈单调递增关系. 对于大功率情形, 图4表明: 当  $\epsilon_1 < \epsilon_2$  时,  $P$  与  $\chi_{NL} h_{z1}^2(0)$  呈单调递减关系; 当  $\epsilon_1 > \epsilon_2$  时, 成单调递增关系.

结合方程(14a)和(31), 可以得到大功率入射情形下表面磁波的峰值位置  $z_0$  与导波功率  $P$  之间的关系, 图5给出在不同频率下的  $z_0-P$  变化曲线, 反映出  $z_0$  与  $P$  之间具有多值对应关系. 但是不难证明, 类似于电介质表面上的非线性电波的传播特性,  $z_0-P$  曲线的实线部分对应稳定波, 虚线部分对应非稳波<sup>[23]</sup>. 由图5可知, 稳定波的场强峰值位置随功率的增加而单调变大. 当功率较小时(小功率情形), 尽管增加入射功率, 磁场峰值位置一直固守于晶体交界面处, 继续提高导波功率且超过某一功率阈值  $P_0$  时(大功率情形), 磁场峰值位置将摆脱晶体交界

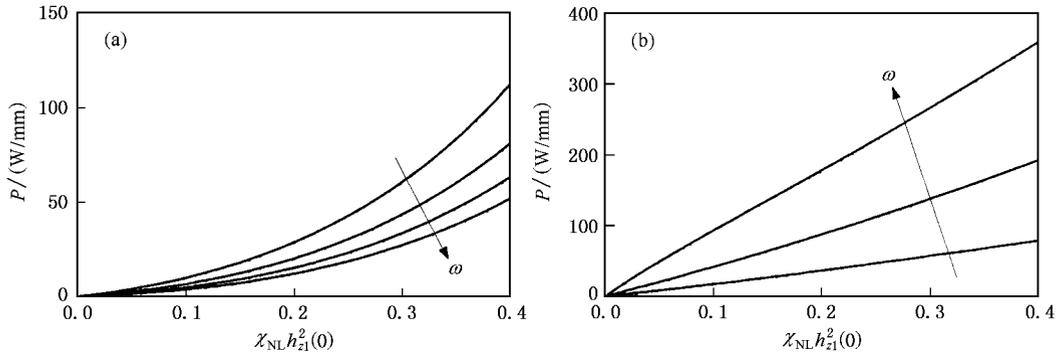


图 3 磁场峰值位于介质交界面上时导波功率  $P$  与  $\chi_{NL} h_{z1}^2(0)$  的关系曲线 沿箭头方向频率增加。(a)  $\epsilon_1 < \epsilon_2$  情形, 频率依次取  $7.5 \times 10^{10}$ 、 $8.5 \times 10^{10}$  和  $9.5 \times 10^{10}$  rad/s, 晶体特征参数同图 2 (b)  $\epsilon_1 > \epsilon_2$  情形, 频率依次取  $1.3 \times 10^{10}$ 、 $1.5 \times 10^{10}$  和  $1.7 \times 10^{10}$  rad/s,  $\epsilon_1 = 12$ ,  $\epsilon_2 = 7$ ,  $\omega_{M2} = 1.5 \times 10^{10}$ ,  $\omega_0 = 3.3 \times 10^{10}$  rad/s, 其余参数同图 2

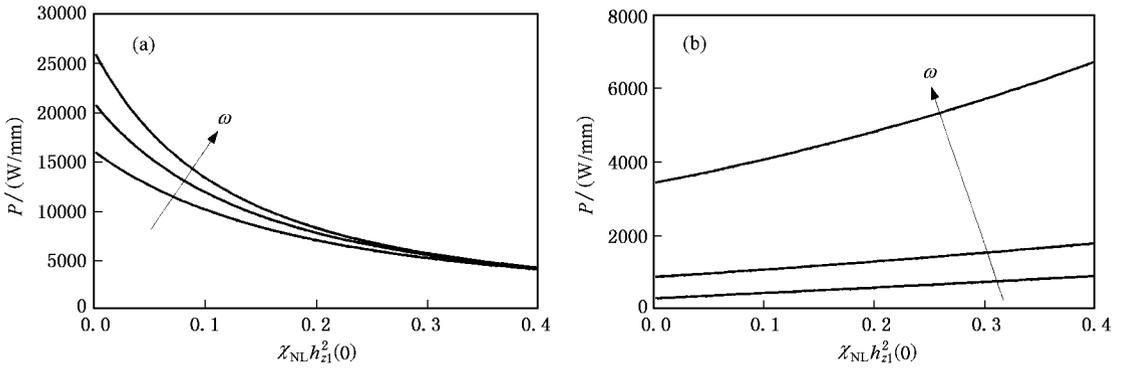


图 4 磁场峰值位于反铁磁介质中时 TE 表面波功率  $P$  与  $\chi_{NL} h_{z1}^2(0)$  的关系曲线 沿箭头方向频率增加. 所用数据同图 3

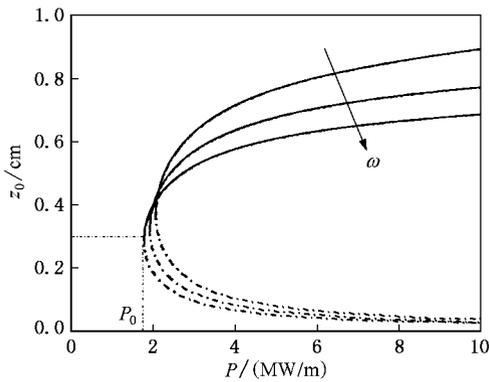


图 5 大功率情形下 磁场峰值位置  $z_0$  与导波功率  $P$  之间的关系曲线 晶体特征参数和导波频率同图 3 (a)

面的束缚, 跃入反铁磁介质中. 导波功率越大, 磁场峰值位置  $Z_0$  离开晶体交界面越远.

### 4. 频率特性

表面波要求  $k_1 > 0, k_2 > 0$ , 即

$$k^2 > k_0^2 \epsilon_1 \mu_1(\omega), \tag{32}$$

$$k^2 > k_0^2 \epsilon_2 \mu_{xx}(\omega). \tag{33}$$

不等式 (32) 和 (33) 及 (24) 说明: 波数  $k$  存在一个最小值. 不难察觉, 色散方程 (22) 和表面波条件 (24) 及 (33) 式决定了反铁磁晶体表面上非线性 TE 表面磁波传输的频率特性. 下面针对小功率微波入射情形, 分三种情况展开讨论.

#### 4.1. $\mu_{xx} < 0$ 情形

由  $\mu_{xx}$  的定义可得对应的频率范围为  $\omega_0 < \omega < \sqrt{\omega_0^2 + \omega_{M2} \omega_0}$ . 联系色散方程 (22) 和表面波条件 (24) 及 (33) 式, 可得此时非线性 TE 表面波必须满足

$$\mu_{xx} < -u, \tag{34}$$

$u$  由 (23) 式所定义. 由于  $u > 1$ , 很容易得到其频率通带为

$$\omega_0 < \omega < \sqrt{\omega_0^2 + \omega_{M2} \omega_0 (1 + u)} \equiv \omega'. \quad (35)$$

很明显, 通带的上限频率  $\omega'$  受导波功率 ( $\chi_{NL} h_{z1}^2(0)$ ) 的影响.  $\omega^2$  的通带带宽为  $(\Delta\omega^2)_p = \omega_{M2} \omega_0 (1 + u)$ , 为导波功率的函数. 显然, 通带带宽随导波功率的提高 ( $\chi_{NL} h_{z1}^2(0)$  值增大) 而逐渐变窄. 当  $\chi_{NL} h_{z1}^2(0) \rightarrow 0$  时, 理论上达到最大带宽  $(\Delta\omega^2)_p = \omega_{M2} \omega_0 (1 + \sqrt{\mu_L})$ . 图 6 和图 7 分别给出当  $\epsilon_1 < \epsilon_2$ ,  $\epsilon_1 > \epsilon_2$  时通带上限频率  $\omega'$  随导波功率的变化曲线. 可以看出, 通带带宽随导波功率的增加而缓慢降低. 图 6 所示波导系统由 FeF<sub>2</sub> 和 YIG 组成, 如果  $\chi_{NL} h_{z1}^2(0)$  分别取为 0.02 和 0.2, 则对应的通带宽度  $\Delta\omega$  分别可达  $6.145 \times 10^9$  和  $6.027 \times 10^9$  rad/s, 带宽变化较缓慢.

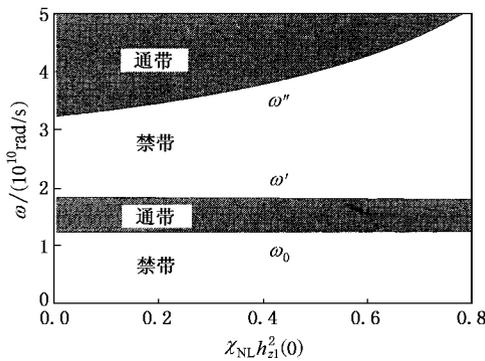


图 6 在  $\epsilon_1 < \epsilon_2$  情形下, FeF<sub>2</sub> 和 YIG 导波系统的频率通带和禁带随  $\chi_{NL} h_{z1}^2(0)$  的变化曲线. 所用数据同图 2

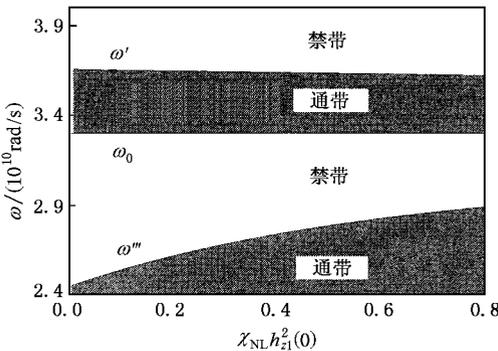


图 7 在  $\epsilon_1 > \epsilon_2$  情形下, 频率通带和禁带随  $\chi_{NL} h_{z1}^2(0)$  变化的数值模拟. 所用数据同图 3(b)

从上面的分析可知, 通带宽度  $\Delta\omega$  除了与导波功率联系密切外, 还与线性铁磁晶体的特征参数

$\omega_0, \omega_{M2}$  有关. 对于同样的导波功率, 较大的  $\omega_0, \omega_{M2}$  对应较宽的通带宽度. 值得注意的是, 在这种情形下, 不论组成该导波系统的晶体特征参数如何变化, 两个晶体的介电常量  $\epsilon_1$  和  $\epsilon_2$  并不对导波通带宽度有任何影响.

#### 4.2. $0 < \mu_{xx} < \epsilon_2/\epsilon_1$ 情形

这时微波的频率范围为

$$\sqrt{\omega_0^2 + \omega_{M2} \omega_0} < \omega < \sqrt{\omega_0^2 + \omega_{M2} \omega_0 \left(1 - \frac{\epsilon_2}{\epsilon_1}\right)} \quad (\epsilon_1 > \epsilon_2), \quad (36)$$

或

$$\omega > \sqrt{\omega_0^2 + \omega_{M2} \omega_0} \quad \text{或} \quad \omega < \sqrt{\omega_0^2 - \omega_{M2} \omega_0 \left(\frac{\epsilon_2}{\epsilon_1} - 1\right)} \quad (\epsilon_1 < \epsilon_2). \quad (37)$$

由色散方程和表面波条件易知, 这时微波在该非线性导波系统中传输必须满足

$$\epsilon_1 u^2/\epsilon_2 < \mu_{xx}(\omega) < \min\{u, \epsilon_2/\epsilon_1\}. \quad (38)$$

显然, 上述不等式的成立需要满足条件  $u < \epsilon_2/\epsilon_1$ , 因此对于某一频率原本传播的导波而言, 随导波功率的不断增大, 参数  $u$  相应增加, 当满足  $u > \epsilon_2/\epsilon_1$  时, 该导波将被迫截止, 所以传播条件 (38) 式可进一步简化为

$$\epsilon_1 u^2/\epsilon_2 < \mu_{xx}(\omega) < u. \quad (39)$$

下面分别考虑  $\epsilon_1 > \epsilon_2$  和  $\epsilon_1 < \epsilon_2$  两种情况下导波的频率范围. 1) 当  $\epsilon_1 > \epsilon_2$  时, 由于  $u > 1$ , 所以不等式  $u < \epsilon_2/\epsilon_1$  不可能成立, 故在 (36) 式给出的频率范围内没有导波存在. 2) 当  $\epsilon_1 < \epsilon_2$  时, 不等式  $u < \epsilon_2/\epsilon_1$  成立, 联立不等式 (37) 和 (39), 可以得到满足以上条件的导波频率通带范围为

$$\omega > \max\left\{\sqrt{\omega_0^2 + \omega_{M2} \omega_0}, \sqrt{\omega_0^2 + \omega_{M2} \omega_0 (1 - \epsilon_1 u^2/\epsilon_2)}\right\} \equiv \omega'', \quad (40)$$

即表面磁波具有高频通带. 由于导波功率  $P$  与  $\chi_{NL} h_{z1}^2(0)$  之间呈单调递增关系, 结合 (40) 式, 可得到在这种情形下 (即  $0 < \mu_{xx} < \epsilon_2/\epsilon_1$  且  $\epsilon_1 < \epsilon_2$ ) 频率通带随导波功率变化的三个特征: 1) 当导波功率较低时, 满足不等式  $u^2 < \epsilon_2/\epsilon_1$ , 高频通带的下限频率  $\omega''$  是导波功率和晶体介电常量的函数, 即  $\omega'' = \sqrt{\omega_0^2 + \omega_{M2} \omega_0 (1 - \epsilon_1 u^2/\epsilon_2)}$ , 增加功率将提高  $\omega''$ , 这样就有可能使原先在通带中得以传播的磁波由于导

波功率的增加使通带变窄而被迫截止. 高频通带的下限频率  $\omega''$  随功率的变化曲线如图 6 所示. 2) 随导波功率的不断增强, 且满足  $u^2 > \epsilon_2/\epsilon_1$  时,  $\omega'' = \sqrt{\omega_0^2 + \omega_{M2}\omega_0}$ , 则高频通带的下限频率  $\omega''$  不再受导波功率的影响, 通带带宽保持不变. 3) 进一步提高导波功率, 当其超过某一功率阈值后, 满足  $u > \epsilon_2/\epsilon_1$ , 则该非线性系统将迫使原本频率处于(40)式中的一切导波截止.

#### 4.3. $\mu_{xx} > \epsilon_2/\epsilon_1$ 情形

这时对应的导波频率范围为

$$\omega < \omega_0 \quad \text{或}$$

$$\omega > \sqrt{\omega_0^2 + \omega_{M2}\omega_0(1 - \epsilon_2/\epsilon_1)} \quad (\epsilon_1 > \epsilon_2), \quad (41)$$

$$\omega_0 > \omega > \sqrt{\omega_0^2 + \omega_{M2}\omega_0(1 - \epsilon_2/\epsilon_1)} \quad (\epsilon_1 < \epsilon_2). \quad (42)$$

联系色散方程和表面波条件, 非线性 TE 表面磁波在以上频率范围内能够传播时必须满足以下条件:

$$\epsilon_1 u^2/\epsilon_2 > \mu_{xx}(\omega) > \max\{u, \epsilon_2/\epsilon_1\}. \quad (43)$$

与前面讨论类似, 考虑到上式成立的条件是  $u > \epsilon_2/\epsilon_1$ , 传播条件(43)式可写为

$$\epsilon_1 u^2/\epsilon_2 > \mu_{xx}(\omega) > u. \quad (44)$$

下面就  $\epsilon_1 > \epsilon_2$  和  $\epsilon_1 < \epsilon_2$  两种情形分别讨论导波的频率特性.

1) 当  $\epsilon_1 > \epsilon_2$  时, 不等式  $u > \epsilon_2/\epsilon_1$  总是成立, 联立不等式(41)和(44), 可以得到非线性 TE 表面波能够传播的频率范围为

$$\omega < \sqrt{\omega_0^2 + \omega_{M2}\omega_0(1 - \epsilon_1 u^2/\epsilon_2)} \equiv \omega''', \quad (45)$$

可见在这种情形下表面磁波只有低频通带. 很明显, 低频通带的上限频率  $\omega'''$  受导波功率的制约. 调节导波功率, 使之不断增强, 上限频率  $\omega'''$  持续增加, 使得原先处于禁带中的表面波得以传播.  $\omega'''$  随导波功率的变化由图 7 所示.

2) 当  $\epsilon_1 < \epsilon_2$  时, 联立(42)式和不等式(44), 得到导波的以下频率范围:

$$\begin{aligned} \omega''' &\equiv \sqrt{\omega_0^2 + \omega_{M2}\omega_0(1 - u)} < \omega \\ &< \sqrt{\omega_0^2 + \omega_{M2}\omega_0(1 - \epsilon_1 u^2/\epsilon_2)} \\ &\equiv \omega'''''. \end{aligned} \quad (46)$$

显然, 频率通带的上限频率  $\omega'''''$  和下限频率  $\omega'''''$  都受导波功率的影响, 增加导波功率( $\chi_{NL} h_{z1}^2(0)$ ), 通

带整体上移, 使得原本处于通带  $\omega'''''$  附近的导波频率进入禁带范围, 同样处于禁带  $\omega'''''$  附近的微波由于导波功率的增强而进入通带范围从而导通. 需要提及的是, 在这种情形下, 需要导波功率足够高才能使条件  $u > \epsilon_2/\epsilon_1$  成立, 故弱导波功率情况下不存在上述频率通带.

## 5. 结 语

本文讨论了微波激发下旋磁晶体界面上非线性 TE 表面波的传播行为, 现将其频率特性归纳如下:

1. TE 表面波有两种电磁场的分布形式, 其一是磁场峰值位于晶体交界面上, 对应弱功率传输情况, 其二是磁场峰值处于反铁磁材料中对应强功率情况. 在第二种情况中, 磁场峰值位置随功率的提高而远离晶体交界面.

2. 非线性 TE 表面磁波一定存在稳定传播的频率范围  $\omega_0 < \omega < \sqrt{\omega_0^2 + \omega_{M2}\omega_0(1 + u)}$ . 不论材料的介电常量  $\epsilon_1$  和  $\epsilon_2$  如何变化, 并不对导波的频率范围产生影响, 导波功率是影响通带宽度的唯一因素.

3. 当  $\epsilon_1 < \epsilon_2$  时, 能够在该波导系统中稳定传输的微波频率处于三个区域, 其范围分别为

$$1) \quad \omega_0 < \omega < \sqrt{\omega_0^2 + \omega_{M2}\omega_0(1 + u)},$$

$$2) \quad \omega > \max\left\{\sqrt{\omega_0^2 + \omega_{M2}\omega_0},$$

$$\sqrt{\omega_0^2 + \omega_{M2}\omega_0(1 - \epsilon_1 u^2/\epsilon_2)}\right\} \quad (u < \epsilon_2/\epsilon_1),$$

$$3) \quad \sqrt{\omega_0^2 + \omega_{M2}\omega_0(1 - u)} < \omega$$

$$< \sqrt{\omega_0^2 + \omega_{M2}\omega_0(1 - \epsilon_1 u^2/\epsilon_2)} \quad (u > \epsilon_2/\epsilon_1).$$

图 6 给出导波功率较低情形下, FeF<sub>2</sub> 和 YIG 导波系统其频率通带和禁带随  $\chi_{NL} h_{z1}^2(0)$  的变化. 在弱导波功率条件下, 该系统只有两个频率通带和两个频率禁带. 由图 6 可知, 随导波功率的不断增大, 两个通带间的禁带宽度迅速增宽.

4. 当  $\epsilon_1 > \epsilon_2$  时, 频率通带分别为

$$1) \quad \omega_0 < \omega < \sqrt{\omega_0^2 + \omega_{M2}\omega_0(1 + u)},$$

$$2) \quad \omega < \sqrt{\omega_0^2 + \omega_{M2}\omega_0(1 - \epsilon_1 u^2/\epsilon_2)} \quad (u > \epsilon_2/\epsilon_1).$$

很明显, 这种情形下, 频率超过  $\sqrt{\omega_0^2 + \omega_{M2}\omega_0(1 + u)}$  的高频电磁波一定不能在该系统中传播, 只有低频电磁波才能在其中传输, 这种系统具有低通滤波器的

功能.图 7 给出这种情形下频率通带和禁带随  $\chi_{NL}$   $h_{z1}^2(0)$ 变化的数值模拟.虽然导波频率要求满足条件  $u > \epsilon_2/\epsilon_1$ ,实际上,由于  $u > 1 > \epsilon_2/\epsilon_1$ ,故在任意导波功率下,总存在两个频率通带和两个频率禁带.

铁磁晶体和反铁磁晶体界面上的非线性 TE 表面波所具有的这些独特的频率特性,为研制相关的微波器件提供了一种理论设想和依据.

- [ 1 ] Boardman A D , Twardowski T and Wright E M 1990 *Opt. Commun.* **74** 347
- [ 2 ] Boardman A D , Nikitov S A and Waby N A 1993 *Phys. Rev. B* **48** 13602
- [ 3 ] Varatharajah P , Newell A C , Moloney J V and Aceves A 1990 *Phys. Rev. A* **42** 1767
- [ 4 ] Chen Z G , Mitchell M and Segev M 1996 *Opt. Lett.* **21** 716
- [ 5 ] Wang Q , Shi J L and Bao J S 1995 *J. Appl. Phys.* **77** 5831
- [ 6 ] Boardman A D , Shabat M M and Wallis R F 1990 *Phys. Rev. B* **41** 717
- [ 7 ] Boardman A D *et al* 1994 *IEEE Trans. Magn.* **30** 14
- [ 8 ] Wang Q and Awai I 1998 *J. Appl. Phys.* **83** 382
- [ 9 ] Wang Y F , Wang Q and Bao J S 1998 *J. Appl. Phys.* **84** 6233
- [ 10 ] Wang Q , Wu Z and Wang L Q 1999 *Sci. China A* **42** 310
- [ 11 ] Wang Q , Li C F , Bao J S , Awai I and Boardman A D 1997 *Japan. J. Appl. Phys.* **36**(11) 22
- [ 12 ] Tsankov M A , Chen M and Potton C E 1994 *J. Appl. Phys.* **76** 4274
- [ 13 ] Chen M , Tsankov M A , Nash J M and Potton C E 1994 *Phys. Rev. B* **49** 12773
- [ 14 ] Boyle J W , Nikitov S A , Boardman A D , Booth J G and Booth K 1996 *Phys. Rev. B* **53** 12173
- [ 15 ] Kalinikos B A , Kovshikov N G and Slavin A N 1991 *J. Appl. Phys.* **69** 5712
- [ 16 ] Boardman A D , Nikitov S A , Xie N and Mehta H 1995 *J. Magn. Magn. Mater.* **145** 357
- [ 17 ] Boardman A D , Nikitov S A and Wang Q 1994 *IEEE Trans. Magn.* **30** 1
- [ 18 ] Almeida N S and Mills D L 1987 *Phys. Rev. B* **36** 2015
- [ 19 ] Vukovich S , Gavrilin S N and Nikitov S A 1991 *Sov. Phys. JETP* **71** 964
- [ 20 ] Tsankov M A , Chen M and Patton C E 1994 *J. Appl. Phys.* **76** 4274
- [ 21 ] Wang Q , Wu Z and Wang L Q 2000 *Acta Phys. Sin.* **49** 349 [ in Chinese ] 王 奇、吴 中、王利强 2000 物理学报 **49** 349 ]
- [ 22 ] Wu Z and Wang Q 2001 *Acta Phys. Sin.* **50** 1178 [ in Chinese ] 吴 中、王 奇 2001 物理学报 **50** 1178 ]
- [ 23 ] Newell A C and Moloney J V 1991 *Nonlinear Optics* ( New York : Addison-Wesley ) pp120—146

## Nonlinear characteristics of magnetic surface waves with microwave excitation \*

Wu Zhong Wang Qi Zhou Jiong-Mao Li Chun-Fang Shi Jie-Long

( Department of Physics , Shanghai University , Shanghai 200436 , China )

( Received 24 September 2001 ; revised manuscript received 23 November 2001 )

### Abstract

Properties of transverse-electric surface waves on a plane interface between a linear ferromagnet and a nonlinear antiferromagnet are investigated. The dispersion relation and the field distribution are obtained. The property investigation of the surface waves in this waveguide shows that there exist passbands and stopbands, which can be controlled by varying the power in the nonlinear gyromagnetic waveguide. The results provide ideas to develop devices capable of working in microwave frequency range.

**Keywords** : antiferromagnet , ferromagnet , nonlinear surface waves

**PACC** : 7540G , 7550E , 4110H

\* Project supported by the National Natural Science Foundation of China ( Grant No. 69877009 ).