

# 用多凹槽滤波器控制混沌系统\*

闵富红<sup>1)†</sup> 须文波<sup>1)</sup> 徐振源<sup>1)</sup>

<sup>1)</sup> 江南大学通信与控制工程学院, 无锡 214036)

<sup>2)</sup> 南京师范大学电气与电子工程学院, 南京 210042)

(2001 年 12 月 13 日收到, 2002 年 1 月 25 日收到修改稿)

提出了一种施加多个凹槽滤波器反馈控制混沌系统的方法, 使混沌运动转化为规则的运动. 多凹槽滤波器控制是一种具有固定参数的线性反馈控制方法, 它不影响原系统的参数, 截断了系统从倍周期分叉通向混沌的道路. 同时, 用 Melnikov 方法进行理论分析, 给出了合适的反馈控制器的参数. 将多凹槽滤波器应用于典型的混沌系统, 其仿真结果表明了该控制方法的有效性与可行性.

关键词: 混沌, 多凹槽滤波器, Melnikov 方法

PACC: 0545

## 1. 引 言

混沌是非线性系统特有的一种运动形式, 它揭示了自然界及人类社会中普遍存在的复杂性, 如有序与无序的统一, 确定性与随机性的统一. 这加深了人们对客观世界的认识. 但是由于混沌运动具有初值敏感性和长时间发展趋势的不可预见性, 混沌控制就成为混沌应用的关键环节. 自 1990 年 Ott, Grebogi 和 Yorke<sup>[1]</sup> 提出控制混沌的方法以来, 非线性动力学系统中混沌行为的控制问题已引起了广泛的重视. 目前国内外已经提出了许多不同的混沌控制方法<sup>[2-12]</sup>, 适用于各种情形下的混沌控制. 从非线性系统的类型来讲, 有些方法适用于离散非线性系统, 有些方法适用于连续非线性系统. 从控制原理上可分为反馈控制法和无反馈控制法. 前者不改变系统的响应区域, 而是通过某种反馈使混沌吸引子中的某些原不稳定的周期轨道稳定, 而无反馈方法, 使系统的运动有较大改变, 从而脱离混沌响应区域. 文献 [11] 提出了一种通过增加一个线性凹槽滤波器来反馈控制软弹簧 Duffing 振子的方法, 引导系统从混沌运动转化为期望的周期运动, 并且使用谐波平衡法粗略地给出了凹槽滤波器参数的选择范围, 因此无

法更广泛地应用于其他典型的混沌系统. 这里, 对该控制方法进行改进, 考虑使用两个凹槽滤波器串联和并联的情形来反馈控制混沌系统, 使得系统更快地稳定到周期运动或平衡态. 通过对 Duffing-Holmes 振子、Lorenz 系统和陈氏混沌系统等动力系统的仿真, 将所得到的仿真图与文献 [12] 中的仿真结果进行比较, 证实了该方法的有效性, 而且简单和实用.

## 2. 控制原理与仿真

### 2.1. 控制系统的设计

考虑定义在  $n$  维 Euclid 空间  $R^n$  中的区域  $U$  上的自治系统

$$\dot{x} = f(x) \quad x \in U, \quad (1)$$

式中  $f$  为非线性光滑向量函数. 非自治系统, 通过适当的变换, 可以转化为自治系统.

本文的控制方法是: 将多凹槽滤波器的输出负反馈加在引起自治系统出现混沌的一个关键的非线性函数  $\dot{x}_i = f_i(x)$  中, 从而达到控制混沌的目的. 多凹槽滤波器是一种线性装置, 能够对输入信号滤出特殊频率. 当非线性系统处于周期运动时, 若系统参

\* 国家自然科学基金(批准号: 10071033)资助的课题.

† 通讯地址: 南京市板仓街 78 号 18# 南京 210042.

数发生变化,系统往往会出现倍周期分叉,则系统输出有次谐波的出现,对系统施加凹槽滤波器来抑制次谐的产生,使得滤波器滤出的信号与混沌运动中的一些周期轨道产生共振.利用两个凹槽滤波器串联和并联来分别反馈控制混沌系统,控制方框图如图 1 所示. $y(t)$  为系统的输出, $u(t)$  为凹槽滤波器的输出.

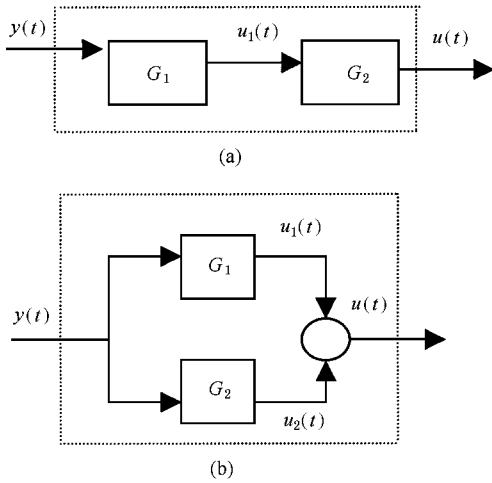


图 1 凹槽滤波器串联和并联方框图

图 1 中,  $G_1 = \frac{k_1(s^2 + \omega_{n1}^2)}{s^2 + 2\zeta_1\omega_{n1}s + \omega_{n1}^2}$ ,  
 $G_2 = \frac{k_2(s^2 + \omega_{n2}^2)}{s^2 + 2\zeta_2\omega_{n2}s + \omega_{n2}^2}$ .

凹槽滤波器串联时的状态空间的描述为

$$\begin{aligned} \ddot{z}_1 + 2\zeta_1\omega_{n1}\dot{z}_1 + \omega_{n1}^2 z_1 &= y(t), \\ u_1(t) &= -k_1\zeta_1\omega_{n1}\dot{z}_1 + k_1y(t); \\ \ddot{z}_2 + 2\zeta_2\omega_{n2}\dot{z}_2 + \omega_{n2}^2 z_2 &= u_1(t), \\ u(t) &= -k_2\zeta_2\omega_{n2}\dot{z}_2 + k_2u_1(t). \end{aligned} \quad (2)$$

凹槽滤波器并联时的状态空间的描述为

$$\begin{aligned} \ddot{z}_1 + 2\zeta_1\omega_{n1}\dot{z}_1 + \omega_{n1}^2 z_1 &= y(t), \\ u_1(t) &= -k_1\zeta_1\omega_{n1}\dot{z}_1 + k_1y(t); \\ \ddot{z}_2 + 2\zeta_2\omega_{n2}\dot{z}_2 + \omega_{n2}^2 z_2 &= y(t), \\ u_2(t) &= -k_2\zeta_2\omega_{n2}\dot{z}_2 + k_2y(t). \end{aligned} \quad (3)$$

式中  $\omega_n$  为凹槽频率,  $\zeta$  为阻尼系数,  $k$  为滤波增益. 两个凹槽滤波器串联和并联的幅频和相频波特图如图 2 所示. 显然, 相频图中的相位变化不一样, 幅频图中出现两个凹槽, 正是这种具有相位变化和频率滤波的特性, 将混沌系统滤成规则运动. 对于两个凹槽滤波器并联的波特图与两个凹槽滤波器增益的大小关系相当大, 增益不同, 波特图中幅值和相位的

大小也会不一样, 图 2(b) 中  $k_1 < k_2$ .

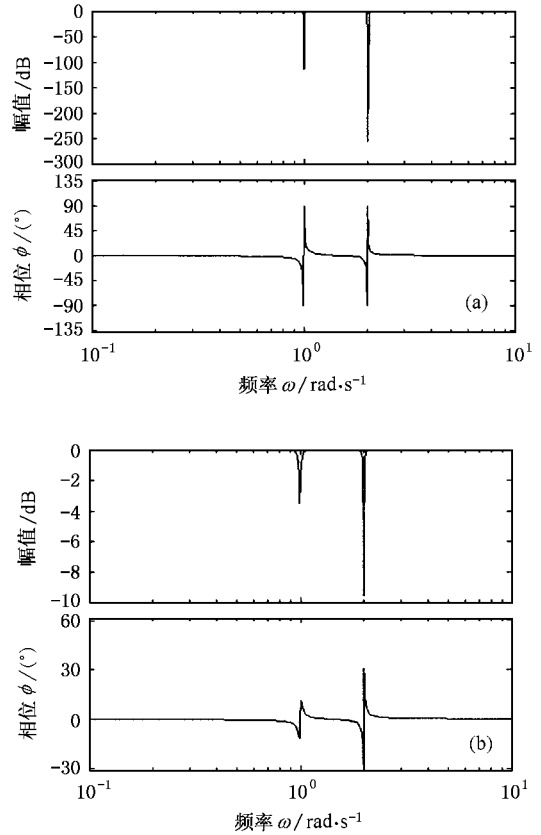


图 2 两个凹槽滤波器串联和并联的波特图

### 2.2. 实例仿真

下面用一个凹槽滤波器和两个凹槽滤波器串联、并联分别对 Duffing-Holmes 振子、Lorenz 系统和陈氏混沌系统进行反馈控制仿真, 并且比较其仿真结果. 取  $\zeta_1 = 0.01$ ,  $\zeta_2 = 0.005$ ,  $\omega_{n1} = 1$ ,  $\omega_{n2} = 2$ .

1. Duffing-Holmes 振子 Duffing-Holmes 振子为受迫非线性振子的一种特殊情况, 在外加多凹槽滤波器控制时, 状态方程表示为

$$\begin{aligned} \dot{x} &= y, \\ \dot{y} &= -\epsilon\delta y + x - x^3 + \epsilon\gamma\cos\omega t - u(t), \end{aligned} \quad (4)$$

当  $u(t) = 0$ ,  $\epsilon = 0.1$ ,  $\delta = 2.5$ ,  $\gamma = 4$ ,  $\omega = 1$  时, 系统出现混沌. 反馈控制时, 系统输出为  $x$  随着增益的变化, 得到不同的仿真结果, 如图 3 所示. 当一个凹槽滤波器反馈控制时, 图 3(b),  $k = 0.28$ ; 图 3(c),  $k = 0.89$ ; 图 3(d),  $k$  需要很大, 而且不稳定. 当两个凹槽滤波器串联反馈控制时, 图 3(b),  $k_1 = 0.5$ ,  $k_2 = 0.56$ ; 图 3(c),  $k_1 = 0.95$ ,  $k_2 = 0.98$ ; 图 3(d), 增益需要很大, 而且此时周期轨道很不稳定. 当两个凹槽滤

波器并联反馈控制时,图 3(b), $k_1 = 0.1, k_2 = 0.14$ ;图 3(c), $k_1 = 0.44, k_2 = 0.45$ ;图 3(d), $k_1 = 0.54, k_2 = 0.56$ ,此时周期轨道很稳定.可见,施加凹槽滤波器反馈控制时,都能将 Duffing-Holmes 振子控制到周期轨道上,但是,当两个凹槽滤波器并联控制时,所需的增益最小,控制效果最好.

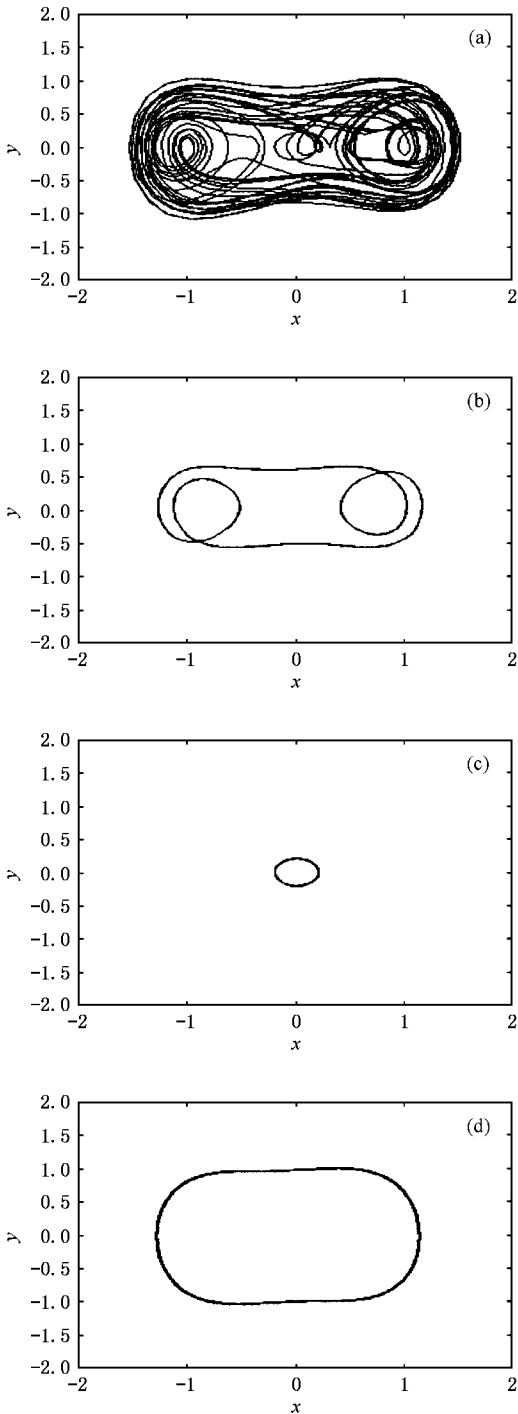


图 3 Duffing-Holmes 的混沌轨迹与系统的仿真图

2. Lorenz 系统 Lorenz 系统是数值试验中最早发现的呈现混沌运动的耗散系统,其状态方程为

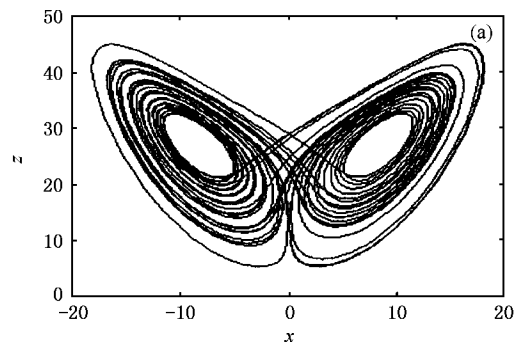
$$\begin{aligned} \dot{x} &= \delta(y - x), \\ \dot{y} &= \mu x - xz - y, \\ \dot{z} &= -bz + xy, \end{aligned} \quad (5)$$

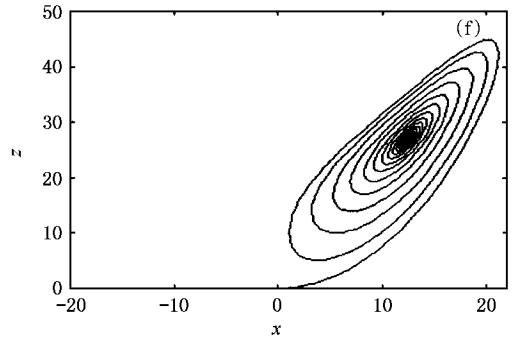
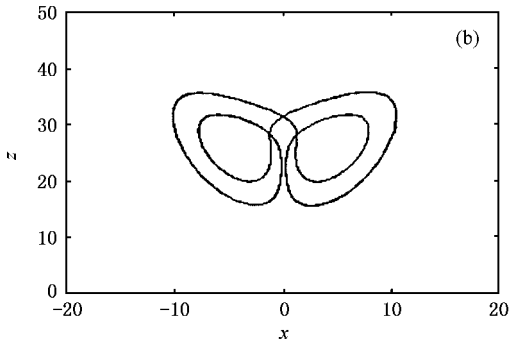
当  $\delta = 10, \mu = 28, b = 8/3$  时,系统出现混沌.凹槽滤波器反馈控制时, $-u(t)$ 加在系统(5)式的第三式等号右端,输出为  $z$ ,仿真图如图 4 所示.当一个凹槽滤波器反馈控制时,图 4(b), $k = 2$ ;图 4(c), $k = 2.24$ ;图 4(d), $k = 2.52$ .当两个凹槽滤波器串联反馈控制时,图 4(e), $k_1 = 1, k_2 = 1.2$ ;图 4(f), $k_1 = 1.8, k_2 = 1.6$ .当两个凹槽滤波器并联反馈控制时,图 4(b), $k_1 = 1, k_2 = 1$ ;图 4(c), $k_1 = 1, k_2 = 1.2$ ;图 4(d), $k_1 = 1.3, k_2 = 1.25$ .可见,施加凹槽滤波器反馈控制时,一个滤波器和两个滤波器并联时都能将 Lorenz 系统控制到周期轨道上,但是,并联控制时,增益相对小一些,控制效果好.然而,当两个凹槽滤波器串联反馈控制时,快速的将 Lorenz 系统控制到平衡点.

3. 陈氏混沌系统 陈氏混沌系统与 Lorenz 系统尽管在形式上相似,但两者并不拓扑等价,有本质区别.陈氏混沌系统的数学模型如下:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= a(y - x), \\ \dot{y} &= (c - a)x - xz - cy, \\ \dot{z} &= -bz + xy, \end{aligned} \quad (6)$$

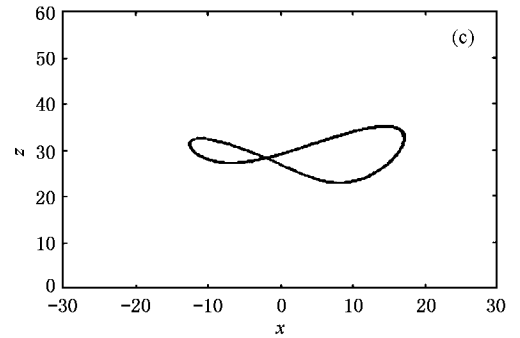
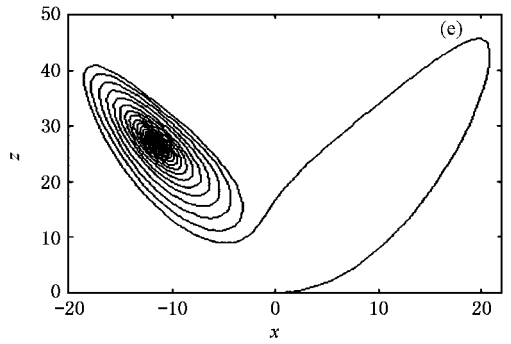
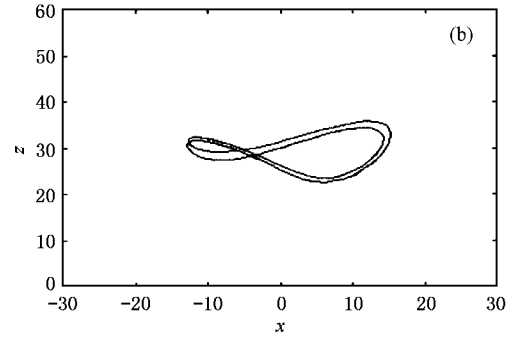
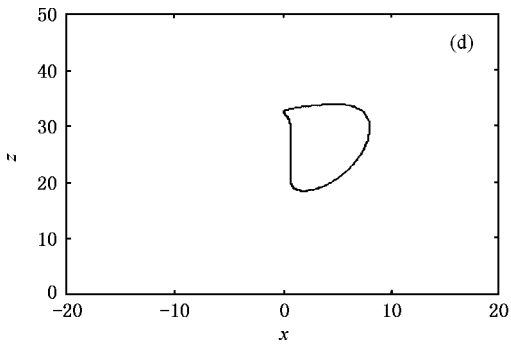
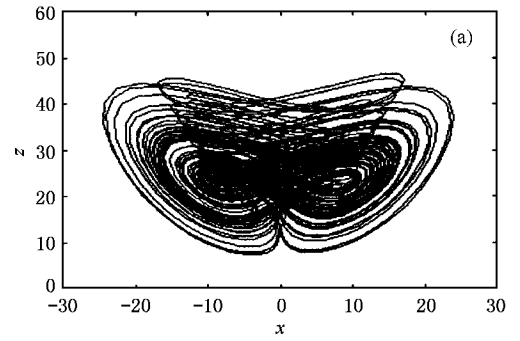
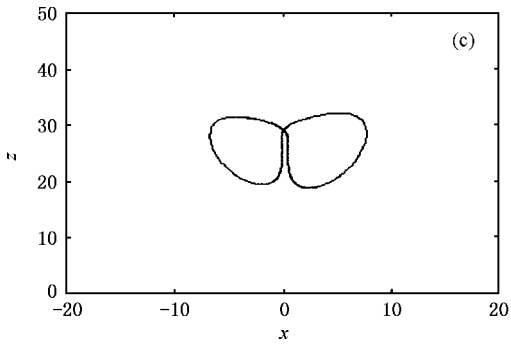
式中参数值  $a = 35, b = 3, c = 28$  时,系统出现混沌.系统输出为  $z, -u(t)$ 加在系统(6)式的第三式等号右端,仿真图如图 5 所示.当两个凹槽滤波器串联反馈时,快速的将陈氏混沌系统稳定到周期轨道,图 5(b), $k_1 = 0.7, k_2 = 0.9$ ;图 5(c), $k_1 = 1.1, k_2 = 0.9$ .但是,一个滤波器和两个滤波器并联反馈都不能够控制该系统.





平衡点(11,11,27)

图4 Lorenz 系统的混沌轨迹与仿真图



平衡点(-11,-11,27)

图5 陈氏混沌系统的混沌轨迹与仿真图

### 3. 理论分析

这里以两个凹槽滤波器并联反馈控制 Duffing-Holmes 振子为例,基于 Melnikov 方法来判定系统的二维庞加莱映射具有斯梅尔马蹄变换意义下的混沌,从而给出合适的反馈控制器的参数来控制混沌.

考虑系统(4)式,当未加反馈控制,且  $\epsilon = 0$  时,其一哈密顿系统,同宿轨道为

$$\begin{aligned} x_1^0(t) &= \sqrt{2} \operatorname{sech} t, \\ x_2^0(t) &= -\sqrt{2} \operatorname{sech} t \tanh t. \end{aligned} \tag{7}$$

周期轨道为

$$\begin{aligned} x_1^k(t) &= \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2-k^2}} \operatorname{dn}\left(\frac{t}{\sqrt{2-k^2}}, k\right), \\ x_2^k(t) &= \frac{-\sqrt{2}k^2}{2-K^2} \operatorname{sn}\left(\frac{t}{\sqrt{2-k^2}}, k\right) \\ &\quad \times \operatorname{cn}\left(\frac{t}{\sqrt{2-k^2}}, k\right), \end{aligned} \tag{8}$$

周期为  $2K\sqrt{2-k^2} = \frac{m}{n}T = \frac{2\pi m}{\omega n}$ .

计算系统同宿轨道的 Melnikov 函数如下:

$$\begin{aligned} M_1(t_0) &= \int_{-\infty}^{+\infty} x_2^0(t) [\mathbb{I} - \delta x_2^0(t) + \gamma \cos \omega(t+t_0)] dt \\ &= -\frac{4}{3} \delta + \sqrt{2} \gamma \frac{\pi \omega}{\cosh(\pi \omega / 2)} \sin \omega t_0. \end{aligned}$$

当参数满足

$$\frac{\gamma}{\delta} > \frac{2\sqrt{2}}{3\pi\omega} \cosh(\pi\omega/2),$$

Melnikov 函数具有不依赖于  $\epsilon$  的简单零点,则系统(4)式具有 Smale 意义下的混沌.

当施加两个凹槽滤波器并联反馈控制系统(4)式时,系统的混沌运动被破坏,此时系统同宿轨道的 Melnikov 函数为

$$\begin{aligned} M_{\Sigma}(t_0) &= M_1(t_0) + \int_{-\infty}^{+\infty} x_2^k(t) [\mathbb{I} - k_1 x_1^k(t) \\ &\quad + 2\zeta_1 \omega_{n1} k_1 \dot{z}_1(t) - k_2 x_2^k(t) + 2\zeta_2 \omega_{n2} k_2 \dot{z}_2(t)] dt \\ &= M_1(t_0) + \int_{-\infty}^{+\infty} 2\zeta_1 \omega_{n1} k_1 x_2^k(t) dz_1(t) \\ &\quad + \int_{-\infty}^{+\infty} 2\zeta_2 \omega_{n2} k_2 x_2^k(t) dz_2(t). \end{aligned}$$

用 Mathematic 软件计算出  $\int_{-\infty}^{+\infty} x_2^0(t) dz_1(t)$  的值为  $-1.251$ ,  $\int_{-\infty}^{+\infty} x_2^0(t) dz_2(t)$  的值为  $-1.392$ . 可见,系统的混沌运动受到破坏,导致了规则运动.

计算系统周期轨道的 Melnikov 函数为

$$\begin{aligned} M^k(t_0) &= \int_0^{mT} x_2^k(t) [\mathbb{I} - \delta x_2^k + \gamma \cos \omega(t+t_0) \\ &\quad - k_1 x_1^k(t) + 2\zeta_1 \omega_{n1} \dot{z}_1(t) \\ &\quad - k_2 x_2^k(t) + 2\zeta_2 \omega_{n2} \dot{z}_2(t)] dt \\ &= -\delta J_1(m, n) - \gamma J_2(m, n, \omega) \sin \omega t_0 \\ &\quad - 2\zeta_1 \omega_{n1} R_1 K_1 J_2(m, n, \rho) \sin \rho t_0 \\ &\quad - 2\zeta_2 \omega_{n2} R_2 k_2 J_2(m, n, \Omega) \sin \Omega t_0, \end{aligned}$$

式中

$$J_1(m, n) = \frac{2[2(2-k^2)E(k) - 4k'^2K(k)]}{(2-k^2)^{3/2}},$$

$$J_2(m, n, \omega) = \begin{cases} 0 & n \neq 1, \\ \sqrt{2}\pi\omega \operatorname{sech} \frac{\pi m K(k)}{K(k)} & n = 1, \end{cases}$$

$R_i = C/2\zeta_i\omega_{ni}$ ,  $i = 1, 2$ ;  $C$  和  $\rho, \Omega$  分别为系统输出是周期信号时的幅值和角频率;  $K(k), E(k)$  分别为第一、二类椭圆函数.

设  $n = 1$ , 当满足

$$\frac{\gamma}{\delta} > \frac{J_1(m, n)}{J_2(m, n, \omega)},$$

$$\frac{2\zeta_1 \omega_{n1} R_1 k_1}{\delta} > \frac{J_1(m, n)}{J_2(m, n, \rho)},$$

$$\frac{2\zeta_2 \omega_{n2} R_2 k_2}{\delta} > \frac{J_1(m, n)}{J_2(m, n, \Omega)}$$

时,选择合适的参数,使得  $M^k(t_0) = 0$ , 从而系统存在周期解. 对于其他情形用同样的方法可从理论上得到解释.

### 4. 结 论

本文提出了增加两个线性凹槽滤波器串联和并联分别反馈控制混沌系统的方法,利用了凹槽滤波器的频率滤波特性以及相位锁定的性质,没有改变原系统处于混沌运动时的参数,而且有效地控制了典型的混沌系统,比使用单个凹槽滤波器控制效果好,控制范围宽,对于不同的很小的参数,既可以使系统长期稳定在不同的周期轨道上,也可以稳定在任意一点上,使用两个凹槽滤波器串联控制 Lorenz 系统和陈氏混沌系统时,取得了令人意想不到的效果,是单个凹槽滤波器所取代不了的. 通过大量的控制仿真表明,两个滤波器的增益都不宜太大,而且选择合适的阻尼系数和角频率相当重要. 本文的控制方法简单而实用,且控制代价小,在物理上、工程上易于实现,有良好的潜在应用前景.

- [ 1 ] Ott E ,Grebogi C and York J A 1990 *Phys. Rev. Lett.* **64** 1996
- [ 2 ] Hu G 2000 *Chaos Control* ( Shanghai :Shanghai Science and Technology Edition Publishing House )p1( in Chinese ) 胡 岗 2000 混沌控制(上海 :上海科技出版社 )第 1 页 ]
- [ 3 ] Luo X S *et al* 1999 *Acta Phys. Sin.* **48** 2196( in Chinese ) 罗晓曙等 1999 物理学报 **48** 2196 ]
- [ 4 ] Luo X S *et al* 2000 *Acta Phys. Sin.* **49** 849( in Chinese ) 罗晓曙等 2000 物理学报 **49** 849 ]
- [ 5 ] Guan X P *et al* 2001 *Acta Phys. Sin.* **50** 2109( in Chinese ) 关新平等 2001 物理学报 **50** 2109 ]
- [ 6 ] Li Z *et al* 2001 *Chin. Phys.* **10** 494
- [ 7 ] Liao X S *et al* 2000 *Acta Phys. Sin.* **49** 33( in Chinese ) 罗晓曙等 2000 物理学报 **49** 33 ]
- [ 8 ] Guan X P *et al* 2001 *Acta Phys. Sin.* **50** 26( in Chinese ) 关新平等 2001 物理学报 **50** 26 ]
- [ 9 ] Li L X *et al* 2001 *Chin. Phys.* **10** 796
- [ 10 ] Luo X S *et al* 2001 *Chin. Phys.* **10** 17
- [ 11 ] K. Judd *et al* 1997 *Control and Chaos* ( Boston : Birkhäuser )p142
- [ 12 ] Cai C H *et al* 2001 *Acta Phys. Sin.* **50** 1846( in Chinese ) 蔡朝洪等 2001 物理学报 **50** 1846 ]

## Controlling chaos based on the multiple notch filter<sup>\*</sup>

Min Fu-Hong<sup>1,2)</sup> Xu Wen-Bo<sup>1)</sup> Xu Zhen-Yuan<sup>1)</sup>

<sup>1)</sup>( School of Communication and Control Engineering ,Southern Yangtze University ,Wuxi 214036 ,China )

<sup>2)</sup>( College of Electronic and Engineering ,Nanjing Normal University ,Nanjing 210042 ,China )

( Received 13 December 2001 ; revised manuscript received 25 January 2002 )

### Abstract

A method of controlling chaos based on the multiple notch filter was developed to direct chaotic motion towards regular motion . The multiple notch filter controller used an active negative feed-back with fixed controller parameters without affecting the original system parameters . The use of a notch filter in the feedback is to disturb the balance of power at the lower end of the participating frequencies in the power spectrum . This results in a truncation of the period doubling route to chaos . Moreover , Melnikov 's method is used to explain the control mechanism . The procedures are tested on a typical chaotic system with the multiple notch filter negative feedback to achieve the desired motion .

**Keywords :** chaos , multiple notch filter , Melnikov 's method

**PACC :** 0545

<sup>\*</sup> Project supported by the National Natural Science Foundation of China( Grant No. 10071033 ).