

超导体/铁磁体-绝缘层-超导体隧道结的 直流 Josephson 效应

李晓薇

(淮阴师范学院物理系 淮安 223001)

(2001 年 12 月 3 日收到 2002 年 2 月 4 日收到修改稿)

在超导体/铁磁体-绝缘层-超导体结(S/F-I-S)中,运用 Bogoliubov-de Gennes(BdG)方程和 Furusaki-Tsukada(FT)电流公式,计算铁磁超导共存态的自洽方程和 S/F-I-S 结中的直流 Josephson 电流.研究表明,铁磁超导态的磁交换能 h 对准粒子的 Andreev 反射有抑制作用,使得 S/F-I-S 结中的直流 Josephson 电流随铁磁超导共存态的磁交换能 h 增大而减弱.

关键词: S/F-I-S 结, 铁磁超导态, 直流 Josephson 电流

PACC: 7450V, 7475

1. 引 言

近年来,人们对铁磁体/超导体隧道结(F/S)和超导体/铁磁体/超导体 Josephson 结(S/F/S)的研究产生了极大的兴趣.由于铁磁体中自旋方向不同的准粒子具有不同的势能,因而 F/S 结和 S/F/S 结的特性都受到铁磁体的磁交换能的影响^[1-16].理论和实验的研究均表明,铁磁体的磁交换能抑制结中准粒子的 Andreev 反射^[17,18].近期,超导和铁磁态共存现象又引起人们的关注^[19-21].早在二十世纪 60 年代, Fulde 和 Ferrel^[22]及 Larkin 和 Ovchinnikov^[23](FFLO)就预言有铁磁超导共存态存在.传统的超导态中的 Cooper 电子对是由两个动量大小相等方向相反、自旋方向相反($k \uparrow, -k \downarrow$)电子构成,而铁磁超导共存态即“FFLO”态中由于磁交换能的存在使得电子对有质心动量 $Q = 2h/hv_F$,其中 h 为磁交换能, v_F 为电子的 Fermi 速度.“FFLO”态($k + Q/2 \uparrow, -k + Q/2 \downarrow$)是在磁交换能 h 小于 $\frac{\sqrt{2}}{2}\Delta_0$ (Δ_0 为超导体中不存在铁磁态时 $T = 0$ 时的能隙)时存在 $\frac{\sqrt{2}}{2}\Delta_0$ 是 Clogston 临界值^[24],磁交换能 h 大于 $\frac{\sqrt{2}}{2}\Delta_0$ 时,超导态消失,仅存铁磁态.本文将研究超导体/铁磁体-绝缘层-超导体结(S/F-I-S)的直流 Josephson 效应.首先通过求解 Bogoliubov-de Gennes(BdG)方程,得到铁磁

超导共存态的自洽方程以及结中准粒子的输运系数,再利用 Furusaki 和 Tsukada(FT)的电流公式,计算 S/F-I-S 结的直流 Josephson 电流,并给出数值计算结果.

2. 铁磁超导态中 BdG 方程的求解和自洽方程

超导体/铁磁体-绝缘层-超导体 Josephson 结的结构图如图 1 所示,为了计算方便,我们设 S/F-I-S 结是沿 x 轴方向的, $x > 0$ 处为 S 波超导体, $x < 0$ 处是铁磁超导混合态(FS), $x = 0$ 为绝缘层.铁磁超导态是由厚度为 d_f 的铁磁层和厚度为 d_s 的 S 波超导体构成如图 1,这里的 d_f, d_s 分别小于铁磁体和超导体的相干长度 ξ_f, ξ_s .在铁磁超导态中超导态和铁磁态共存,铁磁超导态的超导能隙的有效值 Δ_{eff} 和磁交换能的有效值 h_{eff} 分别小于超导态的能隙 Δ 和铁磁态的磁交换能 h ,由文献[25]我们得到

$$\Delta_{\text{eff}}/\Delta = u_s d_s (u_s d_s + u_f d_f)^{-1}, \quad (1)$$

$$h_{\text{eff}}/h = u_f d_f (u_s d_s + u_f d_f)^{-1}, \quad (2)$$

式中 u_s 和 u_f 分别为超导体和铁磁体的态密度.这里,我们假设 FS 共存态中磁交换能为零时超导能隙与右边 S 波超导能隙相等均为 $\Delta(T, 0)$,超导态的临界温度均为 T_c .当不考虑准粒子的自旋反转效应时,对于自旋向上的电子、自旋向下的空穴波函数($u \uparrow, v \downarrow$),可通过求解下面的 BdG 方程^[11]得到,

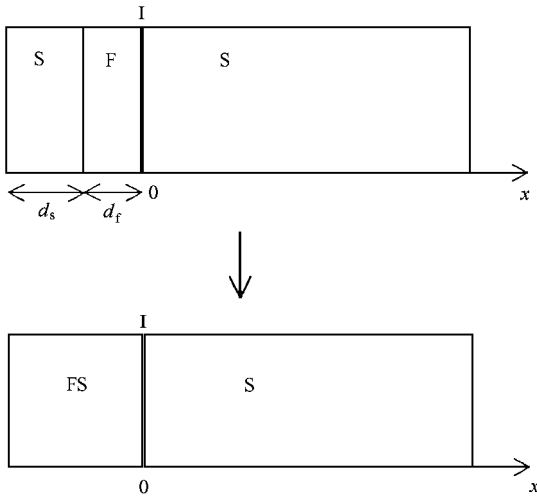


图 1 S/F-I-S 结示意图

$$\begin{pmatrix} H_0 - \eta_\sigma h_1(x), \Delta(T, h) \\ \Delta^*(T, h), -H_0 - \eta_\sigma h_1(x) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_\sigma \\ v_{\bar{\sigma}} \end{pmatrix} = E \begin{pmatrix} u_\sigma \\ v_{\bar{\sigma}} \end{pmatrix}, \quad (3)$$

式中 E 为相对于费密能的激发能, $H_0 = P^2/2m + U(x) - E_F$ 为单粒子的哈密顿量, $U(x) = V\delta(x)$ 为散射势, V 为散射势垒的高度, $h_1(x)$ 为 FS 中磁交换能的有效值, 其表达式为 $h_1(x) = h\Theta(-x)$, $\Theta(x)$ 为阶跃函数, $\Delta(T, h)$ 为 FS 中超导能隙的有效值(在(3)式中及以后均忽略 $h_{\text{eff}}, \Delta_{\text{eff}}$ 中的“eff”下标), $\eta_\sigma = 1$ 对应于 $\sigma = \uparrow$ 和 $\eta_\sigma = -1$ 对应于 $\sigma = \downarrow$, $\bar{\sigma}$ 代表准粒子的自旋方向与 σ 相反.

由(3)式, 我们可以求得 FS 共存态中超导相干因子为

$$\begin{aligned} u_\sigma^2 &= (1/2) \{ 1 + \sqrt{1 - [\Delta(T, h)(E + \eta_\sigma h)]} \}, \\ v_{\bar{\sigma}}^2 &= (1/2) \{ 1 - \sqrt{1 - [\Delta(T, h)(E + \eta_\sigma h)]} \}, \end{aligned} \quad (4)$$

准粒子的传播因子为

$$\begin{aligned} k_\sigma^e &= \sqrt{2m/\hbar^2 [E_F + \sqrt{(E + \eta_\sigma h)^2 - \Delta^2(T, h)}]}, \\ k_{\bar{\sigma}}^h &= \sqrt{2m/\hbar^2 [E_F - \sqrt{(E + \eta_\sigma h)^2 - \Delta^2(T, h)}]}. \end{aligned} \quad (5)$$

在铁磁超导态中, 能隙有效值 $\Delta(T, h)$ 可由下面自洽方程决定^[6]

$$\Delta = V_0 \langle \psi_\uparrow \psi_\downarrow \rangle, \quad (6)$$

式中 V_0 为电子间的有效吸引势.

$$\psi_\sigma = \sum_k (\gamma_{k\sigma} u_{k\sigma} - \gamma_{\bar{k}\sigma}^+ v_{\bar{k}\sigma}^*), \quad (7)$$

式中 $\gamma_{k\sigma}$ 是 Bogoliubov 转换算子. 由(4)(6)式和 $\gamma_{k\sigma}$ 的性质, 我们可以得到

$$1 = \frac{V_0}{2} \sum_k \left(\frac{1 - f_{k\uparrow}}{\sqrt{\epsilon_{k\uparrow}^2 + \Delta^2(T, h)}} - \frac{f_{k\downarrow}}{\sqrt{\epsilon_{k\downarrow}^2 + \Delta^2(T, h)}} \right), \quad (8)$$

式中 $\epsilon_{k\sigma}^2 = (\frac{\hbar k_\sigma^2}{2m} - E_F)^2$, $\beta = 1/k_B T$,

$$f_{k\sigma} = \frac{1}{\exp\{\sqrt{\epsilon_{k\sigma}^2 + \Delta^2(T, h)} - \eta_\sigma h\} \beta + 1}. \quad (9)$$

由(8)和(9)式, 我们得到

$$\begin{aligned} &\ln\left(\frac{\Delta_0}{\Delta(T, h)}\right) \\ &= \int_0^{\hbar\omega_D} \frac{d\epsilon_k}{\sqrt{\epsilon_k^2 + \Delta^2(T, h)}} \left\{ \frac{1}{\exp\{\sqrt{\epsilon_k^2 + \Delta^2(T, h)} - h\} \beta + 1} \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{\exp\{\sqrt{\epsilon_k^2 + \Delta^2(T, h)} + h\} \beta + 1} \right\}, \end{aligned} \quad (10)$$

式中 Δ_0 是不存在磁交换能 h 情形下, $T = 0$ 时的 BCS 能隙, ω_D 为德拜频率, $h = 0$ 时(10)式就为 BCS 能隙方程.

当 $T \rightarrow 0$ 时, 由(10)式, 我们得到

$$\Delta(0, h) = \begin{cases} \Delta_0 & h < \Delta_0; \\ 0 & h > \Delta_0. \end{cases} \quad (11)$$

这个结论与文献[25]中的结论是一致的.

3. S/F-I-S 结中直流电流的计算

由 BdG 方程, 我们可得出在 S/F-I-S 结中电子型准粒子从左向右运动的波函数为

$$\begin{aligned} \psi_{L\sigma} &= e^{ik_\sigma^e \cdot x} \begin{pmatrix} u_\sigma e^{i\phi_L/2} \\ v_{\bar{\sigma}} e^{-i\phi_L/2} \end{pmatrix} + a_{1\bar{\sigma}} e^{ik_\sigma^e \cdot x} \begin{pmatrix} v_{\bar{\sigma}} e^{i\phi_L/2} \\ u_\sigma e^{-i\phi_L/2} \end{pmatrix} \\ &\quad + b_{1\sigma} \cdot e^{-ik_{\bar{\sigma}}^h \cdot x} \begin{pmatrix} u_\sigma e^{i\phi_L/2} \\ v_{\bar{\sigma}} e^{-i\phi_L/2} \end{pmatrix} \quad x < 0; \\ \psi_{R\sigma} &= c_{1\sigma} e^{ik_R^e \cdot x} \begin{pmatrix} u_R e^{i\phi_R/2} \\ v_R e^{-i\phi_R/2} \end{pmatrix} \\ &\quad + d_{1\bar{\sigma}} e^{-ik_R^h \cdot x} \begin{pmatrix} v_R e^{i\phi_R/2} \\ u_R e^{-i\phi_R/2} \end{pmatrix} \quad x > 0, \end{aligned} \quad (12)$$

式中 ϕ_L, ϕ_R 分别为左、右两边超导体的相位; $a_{1\bar{\sigma}}, b_{1\sigma}$ 分别为入射电子在结界面的 Andreev^[27] 反射波幅、电子的反射波幅; $c_{1\sigma}, d_{1\sigma}$ 分别为电子和空穴的穿透波幅.(12)式等是右边 S 波超导体中准粒子的传播因子为

$$k_R^{(\pm h)} = \frac{2m_F}{\hbar^2} [E_F \pm \sqrt{E^2 - \Delta^2(T, h)}], \quad (13)$$

超导相干因子为

$$u_R^2 = \frac{1}{2} \{1 + \sqrt{[E^2 - \Delta^2(0, T)]/E^2}\},$$

$$v_R^2 = \frac{1}{2} \{1 - \sqrt{[E^2 - \Delta^2(0, T)]/E^2}\}, \quad (14)$$

式中 $\Delta(0, T)$ 随温度的变化服从 BCS 理论的变化关系^[28] :

$$\Delta(0, T) = \Delta_0 \tanh(1.76 \sqrt{T_c/T - 1}), T_c \text{ 为 S 波超导体的临界温度.}$$

利用边界条件^[29]

$$\psi_{R\sigma} \Big|_{x=0^+} = \psi_{L\sigma} \Big|_{x=0^-},$$

$$\frac{d\psi_{R\sigma}}{dx} \Big|_{x=0^+} - \frac{d\psi_{L\sigma}}{dx} \Big|_{x=0^-} = \frac{2mv}{\hbar^2} \psi_{R\sigma} \Big|_{x=0^+}, \quad (15)$$

我们可以得到

$$a_{1\sigma} = \frac{\mathcal{A} - u_{L\sigma}v_{L\sigma} + u_Rv_R \cos\phi - iu_Rv_R(u_{L\sigma}^2 - v_{L\sigma}^2)\sin\phi}{1 - u_{L\sigma}v_{L\sigma}u_Rv_R 4\cos\phi + (1 + Z)\mathcal{X}(u_R^2 - v_R^2)\mathcal{Y}(u_{L\sigma}^2 - v_{L\sigma}^2)}, \quad (16)$$

式中 $Z = \mathcal{X}(mv/\hbar^2 k_F)$ 为与结界面势垒散射强度有关的量, $\phi = \phi_R - \phi_L$ 为结两侧超导态的相位差. 在上面的计算中已作近似: 取 $k_R^{(\pm h)} = k_F$, $k_{L\sigma}^{(\pm h)} = k_F$, 由于 $h \ll k_F$, 以上近似对结果影响是很小的.

根据 FT 电流公式, 得到推广的 S/F-I-S 结的直流 Josephson 电流为^[5, 30]

$$I = \frac{e \Delta(T, h) k_B T}{2\hbar} \text{Re} \sum_{w_n} \sum_{\sigma} \left[\frac{a_{1\sigma}(\phi, iw_n) - a_{1\sigma}(-\phi, iw_n)}{\Omega_{n\sigma}} \right], \quad (17)$$

式中 $a_{1\sigma}(\phi, iw_n)$ 是把 (16) 式中 u, v 所含的自变量 E 替换为 iw_n 而得到的, $w_n = (2n + 1)\pi k_B T$ 为松原频率,

$\Omega_{n\sigma}(\pm) = \sqrt{(w_n \mp ih)^2 + \Delta^2(T, h)}$, 把 (16) 式代入 (17) 式, 得到

$$R_N \cdot I = \frac{\pi(2 + Z)k_B T \cdot \Delta(T, h)\Delta(T, 0)\sin\phi}{2e}$$

$$\times \text{Re} \sum_{w_n} \left\{ \frac{1}{w_n^2 - iw_n h + \Delta(T, h)\mathcal{X}(T, 0)\cos\phi + (1 + Z)\sqrt{[w_n^2 + \Delta^2(T, 0)][(w_n - ih)^2 + \Delta^2(T, h)]}} \right.$$

$$\left. + \frac{1}{w_n^2 + iw_n h + \Delta(T, h)\mathcal{X}(T, 0)\cos\phi + (1 + Z)\sqrt{[w_n^2 + \Delta^2(0, T)][(w_n + ih)^2 + \Delta^2(T, h)]}} \right\}, \quad (18)$$

式中 $R_N = \frac{\pi\hbar(2 + Z)}{2e^2}$ 为结在正常态时的电阻.

当磁交换能 $h \rightarrow 0$ 时 (18) 式得到

$$R_N \cdot I = \frac{\pi(2 + Z)k_B T \cdot \Delta^2(T, 0)\sin\phi}{e} \sum_{w_n} \frac{1}{w_n^2 + \Delta^2(0, T)\cos\phi + (1 + Z)[w_n^2 + \Delta^2(0, T)]}, \quad (19)$$

与文献 30 结果一致. 由 (10) 和 (18) 式, 可作出选取不同参量时, 直流 Josephson 电流 I 随磁交换能 h 、温度 T 、相位差 ϕ 的变化曲线. 首先作出取 $Z = 1$ 和 4 时直流 Josephson 电流的临界值 ($\phi = \pi/2$) 在不同的温度下随磁交换能 h 的变化关系. 如图 2 所示, 可以看出直流 Josephson 电流随磁交换能 h_{ex} 的增强而减弱, 表明磁交换能对准粒子的 Andreev 反射有抑制作用. 从图 2 中可以看出, 随着温度的升高, 铁磁

超导共存态的临界磁交换能在减小是小于 clogston 的临界值 (例如 $T = 0.3T_c$ 时, h 的临界值在 $0.62\Delta_0$ 左右), 当磁交换能大于其临界值时, 超导态消失, Josephson 电流随之消失. 另外, 结界面势垒散对 Andreev 反射也有抑制作用, 随 Z 的增大, Josephson 电流有所减小. 在图 3 中, 取 $Z = 1$ 和 4, 作出直流 Josephson 电流的临界值 ($\phi = \pi/2$) 取不同的 h 值随温度 T 的变化曲线. 由于在铁磁超导共存态中, 随着磁

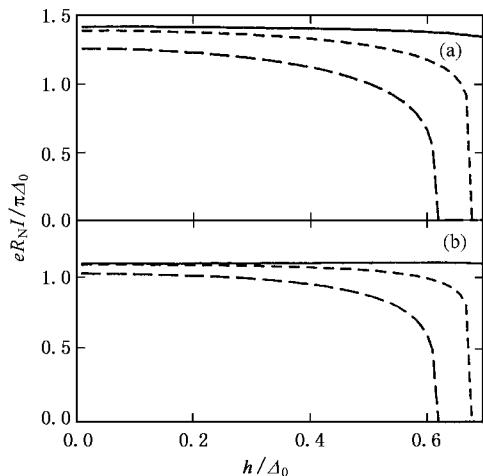


图2 直流 Josephson 电流 I 随磁交换能 h 的变化曲线 取 $\phi = \pi/2$, (a) 为 $Z = 1$ (b) 为 $Z = 4$; 实线为 $T = 0.1T_c$; 点线为 $T = 0.2T_c$; 虚线为 $T = 0.3T_c$.

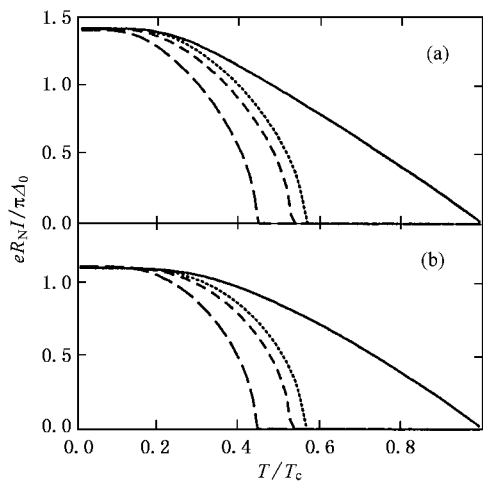


图3 直流 Josephson 电流 I 随温度 T 的变化曲线 取 $\phi = \pi/2$ (a) 为 $Z = 1$ (b) 为 $Z = 4$; 实线 $h = 0$; 点线为 $h = 0.1\Delta_0$; 虚线为 $h = 0.3\Delta_0$; 长虚线为 $h = 0.5\Delta_0$.

交换能 h 的增强, 超导性被抑制, 超导态的临界温度降低, 从图 3 中可以看出, Josephson 电流降到零所对应的温度(对应于超导态的临界温度)随磁交换能 h 的增大而降低. 在图 4 中, 作出直流 Josephson 电流取不同 T, h, Z 时随相位差 ϕ 的变化关系, 由于铁磁超导共存态中, 磁交换能 h 较费密能 E_F 小得多, 因而随着磁交换能 h 的增强, S/F-I-S 结没有发生从 0 结态向 π 结态的转变.

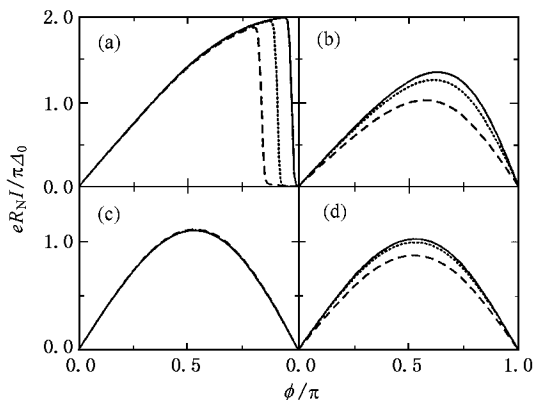


图4 直流 Josephson 电流 I 随相位差 ϕ 的变化曲线 (a) 为 $Z = 1, T = 0.1T_c$ (b) 为 $Z = 1, T = 0.3T_c$ (c) 为 $Z = 4, T = 0.1T_c$ (d) 为 $Z = 4, T = 0.3T_c$; 实线为 $h = 0.1\Delta_0$; 点线为 $h = 0.3\Delta_0$; 虚线为 $h = 0.5\Delta_0$.

4. 结 语

本文运用 BdG 方程, 求得铁磁超导态的自洽方程并通过 FT 方程, 计算了超导体/铁磁体-绝缘层-超导体结的直流 Josephson 电流, 讨论了铁磁超导态中磁交换能对直流 Josephson 电流的抑制作用. 如在本文中能进一步考虑准粒子的自旋反转效应等, 那么所得的结果将更加完善, 我们将在以后的工作中作进一步的讨论.

衷心感谢南京大学物理系邢定钰教授的悉心指导.

- [1] Buzdin A I *et al* 1982 *JETP Lett.* **35** 178
- [2] Bulaevskii L N *et al* 1982 *Solid State Commun.* **44** 539
- [3] Buzdin A I *et al* 1990 *JETP Lett.* **52** 487
- [4] Kuplevakskii S V and Falko I I 1990 *JETP Lett.* **52** 340
- [5] Tanaka Y and Kashiwaya S 1997 *Physica C* **274** 357
- [6] Demler E A *et al* 1997 *Phys. Rev. B* **55** 15174
- [7] Tanaka Y and Kashiwaya S 1999 *J. Phys. Soc. Jpn.* **68** 3485
- [8] Kadigrobov A *et al* 1999 *Phys. Rev. B* **60** 14593
- [9] Tanaka Y and Kashiwaya S 2000 *J. Phys. Soc. Jpn.* **69** 1152
- [10] Bourgeois O *et al* 2000 *Phys. Rev. B* **63** 064517
- [11] de Jong M J M and Beenakker C W J 1995 *Phys. Rev. Lett.* **74** 1657
- [12] Zutic I and Valls O T 1999 *Phys. Rev. B* **60** 6320
- [13] Kashiwaya S *et al* 1999 *Phys. Rev. B* **60** 3572
- [14] Zhu J X , Friedman B and Ting C S 1999 *Phys. Rev. B* **59** 9558
- [15] Dong Z C *et al* 2000 *Acta Phys. Sin.* **49** 2276 (in Chinese) 董正超等 2000 物理学报 **49** 2276]
- [16] Dong Z C 2001 *Acta Phys. Sin.* **50** 1779 (in Chinese) 董正超 2001 物理学报 **50** 1779]
- [17] Soulen R *et al* 1998 *Science* **282** 85
- [18] Upadhyay S *et al* 1998 *Phys. Rev. Lett.* **81** 3247
- [19] Yang K and Agterberg D F 2000 *Phys. Rev. Lett.* **84** 4970
- [20] Konotos T , Aprili M , Lesueur J and Grison X 2001 *Phys. Rev. Lett.* **86** 304
- [21] Ryazanov V V *et al* 2001 *Phys. Rev. Lett.* **86** 2427
- [22] Fulde P and Ferrel A 1964 *Phys. Rev.* **135** A550
- [23] Larkin A and Ovchinnikov Y 1965 *Sov. Phys. JETP* **20** 762
- [24] Clogston M A 1962 *Phys. Rev. Lett.* **9** 266
- [25] Bergeret F S *et al* 2001 *Phys. Rev. Lett.* **86** 3140
- [26] de Gennes P G 1966 *Superconductivity of Metals and Alloys* (New York :Benjamin)
- [27] Andreev A F 1964 *Zh. Eksp. Tero. Fiz.* **46** 1823 [1964 *Sov. Phys. JETP* **19** 1228]
- [28] Nie Y M and Coffey L 1999 *Phys. Rev. B* **59** 11982
- [29] Blonder G E , Tinkham M , Klapwijk T M 1982 *Phys. Rev. B* **25** 4515
- [30] Furusaki A and Tsukada M 1991 *Solid State Commun.* **78** 299

Josephson effect in superconductor / ferromagnet -insulator-superconductor junctions

Li Xiao-Wei

(Department of Physics , Huaiyin Normal College , Huai 'an 223001 , China)

(Received 3 December 2001 ; revised manuscript received 4 February 2002)

Abstract

We calculate the dc Josephson current in superconductor / Ferromagnet-insulator-superconductor junctions (S/F-I-S) and the self-consistent equation in ferromagnetic superconductor , within Bogoliubov-de Gennes equation and Furusaki-Tsukada formula. It is shown that the ferromagnetic exchange interaction suppresses the Andreev reflection , and consequently the Josephson current in S/F-I-S strongly depends on the ferromagnetic exchange interaction.

Keywords : S/F-I-S junction , ferromagnetic superconductor , dc Josephson current

PACC : 7450 , 7475