

# 双模压缩真空态与原子相互作用中的 量子纠缠和退相干<sup>\*</sup>

王成志 方卯发<sup>†</sup>

(湖南师范大学物理系, 长沙 410081)

(2001 年 9 月 30 日收到, 2001 年 12 月 14 日收到修改稿)

考虑双模压缩真空态光场与环境(原子)通过双光子过程发生相互作用, 分别用量子约化熵和量子相对熵研究了在此作用过程中双模光场和原子间的纠缠以及双模光场的模间纠缠.

关键词: 双模压缩真空态, 量子纠缠, 量子约化熵, 量子相对熵

PACC: 4250, 0365

## 1. 引言

量子纠缠是量子力学最突出的特性之一, 如果由  $M$  个子系组成的系统的密度算符不能写成  $\rho^{ABC\dots M} = \sum_i p_i \rho_i^A \otimes \rho_i^B \otimes \dots \otimes \rho_i^M$  的形式, 则这  $M$  个子系是纠缠的. 对于最简单的两体系统, 如果态矢不能表示成两子系态矢的直积形式  $|\Psi\rangle_{AB} = |\phi\rangle_A \otimes |\chi\rangle_B$ , 那么称这两个子系统是纠缠的. 自从量子纠缠首先被 Einstein-Podolsky-Rose (EPR)<sup>[1]</sup> 和 Schrödinger<sup>[2]</sup> 提出以来, 它一直是物理学中一个引人注目的研究领域. 一方面, 量子纠缠体现了量子态的非定域性<sup>[3]</sup>; 另一方面, 它在量子信息处理, 例如量子隐形传态<sup>[4,5]</sup>、量子编码及量子纠错<sup>[6,7]</sup>、量子密钥分配和量子计算<sup>[8-10]</sup> 中具有重要应用. 可以说没有量子纠缠现象就没有今天的量子信息. 因此, 研究多体系之间的量子纠缠对量子信息处理具有重要的意义.

最近, 文献 [11] 在理论上提出了用量子纠缠态——双模压缩真空态实现非条件量子隐形传送的方案, 但该方案未考虑环境的影响. 尽管双模压缩真空态有很强的纠缠性, 但在实际中, 作为信息载体, 双模压缩真空态可能与各种环境相互作用, 导致各叠加成分的内部相位差随机化, 最终变成混合态, 从而载托在纠缠态上的信息遭到破坏, 发生不利于量子

计算和量子通讯的退相干现象, 因此研究它与环境相互作用时的纠缠性质很有必要. 本文以原子作为双模压缩真空态光场的环境, 分别用量子约化熵和量子相对熵讨论了双模压缩真空态光场与原子相互作用过程中两者的纠缠(以下简称场-原子纠缠)性质和双模光场的模间纠缠(简称模间纠缠)性质, 揭示了通过适当选择系统参数和时间, 在与环境(原子)相互作用时, 双模光场仍保持较好的量子纠缠性, 这对于用量子双模压缩真空态实现量子通信具有重要意义.

## 2. 模型及其解

双模压缩真空态是由双模压缩算符  $S(r) = \exp[-r(a^+ b^+ - ab)]$  ( $r$  为压缩因子, 表征压缩程度) 作用到双模真空态  $|00\rangle_{ab}$  得到的, 它在粒子数表象中可表示为

$$|\psi(0)\rangle_F = S(r)|00\rangle_{ab} = \frac{1}{\cosh r} \sum_{n=0}^{\infty} (\tanh^n r) |n, n\rangle_{ab}. \quad (1)$$

由于  $|\psi(0)\rangle_F$  是纯态, 双模压缩真空态的模间纠缠可用量子约化熵度量

$$S = S(\rho_a) = S(\rho_b) = \cosh^2 r \log_2(\cosh^2 r) - \sinh^2 r \log_2(\sinh^2 r) \quad (2)$$

式中  $\rho(a)$  和  $\rho(b)$  分别是模  $a$  和模  $b$  的约化密度矩

<sup>\*</sup> 国家自然科学基金(批准号: 19874020)资助的课题.

<sup>†</sup> 通讯作者.

阵. 双模压缩真空态模间纠缠度  $S$  与压缩因子  $r$  的关系如图 1. 从图中可看出, 随着  $r$  的增大, 模间纠缠度逐渐增大, 但  $r$  增大到某一值时, 由于  $\cosh(r) \approx \sinh(r)$ , 纠缠度  $S$  为零.

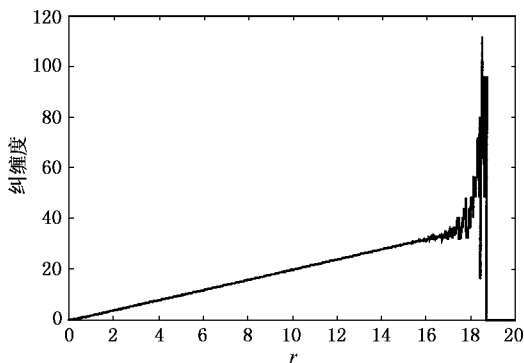


图 1 双模压缩真空态模间纠缠度随压缩因子的变化

双模压缩真空态光场与原子间的相互作用可用 Jaynes-Cummings 模型(JCM)<sup>[12]</sup>来描述, JCM 本身不但是很重要的问题, 而且还给出了有关量子开放系统问题的一个很好的例子<sup>[13]</sup>, 因为原子可以作为光场的环境与光场发生相互作用, 反之亦然. 本文把光场作为开放系统, 原子为光场的环境.

考虑双模光场与单原子通过双光子过程发生相互作用, 整个系统的哈密顿量可表示为<sup>[14]</sup>

$$H = H_0 + V, \quad (3)$$

$$H_0 = \frac{1}{2} \omega_0 S_z + \omega_a a^+ a + \omega_b b^+ b, \quad (4)$$

$$V = g(S_+ ab + S_- a^+ b^+), \quad (5)$$

其中  $a^+$  ( $b^+$ ) 和  $a$  ( $b$ ) 分别是  $a$  ( $b$ ) 模光场的产生和湮没算符,  $\omega_0$  为原子上下能级间的跃迁频率,  $\omega_a, \omega_b$  分别为  $a, b$  模光场的频率,  $S_z = |+\rangle\langle+| - |-\rangle\langle-|$  和  $S_+ = |+\rangle\langle-|, S_- = |-\rangle\langle+|$  分别是原子的反转和跃迁算符. 考虑共振条件  $\omega_0 = \omega_a + \omega_b$ , 在相互作用表象中, 系统的时间演化算符可以表示为  $U(t) = \exp(-iVt)$

$$= \begin{bmatrix} \cos[\sqrt{aa^+bb^+}gt] & -i \frac{\sin[\sqrt{aa^+bb^+}gt]}{\sqrt{aa^+bb^+}} ab \\ -i \frac{\sin[\sqrt{a^+ab^+}bgt]}{\sqrt{a^+ab^+}b} a^+ b^+ & \cos[\sqrt{a^+ab^+}bgt] \end{bmatrix}, \quad (6)$$

式中  $gt$  是光场与原子耦合常数与时间  $t$  的乘积, 是时间标度. 设初始时刻, 原子处于激发态  $|+\rangle$  和基态  $|-\rangle$  的相干叠加态

$$|\Phi(0)\rangle_A = \cos\left(\frac{\theta}{2}\right)|+\rangle + \sin\left(\frac{\theta}{2}\right)\exp(i\varphi)|-\rangle. \quad (7)$$

光场处于 (1) 式给定的双模压缩真空态, 并且原子和双模压缩真空态光场退耦合, 则系统的初态为

$$|\Psi(0)\rangle_{FA} = |\psi(0)\rangle_F \otimes |\Phi(0)\rangle_A. \quad (8)$$

由此得在任意时刻  $t$  系统态矢

$$|\Psi(t)\rangle_{FA} = U(t)|\psi(0)\rangle_F = |D\rangle_+ + |E\rangle_-, \quad (9)$$

这里

$$|D\rangle = \sum_n \left\{ \cos\frac{\theta}{2} f_n \cos[(n+1)gt] - i \sin\frac{\theta}{2} \exp(i\varphi) f_{n+1} \sin[(n+1)gt] \right\} |nn\rangle, \\ |E\rangle = \sum_n \left\{ \sin\frac{\theta}{2} \exp(i\varphi) f_n \cos(ngt) - i \cos\frac{\theta}{2} f_{n-1} \sin(ngt) \right\} |nn\rangle, \quad (10)$$

式中

$$f_n = \frac{1}{\cosh r} \tanh^n r. \quad (11)$$

利用上式可得在任意时刻  $t$  系统的密度算符

$$\rho_{FA}(t) = \begin{bmatrix} |D\rangle\langle D| & |D\rangle\langle E| \\ |E\rangle\langle D| & |E\rangle\langle E| \end{bmatrix}. \quad (12)$$

根据上式可得光场的约化密度算符为

$$\rho_F(t) = \text{Tr}_A(\rho_{FA}) = |D\rangle\langle D| + |E\rangle\langle E|, \quad (13)$$

它的本征值为<sup>[15]</sup>

$$\Pi_F^\pm = |D\rangle\langle D| \pm \exp(\mp\alpha) |D\rangle\langle E| + |E\rangle\langle E| \pm \exp(\mp\alpha) |D\rangle\langle E|, \quad (14)$$

相应的本征矢为

$$|\psi^\pm\rangle_F = \frac{1}{\sqrt{2\Pi_F^\pm \cosh(\alpha)}} \exp\left[\frac{1}{2}(\beta \pm \alpha)\right] \times |D\rangle \pm \exp\left[\frac{1}{2}(\beta \pm \alpha)\right] |E\rangle \quad (15)$$

式中

$$\alpha = \sinh^{-1}\left(\frac{|D\rangle\langle D| - |E\rangle\langle E|}{2|D\rangle\langle E|}\right), \\ \beta = \tan^{-1}\left[\frac{\text{Im}(|D\rangle\langle E|)}{\text{Re}(|D\rangle\langle E|)}\right]. \quad (16)$$

同样根据 (12) 式得原子的约化密度矩阵

$$\rho_A(t) = \text{Tr}_F(\rho_{FA}(t)) = \begin{bmatrix} D | D & E | D \\ D | E & E | E \end{bmatrix}. \quad (17)$$

可以证明原子约化密度算符的本征值与光场约化算符本征值具有相同的表示式,即  $\Pi_A^\pm = \Pi_F^\pm = \Pi^\pm$ . 相应的原子约化算符本征矢为

$$|\Phi^\pm_A\rangle = \frac{1}{\sqrt{2\Pi^\pm \cosh(\alpha)}} \exp\left[-\frac{1}{2}(\beta \pm \alpha)\right] \times |+\rangle \pm \exp\left[\frac{1}{2}(\beta \pm \alpha)\right] |-\rangle. \quad (18)$$

根据 Schmidt 分解定理<sup>[16]</sup>,可把系统的态矢表示为

$$|\Psi(t)\rangle_{FA} = \sqrt{\Pi^+} |\Phi^+_A\rangle |\psi^+_F\rangle + \sqrt{\Pi^-} |\Phi^-_A\rangle |\psi^-_F\rangle. \quad (19)$$

利用以上结果可以讨论场-原子纠缠和模间纠缠.

### 3. 双模光场与原子的纠缠

由哈密顿量(5)式描述的量子动力学导致了双模光场与原子之间的纠缠,由于本文所选系统的初态条件保证了由双模光场和原子组成的全系统在相互作用过程中始终仍保持纯态,因此可以用量子约化熵作为纠缠的度量.原子或双模光场的熵反映了原子-双模光场间的纠缠程度,熵越大,纠缠度越大<sup>[17,18]</sup>.原子或双模场的熵可通过它们各自的密度矩阵定义:  $S_j(t) = -\text{Tr}_j(\rho_j \log_2 \rho_j)$ ,这里  $j$  表示原子或双模光场.根据熵的三角不等式<sup>[19]</sup>:  $|S(\rho_A) - S(\rho_B)| \leq S(\rho_{AB}) \leq S(\rho_A) + S(\rho_B)$  或 Schmidt 分解定理知两子系的约化熵相等,即  $S(\rho_A) = S(\rho_F)$ ,这里仅仅计算原子的约化熵,用其约化密度矩阵的本征值,原子约化熵可以表示成

$$S(\rho_A) = -\Pi^+ \log_2 \Pi^+ - \Pi^- \log_2 \Pi^-. \quad (20)$$

对于至少有一个子系是二维的两体系统,纠缠度的最大值和最小值分别是 1 和 0,前者意味着子系间高度纠缠,后者意味着子系间退纠缠.

图 2 和图 3 虚线分别展示了原子初态分别为激发态、基态与激发态的叠加态时场-原子的纠缠度随时间的演化(为方便,本文所有数值计算中已令  $\varphi = 0$ ).从图中可以得出如下结论:1) 纠缠度的演化具有周期性,周期为  $\pi$ .2) 给定原子初态为基态和激发态的叠加态,场-原子的纠缠随着压缩因子  $r$  增大而减弱,但由图 1 知,双模光场初态——双模压缩真空态

模间纠缠随  $r$  增大而增强.这说明双模压缩真空态与原子有作用时,它的模间纠缠阻碍它与原子间的纠缠.3) 给定压缩因子,原子越接近基态和激发态的等概率叠加态时( $\theta$  增大),光场和原子纠缠的最大值变小.4) 无论系统的初始条件怎样,双模光场和原子在  $gt = \frac{2n-1}{2}\pi$  时刻和  $gt = n\pi$  时刻退纠缠;在其他时刻,双模光场和原子纠缠,特别是原子初态为激发态时,纠缠达到了最大值 1.

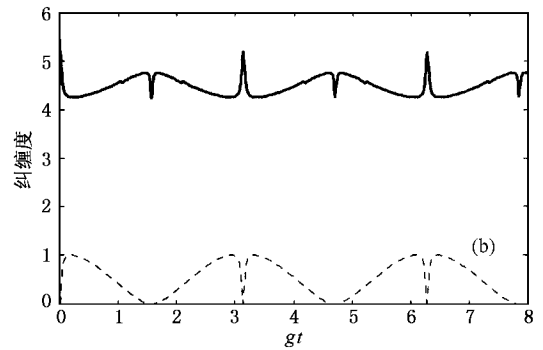
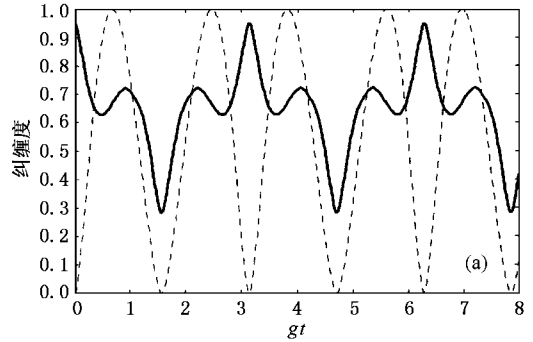


图 2 原子初态为激发态时纠缠度时间演化(虚线代表场与原子的纠缠度,实线代表模间纠缠度.(a)  $\theta = 0, r = 0.5$  (b)  $\theta = 0, r = 2$ )

对于结论 4 这种动力学行为,我们作如下解析讨论.

$$\text{在 } gt = \frac{2n-1}{2}\pi \text{ 时刻, } \Pi_A^+ = 1/2 \left\{ 1 + \sqrt{\left[ \sum_n f_n (-1)^{n+1} \right]^2 + \frac{4}{\cosh^2(r)} \sum_n \tanh^{2n}(r)} \right\} = 1, \Pi_A^- = 0 \text{ 根据(19)式得系统的态矢为}$$

$$|\Psi_{FA}\rangle = |\psi_F\rangle \otimes |\Phi_A\rangle \left( gt = \frac{2n-1}{2}\pi \right). \quad (21)$$

由此可见,系统的态矢能表示成两子系态矢的直积形式,故  $S(\rho_A) = 0$ ,原子和双模光场退纠缠.根据(15)(18)式可得双模光场和原子的态矢

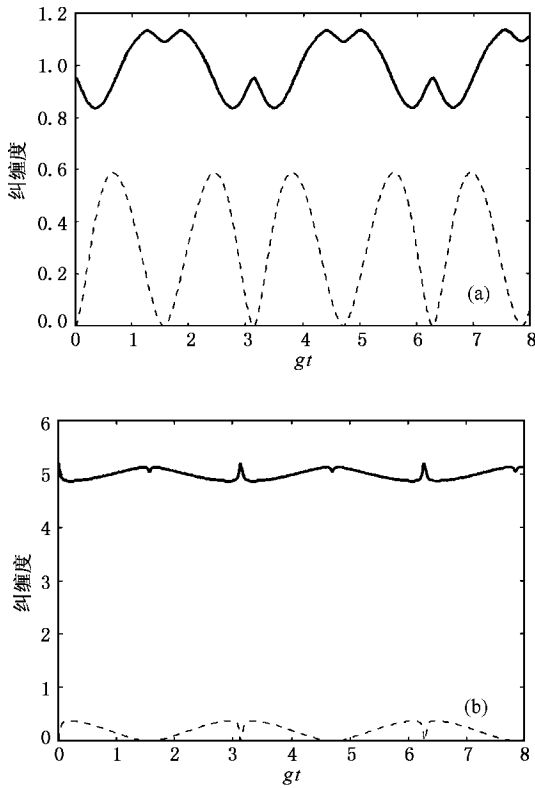


图3 原子初态为激发态和基态等概率叠加态时纠缠度时间演化(虚线代表场与原子的纠缠度,实线代表模间纠缠度。(a)  $\theta = \pi/2, r = 0.5$  (b)  $\theta = \pi/2, r = 2$ )

$$|\psi_F\rangle = [1 + \tanh^2(r)]^{\frac{1}{2}} \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n f_{2n} \times \left[ \sin \frac{\theta}{2} |2n, 2n\rangle - i \cos \frac{\theta}{2} |2n+1, 2n+1\rangle \right] \quad \left( gt = \frac{2n-1}{2}\pi \right). \quad (22)$$

$$|\Phi_A\rangle = [1 + \tanh^2(r)]^{\frac{1}{2}} (-i \tanh(r) |+\rangle + |-\rangle) \quad \left( gt = \frac{2n-1}{2}\pi \right). \quad (23)$$

可见原子的态矢仅由压缩因子  $r$  决定,双模光场态矢由  $r$  和  $\theta$  决定,选择  $\theta = \alpha$  (原子初态为激发态)和  $\theta = \pi$  (原子初态为基态),可把它制备在双模奇 Fock 态(双模光子数相等且为奇数)的叠加态  $-i[1 + \tanh^2(r)]^{\frac{1}{2}} \sum |2n+1, 2n+1\rangle$  上和双模偶 Fock 态的叠加态  $[1 + \tanh^2(r)]^{\frac{1}{2}} \sum (-1)^n f_{2n} |2n, 2n\rangle$  上.

$gt = n\pi$  时,系统的态矢同样可写成子系态矢的直积形式

$$|\Psi_{FA}\rangle = |\psi_F\rangle \otimes |\Phi_A\rangle \quad (gt = n\pi). \quad (24)$$

原子和双模光场同样退纠缠,但子系的态矢与(22),

(23)式截然不同,它们分别为

$$|\psi_F\rangle = \sum_n f_n (-1)^n |nn\rangle \quad (gt = n\pi). \quad (25)$$

$$|\Phi_A\rangle = \sin \frac{\theta}{2} |-\rangle - \cos \frac{\theta}{2} |+\rangle \quad (gt = n\pi). \quad (26)$$

由上式知,在  $gt = n\pi$  时,原子和光场与初态相比仅仅改变了参与叠加的量子态的相对相位.

综上所述,虽然在  $gt = \frac{2n-1}{2}\pi$  和  $gt = n\pi$  时刻,系统皆处于可分离态,但系统所包含的信息是不同的.

在其他时刻,  $|\Pi_A^+| \neq 1, |\Pi_A^-| \neq 0$ ,系统的态矢不能写成两子系态矢的直积形式,系统处于纠缠态,特别是当原子初态为激发态时,场-原子的纠缠度在  $gt = \frac{2n-1}{4}\pi$  时刻接近 1.由(14)式可知,  $|\Pi_A^+| \approx 1/2, |\Pi_A^-| \approx 1/2$ ,因此  $\mathcal{S}(\rho_A) \approx 1$ .根据(19)式得到系统的态矢

$$|\Psi_{FA}\rangle \approx \frac{1}{\sqrt{2}} [|\Phi_A^+\rangle |\psi_F^+\rangle + |\Phi_A^-\rangle |\psi_F^-\rangle] \quad \left( gt = \frac{2n-1}{4}\pi, \theta = 0 \right). \quad (27)$$

即系统的态近似是 EPR(Einstein-Podolsky-Rosen)态,它在量子信息中有广泛的应用.值得一提的是,当  $r = 0$  即双模压缩真空态退化为双模真空态时,系统的态矢化为

$$|\Psi_{FA}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \left( |0_{F_a}\rangle |0_{F_b}\rangle + |1_{F_a}\rangle |1_{F_b}\rangle - i |1_{F_a}\rangle |1_{F_b}\rangle - |-\rangle \right) \quad \left( t = \frac{2n-1}{4}, \theta = 0, r = 0 \right). \quad (28)$$

即光场的  $a$  模,  $b$  模,原子三体构成一个推广的 GHZ (Greenberger-Horen-Zeilinger)态<sup>[20]</sup>,它在量子信息中也有广泛的应用.

### 4. 双模光场的模间纠缠

双模光场也是由两个子系统组成,分别为  $a$  模和  $b$  模.从上节讨论可知:由于双模光场与环境-原子的相互作用,在大部分时间里与原子纠缠,因而双模光场可有纯态演变为混合态,即发生了量子退相干,  $\mathcal{S}(\rho_{F_a}) \neq \mathcal{S}(\rho_{F_b})$ ,光场的模间纠缠不能再用量子约化熵来度量,但可用量子相对熵来度量.量子相对熵纠缠度的定义是<sup>[21, 22]</sup>

$$E_R(\rho) = \min_{\sigma \in D} \mathcal{S}(\rho \parallel \sigma), \quad (29)$$

式中  $\mathcal{S}(\rho \parallel \sigma) = \text{Tr}[\rho(\log_2 \rho - \log_2 \sigma)]$  为量子相对熵,  $D$  为全部两体可分离态的集合. 量子相对熵纠缠度在量子信息领域起着重要的作用, 它形象地解释为纠缠态与非纠缠态间的最小“距离”, 对于两体纯态, 等于量子约化熵纠缠度. 在讨论双模光场模间纠缠之前, 先引入一个由文献 [23, 24] 给出的计算量子相对熵纠缠度的定理.

对两体量子态

$$\rho = \sum_{n_1 n_2} a_{n_1 n_2} |\Phi_{n_1} \Psi_{n_1} \Phi_{n_2} \Psi_{n_2}\rangle, \quad (30)$$

相对熵可由下式给出:

$$E_R(\rho) = - \sum_n a_{nn} \log_2 a_{nn} - \mathcal{S}(\rho), \quad (31)$$

$E_R$  取最小值时的可分离态为

$$\sigma = \sum_n a_{nn} |\Phi_n \Psi_n \Phi_n \Psi_n\rangle, \quad (32)$$

式中  $|\Phi_n\rangle (|\Psi_n\rangle)$  为体系  $A(B)$  一组正交归一基矢,  $\mathcal{S}(\rho)$  为 Von Neumann 熵:  $\mathcal{S}(\rho) \equiv -\text{Tr}(\rho \log_2 \rho)$ . 把 (13) 式改写成与 (30) 式相同的形式:

$$\rho_F = \sum_{mm} a_{mm} |mm \ nn\rangle, \quad (33)$$

这里

$$a_{mm} = |mm\rangle \langle \rho_F | nn\rangle. \quad (34)$$

因此光场的模间纠缠度可以具体算出,

$$\begin{aligned} E_R(\rho_F) &= - \sum_n a_{nn} \log_2 a_{nn} - \mathcal{S}(\rho_F) \\ &= - \sum_n a_{nn} \log_2 a_{nn} + \Pi^+ \log_2 \Pi^+ \\ &\quad + \Pi^- \log_2 \Pi^-, \end{aligned} \quad (35)$$

式中

$$\begin{aligned} a_{nn} &= \sin^2(\theta/2) \left\{ f_n^2 \cos^2(ngt) \right. \\ &\quad \left. + f_{n+1}^2 \sin^2[(n+1)gt] \right\} \\ &\quad \times \cos^2(\theta/2) \left\{ f_n^2 \cos^2[(n+1)gt] \right. \\ &\quad \left. + f_{n-1}^2 \sin^2(ngt) \right\}. \end{aligned} \quad (36)$$

图 2 和图 3 实线分别给出了原子初态处于激发态、激发态和基态等概率叠加态时双模间纠缠度的演化. 由图可知, 模间的纠缠性也呈现出规则的周期性, 原子的初态和压缩因子  $r$  对模间纠缠度都有影响, 但与对原子和场间纠缠度的影响相反,  $r$  增大模间纠缠却相应增强, 这说明模间纠缠度大的双模压缩真空态在与原子作用过程中仍保持较高的纠缠

度. 原子分布角  $\theta$  越大, 模间纠缠度的最小值越大; 而原子初态和压缩因子对纠缠度的周期不产生影响.

比较图 2 和图 3 实线和虚线, 可以发现: (1) 压缩因子增大到一定的值 ( $r > 1.5$ ) 时, 除了  $gt = (2n - 1)\pi/2$  时刻以外, 模间纠缠度随时间的变化规律恰好和场-原子纠缠度随时间的变化规律相反, 即场-原子纠缠度随时间增大时, 模间纠缠度却随时间减少. 这是因为原子和双模光场相互作用, 使两者纠缠, 而两者的纠缠削弱了模间纠缠, 削弱程度取决于场-原子的纠缠程度, 这种纠缠越大, 对模间纠缠的削弱也越大, 但在  $gt = (2n - 1)\pi/2$  时刻, 模间纠缠度和场-原子纠缠度的变化并非恰好相反, 而是都取极小值. 这可以说明如下: 在  $gt = (2n - 1)\pi/2$  时刻, 双模光场态演化为 (22) 式决定的纯态, 所以场-原子纠缠度严格为零, 而此时模间纠缠度取极小值但并非为零.

$$\begin{aligned} E_R(gt = (2n - 1)\pi/2) &= - \log_2[1 - \tanh^4(r)] - \cos^2 \frac{\theta}{2} \log_2 \cos^2 \frac{\theta}{2} \\ &\quad - \sin^2 \frac{\theta}{2} \log_2 \sin^2 \frac{\theta}{2} + \frac{4 \tanh^4(r)}{1 - \tanh^4(r)} \log_2 \tanh(r). \end{aligned} \quad (37)$$

(2) 如图 2、3 所示, 在场-原子退纠缠的另一时刻  $gt = n\pi$ , 场-原子纠缠度取最小值, 而模间纠缠度取最大值. 这是因为: 此时, 双模场态是由 (25) 式决定的纯态, 场-原子纠缠度为零, 而模间纠缠度为

$$\begin{aligned} E_R &= \cosh^2 r \log_2(\cosh^2 r) \\ &\quad - \sinh^2 r \log_2(\sinh^2 r) \quad (gt = n\pi), \end{aligned} \quad (38)$$

它等于初态时刻双模压缩真空态的模间纠缠度, 为最大值. (3) 如图 2、3 还可看出, 模间纠缠度的极小值和极大值在场-原子退纠缠时取得.

我们知道, 用双模压缩真空态进行量子通信时, 要求有较高的模间纠缠度, 以上的结果表明: 在考虑双模压缩真空态与环境(原子)相互作用情况下, 通过选择合适的系统初态参数和时间, 仍可获得较高的模间纠缠度.

## 5. 结 论

本文分别用量子约化熵和量子相对熵研究了双模压缩真空态与环境(原子)相互作用时的量子纠缠性质, 得出如下结论:

1. 场-原子纠缠和模间纠缠均呈现周期性演

化,且周期相同;在  $gt = \frac{2n-1}{2}\pi$  和  $gt = n\pi$  时原子和光场退纠缠,而光场的模间纠缠度在  $gt = \frac{2n-1}{2}\pi$  时刻取极大值,在  $gt = n\pi$  时刻取极小值.选择合适的系统参数和时间,可使双模光场处于纯态,且保持较高的模间纠缠度.

2. 在  $gt \neq \frac{2n-1}{2}\pi$  和  $gt \neq n\pi$  时,原子和光场纠缠,在原子初态为激发态的情形下,可得双模场-原子的最大纠缠态(EPR态).

3. 场-原子纠缠度的演化趋势和模间纠缠度的演化规律几乎相反,场-原子的纠缠削弱了模间纠缠.

4. 原子的初态和压缩因子对场-原子的纠缠程度和模间纠缠程度有重要影响.给定原子的初态为基态和激发态的相干叠加态时,场-原子的纠缠度随压缩因子的增大而减小,模间纠缠度随  $r$  的增大而增大.给定压缩因子  $r$ ,随着原子分布角  $\theta$  增大,原子和光场间纠缠度最大值减小,而双模光场模间纠缠度的最小值变大.

- [ 1 ] Einstein A , Podolsky B and Rosen N 1935 *Phys. Rev.* **47** 777
- [ 2 ] Schrödinger E 1935 *Naturwissenschaften* **23** 807
- [ 3 ] Bell J S 1964 *Physics* **1** 195
- [ 4 ] Bennett C H *et al* 1993 *Phys. Rev. Lett.* **70** 1895
- [ 5 ] Bouwmeester D , Pan J W *et al* 1997 *Nature* **390** 575
- [ 6 ] Shor P W 1995 *Phys. Rev. A* **52** 2493
- [ 7 ] Gottesman D LANL e-print quant-ph/9705052
- [ 8 ] Deutsch D , Ekert A , Jozsa R *et al* 1998 *Phys. Rev. Lett.* **80** 2022
- [ 9 ] Shor P W 1995 *Phys. Rev. A* **52** 2493
- [ 10 ] Grover L K 1997 *Phys. Rev. Lett.* **79** 325
- [ 11 ] Furusawa A , Sorensen J L , Braunstein S L *et al* 1998 *Science* **282** 706
- [ 12 ] Jaynes E T and Cummings F W 1967 *Proc. IEEE* **51** 89
- [ 13 ] Davies E B 1976 *Quantum Theory of Open Systems* ( New York : Academic Press ) p241
- [ 14 ] Solano E , Santos M F and Milman P 2001 *Phys. Rev. A* **64** 024304
- [ 15 ] Phoenix S J D and Knight P L 1998 *Ann. Phys.* **186** 381
- Huang C J , Zhou M , Li J F and Huo H Y 2002 *Acta Phys. Sin.* **51** 805 ( in Chinese ) 黄春佳、周明、厉江帆、贺慧勇 2002 物理学报 **51** 805 ]
- Fang M F and Liu X 2001 *Acta Phys. Sin.* **50** 2363 ( in Chinese ) [ 方卯发、刘翔 2001 物理学报 **50** 2363 ]
- [ 16 ] Schmidt E 1907 *Math. Ann.* **63** 433
- [ 17 ] Liu X , Fang M F and Liu A L , 2000 *Acta Phys. Sin.* **49** 1707 ( in Chinese ) 刘翔、方卯发、刘安玲 2000 物理学报 **49** 1707 ]
- [ 18 ] Ao S M , Zhou S L and Zeng G J 2001 *Acta Phys. Sin.* **50** 52 ( in Chinese ) 敖胜美、周石伦、曾高坚 2001 物理学报 **50** 52 ]
- [ 19 ] Araki H and Lieb E 1970 *Commun. Math. Phys.* **18** 160
- [ 20 ] Bouwmeester D *et al* 1999 *Phys. Rev. Lett.* **82** 1345
- [ 21 ] Vedral V , Plenio M B , Rippin M A and Knight P L 1997 *Phys. Rev. Lett.* **78** 2275
- [ 22 ] Vedral V and Plenio M B 1998 *Phys. Rev. A* **57** 1619
- [ 23 ] Rains E 1999 *Phys. Rev. A* **60** 179
- [ 24 ] Wu S J and Zhang Y D LANL e-print Quant-ph/0004018

# Entanglement and decoherence in the interaction between two-mode squeezing vacuum state field and atom<sup>\*</sup>

Wang Cheng-Zhi Fang Mao-Fa

( *Department of Physics , Hunan Normal University , Changsha 410081 , China* )

( Received 30 September 2001 ; revised manuscript received 14 December 2001 )

## Abstract

Considering the interaction between two-mode squeezing vacuum state field and environment ( atom ) , we investigate the entanglement of field-atom and one of two modes of field using the quantum reduced entropy and quantum relative entropy , respectively .

**Keywords** : two-mode squeezing vacuum state , quantum entanglement , quantum reduced entropy , quantum relative entropy

**PACC** : 4250 , 0365

---

<sup>\*</sup> Project supported by the National Natural Science Foundation of China ( Grant No. 19874020 ).